אקונומטריקה א

תוכן העניינים

אקונומטריקה א

פרק 1 - מבוא לקורס

תוכן העניינים

אקונומטריקה א

פרק 2 - אומדי הריבועים הפחותים

תוכן העניינים

אומדי הריבועים הפחותים:

רקע:

Ordinary Least Squares (OLS) – שיטת האמידה של α ושל β לקבלת אומדים $\hat{\alpha}$ ו-$\hat{\beta}$ שיביאו למינימום את סכום ריבועי טעויות האמידה:

$$\min_{\hat{\alpha}\hat{\beta}} \sum \hat{u}_t^2 = \min_{\hat{\alpha}\hat{\beta}} \sum (y_t - \hat{y}_t)^2 = \min_{\hat{\alpha}\hat{\beta}} \sum \left[y_t - \left(\hat{\alpha} + \hat{\beta} x_t \right) \right]^2 = ?$$

מתוך גזירת הפונקציה הזו מתקבלים האומדים $\hat{\alpha}$ ו-$\hat{\beta}$.

	מודל עם חותך ושיפוע $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$	מודל ללא חותך $Y_t = \beta X_t + u_t$	מודל רק עם חותך $Y_t = \alpha + u_t$
חישוב האומדים	$\hat{\beta} = \frac{S_{XY}}{S_{XX}} = \frac{\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})(Y_t - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})^2}$ $= \frac{\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})Y_t}{\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})^2}$ $\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{X}$	$\hat{\beta} = \frac{\sum_{t=1}^{T} X_t Y_t}{\sum_{t=1}^{T} X_t^2}$	$\hat{\alpha} = \bar{Y}$
תוחלת האומדים	$E(\hat{\beta}) = \beta$ $E(\hat{\alpha}) = \alpha$	$E(\hat{\beta}) = \beta$	$E(\hat{\alpha}) = \alpha$
שונות האומדים	$V(\hat{\beta}) = \frac{\sigma_u^2}{S_{XX}}$ $V(\hat{\alpha}) = \sigma_u^2 \left(\frac{1}{T} + \frac{\bar{X}^2}{S_{XX}} \right)$	$V(\hat{\beta}) = \frac{\sigma_u^2}{\sum_{i=1}^{T} X_t^2}$	$V(\hat{\alpha}) = \frac{\sigma_u^2}{T}$

"המשוואות הנורמליות" מתקבלות בתהליך הגזירה של פונקציית הריבועים הפחותים וחייבות להתקיים על מנת שהפונקציה תתקיים $\left(\sum \hat{u}_t^2 = \min\right)$:

עבור המודל הקלאסי (עם חותך):

בגזירה של α: $\sum \hat{u}_t = 0$.

בגזירה של β: $\sum \hat{u}_t \cdot x_t = 0$.

עבור מודל ללא חותך:

בגזירת β בלבד: $\sum \hat{u}_t \cdot x_t = 0$.

מן המשוואות הנורמליות נובעות:

1. התכונות הגיאומטריות:

   א. $\sum \hat{u}_i = 0$.

   ב. $\sum x_i \hat{u}_i = 0$.

- ברגרסיה <u>ללא שיפוע</u> מתקיימת רק התכונה הגיאומטרית הראשונה.
  ברגרסיה <u>ללא חותך</u> מתקיימת רק התכונה הגיאומטרית השנייה.

2. התכונות האלגבריות:

   א. $\operatorname{cov}(x_i, \hat{u}_i) = 0$.

   ב. $\operatorname{cov}(\hat{y}_i, \hat{u}_i) = 0$.

   ג. $\bar{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\bar{x} = \bar{\hat{y}}$.

- התכונות האלגבריות תקפות עבור קו הרגרסיה הקלאסי (עם חותך ושיפוע) במדגם בלבד.

ההנחות הקלאסיות של מודל הרגרסיה:

1. קיים קשר ליניארי בין המשתנה המוסבר למשתנה המסביר.
2. X איננו קבוע: $S_{XX} = \sum_{t=1}^{T}\left(X_t - \bar{X}\right)^2 \neq 0$.
3. תוחלת ההפרעה האקראית היא אפס לכל תצפית: $E(u_t) = 0$ לכל t.
4. X_t אינם משתנים מקריים $\Leftarrow$ ניתן להוציא אותם מחוץ לתוחלת ולשונות $\Leftarrow$ $\operatorname{cov}(X_t, u_t) = 0$.

5. הומוסקדסטיות: שונות ההפרעה האקראית קבועה לכל תצפית:
$V\left(u_t\right)=\sigma_u^2$ לכל t.

6. u_t ב״ת: $\operatorname{cov}\left(u_t, u_s\right)=0$ לכל $t \neq s$.

7. ההפרעות האקראיות מתפלגות נורמלית: $u_t \approx N$.

תכונות האומדים:

אומדי הריבועים הפחותים הם לינאריים, חסרי הטיה, יעילים ועקיבים.

1. לינאריות:
אר״פ ניתנים להצגה כטרנספורמציה לינארית של Y_t.
כדי ש-$\hat{\beta}$ למשל, יהיה אומד ליניארי צריך להתקיים: $\hat{\beta}=\sum W_t \cdot Y_t$.
כאשר W_t היא קומבינציה של ערכי X בדרך כלל. למשל: $\hat{\beta}=\frac{\sum X_t \cdot Y_t}{\sum X_t^2}$.
כדי להביא את האומד לצורה: $\tilde{\beta}=\sum w_t \cdot y_i$ נעזר בשוויון: $\frac{\sum 0}{\sum 0}=\sum \frac{0}{\sum 0}$.
אומד זה ניתן להצגה בצורה הבאה:
$$\hat{\beta}=\sum \frac{X_t}{\sum X_t^2} Y_t=\sum W_t \cdot Y_t$$
$$W_t=\frac{X_t}{\sum X_t^2}$$
לפיכך מדובר באומד ליניארי.

- שימו לב כי:
W_t אסור שיכלול את Y_t.
Y_t אסור שיהיה במכנה או בשורש/חזקה (אלא אם כן במודל הנתון הוא מצוי בשורש/חזקה).

2. חוסר הטיה:

אומד $\hat{\vartheta}$ מסוים יהווה אח"ה לפרמטר ϑ אותו הוא אומד באוכלוסייה אם מתקיים: $E(\hat{\vartheta}) = \vartheta$.

כיצד יודעים אם אומד הוא חסר הטיה?

1. בשלב הראשון יש לבצע עבודת הכנה – מבטאים את האומד באמצעות הפרמטר האמיתי – מציבים במקום ה- Y_t את המודל ומפתחים אלגברית.

• יש לזכור כי: u_t / y_t מהווים משתנים מקריים ⇐ נשארים בתוך התוחלת, השונות וה- $\sum$. x_t איננו משתנה מקרי (על פי הנחה מס' 4) ⇐ יוצא מחוץ לתוחלת ולשונות אך נשאר בתוך ה- $\sum$ ו- α / β קבועים ⇐ יוצאים מחוץ לתוחלת, לשונות ול- $\sum$.

2. בשלב השני מפעילים תוחלת על האומד המפותח ואם התוחלת שווה לפרמטר האמיתי אז האומד חסר הטייה.

- חוסר הטייה מחייב את התקיימותן של הנחות (3) $E\left(u_t\right) = 0$ לכל t ו- (4) $\operatorname{cov}\left(X_t, u_t\right) = 0$.

3. יעילות:

יעילות פירושה השונות הקטנה ביותר. ככל שהשונות של האומד קטנה יותר, כך יש הסתברות גבוהה יותר שהוא יהיה קרוב לפרמטר האמיתי באוכלוסייה אותו הוא אומד.

$\hat{\vartheta}_1$ יקרא אומד יעיל יותר מ- $\hat{\vartheta}_2$ אם מתקיים שהשונות שלו קטנה יותר: $V(\hat{\vartheta}_1) < V(\hat{\vartheta}_2)$.

משפט גאוס מרקוב – אר"פ הם בעלי השונות הנמוכה ביותר בקבוצה שלהם (קבוצת האומדים הלינאריים חסרי ההטיה), והם נקראים: B.L.U.E (Best Linear Unbiased Estimation).

כיצד מחשבים שונות של אומד?

חייבות להתקיים הנחות (4) $\operatorname{cov}(X_t,u_t)=0$, (5) $V(u_t)=\sigma_u^2$ לכל t

ו-(6) $\operatorname{cov}(u_t,u_s)=0$ לכל $t \neq s$. אם הן מתקיימות, מחשבים את השונות של האיברים המכילים את u_t מהפיתוח הקודם (לפי כללי הסיגמא והשונות).

4. עקיבות:

ככל שהמדגם יגדל כן יתקרב האומד לערך האמיתי של הפרמטר.

אם נגדיל את המדגם לאינסוף תצפיות ונחשב את האומד, הוא יהיה שווה לפרמטר האמיתי באוכלוסייה: $\begin{pmatrix}\hat{\theta} \to \vartheta\end{pmatrix}$ $(T \to \infty)$.

תנאי הכרחי לעקיבות:

האומד חייב להיות פונקציה של גודל המדגם. במילים אחרות, האומד צריך להיות מושפע מגודל המדגם. ברגע שהאומד עונה על תנאי זה הוא יהיה עקיב. אומד המחושב במדגם סופי בהגדרה לא יוכל להיות עקיב לפרמטר באוכלוסייה.

סיכום: השלבים להוכחת התכונות:

1. הוכחת ליניאריות.
2. הכנת האומד $\Leftarrow$ להציב במקום Y_t את המודל האמיתי.

   במודל עם חותך: $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$.

   במודל ללא חותך: $Y_t = \beta X_t + u_t$.
3. פיתוח האלגברה.
4. חישוב תוחלת, שונות, עקיבות.

- ליניאריות מהווה תנאי הכרחי לחוסר הטיה.
- ליניאריות וחוסר הטיה מהוות תנאי הכרחי לבחינת היעילות של האומד לפי משפט גאוס-מרקוב.
- עקיבות איננה תלויה בתכונות האחרות, אלא רק בהיותו של האומד פונקציה של גודל המדגם (לא מחושב על מדגם סופי). כך שאומד לא חייב להיות ליניארי או חסר הטיה כדי להיות עקיב.
- העקיבות משפיעה על היעילות של האומד. עבור אומדים התלויים בגודל המדגם: ככל שגודל המדגם גדול יותר כך שונות האומד קטנה והאומד יהיה יעיל יותר לפרמטר באוכ'.

שאלות:

גזירת ארפ:

1) כלכלן החליט לאמוד את המודל: $y_i = \alpha + \beta x_i + u_i$.

א. נסחו את בעיית ה-OLS.

ב. מצאו את תנאי סדר ראשון של בעיית ה-OLS (המשוואות הנורמאליות).

ג. מצאו נוסחה לקבלת האומדים: $\hat{\beta}$, $\hat{\alpha}$.

ד. הוכיחו כי קו הרגרסיה עובר דרך נקודת הממוצעים $(\bar{X},\bar{Y})$.

ה. בהנחה והיינו בוחרים אומד אחר ל-β שאינו אומד הריבועים הפחותים, מה היה יחס הביטויים: $\sum e_i$ ו-$\sum e_i^2$ של אומד זה ביחס לאומד הריבועים הפחותים?

2) כלכלן החליט לאמוד את המודל: $y_i = \beta x_i + u_i$.

א. נסחו את בעיית ה-OLS.

ב. מצאו את תנאי סדר ראשון של בעיית ה-OLS.

ג. מצאו נוסחה לקבלת $\hat{\beta}$.

ד. הוכיחו כי קו הרגרסיה אינו עובר דרך נקודת הממוצעים $(\bar{X},\bar{Y})$.

ה. מהו התנאי שבו אומד הריבועים הפחותים שמצאתם בסעיף ג' יהיה זהה לנוסחה של אומד הריבועים הפחותים שנמצא בשאלה הקודמת (במודל עם חותך)?

3) חוקר רצה לחקור האם ציוני IQ משפיעים על הציון באקונומטריקה ולכן אסף תצפיות מ-5 סטודנטים:

SCORE	IQ	e_i
80	100	1
75	110	-1
80	110	1
90	103	2
85	102	-3

איזה מבין המודלים הבאים נאמד?

א. $\hat{score}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \cdot IQ_i$.

ב. $\hat{score}_i = \hat{\beta} \cdot IQ_i$.

ג. $\hat{score}_i = \hat{\alpha}$.

ד. $\hat{score}_i = \bar{y}$.

4) נבדק הקשר שבין שכר לשעה שעובד מסוים מרוויח אצל מעסיק מסוים (X) לבין כמות העובדים שמועסקים אצל אותו מעסיק (Y) (הניחו שכר שווה בין העובדים אצל אותו המעסיק).
לשם כך נדגמו 10 מעסיקים באופן מקרי ונתקבלו התוצאות הבאות:

$$\bar{x} = 35$$
$$\bar{y} = 5.8$$
$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 19{,}100$$
$$\sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 440$$
$$\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 2858.85$$

מהי תחזית כמות העובדים המועסקים אצל מעסיק מסוים המשתכרים 25 ₪ לשעה?

5) כלכלן החליט לאמוד את המודל: $y_i = \alpha + u_i$.

א. נסחו את בעיית ה-OLS.
ב. מצאו את תנאי סדר ראשון של בעיית ה-OLS.
ג. מצאו נוסחה לקבלת $\hat{\alpha}$.

6) חוקר רצה לבדוק את המודל: $y_i = \hat{\beta}x_i + u_i$ כאשר המשתנה התלוי הוא הציון במקרו והב"ת הוא ציוני IQ. לשם כך אסף תצפיות של 5 סטודנטים:

SCORE	IQ	ציון חזוי	e_i
80	100		
90	110		
95	110		
92			5
	102		3

מאמידת הרגרסיה התקבל כי: $\hat{\beta} = 0.85$.
השלם את התאים הריקים בטבלה.

הנחות המודל:

7) שכר של עובדים מנובא על ידי השכלתם במודל הבא: $w_i = \alpha + \beta \cdot s_i + u_i$.

א. כתבו את ההנחות הקלאסיות במונחי המשתנים של המודל הנתון והסבירו אותן.

ב. התייחסו לכל אחת מהטענות הבאות וקבעו האם היא: הנחה קלאסית / משוואה נורמאלית (או תוצאה הנובעת ממשוואה נורמאלית) / אף אחד מהשניים:

i. $\operatorname{cov}(s_i, u_i) = 0$

ii. $E(u_i) = 0$

iii. $\operatorname{cov}(u_i, u_j) = 0$

iv. $\bar{e} = 0$

v. $\bar{w} = \bar{\hat{w}}$

vi. $\sum u_i = 0$

vii. $V(u_i) = \sigma_i$

viii. $S_s^{\,2} \neq 0$

ix. $\operatorname{cov}(s, e) = 0$

x. $\operatorname{cov}(\hat{y}_i, e) = 0$

8) חוקר מעוניין לאמוד את ההשפעה של נוכחות בתרגולים על הציון בקורס אקונומטריקה. לשם כך אמד את המשוואה: $score = \alpha + \beta attendance + u$ הועלתה הטענה כי מודל זה אינו מקיים את הנחה מס' 4 של אי תלות בין המשתנה הב"ת לטעויות $\left(\operatorname{cov}(x_i, u_i) = 0\right)$. חווה דעתך על טענה זו.

ליניאריות:

9) האם האומד: $\hat{\beta} = \dfrac{\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})Y_t}{\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})^2}$ הוא ליניארי?

10) האם האומד: $\tilde{\beta} = \dfrac{\sum_{t=1}^{T} Y_t^3 \sum_{t=1}^{T} X_t(Z_t + Y_t)}{\sum_{t=1}^{T} X_t^2}$ הוא ליניארי?

11) כלכלן החליט לאמוד את המודל: $y_i = \alpha + \beta x_i + u_i$.
מי מהאומדים הבאים הוא ליניארי ומהן המשקולות:

א. $\tilde{\beta} = \dfrac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}$.

ב. $\tilde{\beta} = \dfrac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$.

ג. $\tilde{\beta} = \sum \left(\dfrac{y_i}{x_i}\right)^2$.

ד. $\tilde{\beta} = \sum \dfrac{Y_i}{n}$.

ה. $\tilde{\beta} = \sum \dfrac{X_t}{Y_i}$.

ו. $\tilde{\beta} = \dfrac{\sum x_i y_i}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$.

ז. $\tilde{\beta} = \dfrac{\bar{Y}}{\bar{X}}$.

חוסר הטיה:

12) נתון האומד הבא: $\tilde{\beta} = \dfrac{\sum_{t=1}^{T} X_t Y_t}{\sum_{t=1}^{T} X_t^2}$.
האם האומד הנ"ל הוא חסר הטיה?
א. בדוק במודל עם חותך.
ב. בדוק במודל ללא חותך.

13) נתון המודל הבא: $y_i = \alpha + \beta\, x_i + u_i$ נתון בנוסף כי האומד ל- β הינו ליניארי וחסר הטיה.
איזה מן הטענות מתקיימת בהכרח:
א. $\sum w_i x_i = 1$.
ב. $\sum w_i x_i = 0$.
ג. $\sum w_i = 0$.

יעילות ועקיבות:

14) כלכלן הציע את האומד הבא עבור β : $\tilde{\beta} = \dfrac{y_9 - y_5 + y_2}{x_9 - x_5 + x_2}$.

א. בדוק האם האומד חסר הטיה עבור המודל הקלאסי.

ב. האם תשתנה תשובתך אם מדובר באומד ללא חותך?

ג. חשב את שונות האומד עבור מודל ללא חותך.

תרגול ממבחנים:

15) נתון המודל: $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$, $T = 100$, כאשר מתקיימות כל ההנחות הקלאסיות.

נתון האומד: $\tilde{\beta} = \dfrac{\sum_{t=51}^{100} Y_t - \sum_{t=1}^{50} Y_t}{\sum_{t=51}^{100} X_t - \sum_{t=1}^{50} X_t}$.

א. האומד $\tilde{\beta}$ הינו אומד חסר הטיה ל- β. נכון / לא נכון

ב. האומד $\tilde{\beta}$ הינו אומד עקיב ל- β. נכון / לא נכון

ג. האומד $\tilde{\beta}$ הינו אומד ליניארי ל- β. נכון / לא נכון

ד. האומד $\tilde{\beta}$ הינו אומד יעיל ל- β. נכון / לא נכון

ה. השונות האמיתית של $\tilde{\beta}$ היא?

16) נתון המודל: $Y_t = \beta X_t + u_t$, כאשר כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות. (יש לשים לב המודל ללא חותך).

נתון האומד: $\tilde{\beta} = \dfrac{\sum Y_t}{\sum X_t}$.

א. האומד $\tilde{\beta}$ הינו אומד מוטה ל- β : נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

ב. על סמך משפט גאוס-מרקוב ניתן להסיק כי $\tilde{\beta}$ איננו אומד יעיל יותר מאומד הריבועים הפחותים: נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ג. מהי השונות האמיתית של $\tilde{\beta}$?

17) נתון המודל: $Y_t = \beta X_t + u_t$, כאשר כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.
(יש לשים לב המודל ללא חותך).
נתון האומד: $\tilde{\beta} = \dfrac{\sum X_t Y_t}{\sum \left(X_t - \bar{X}\right)^2}$.

א. מהי התוחלת של $\tilde{\beta}$?

ב. $E\left(\tilde{\beta}\right) < \beta$. נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

ג. על סמך משפט גאוס-מרקוב ניתן להסיק כי אומד הריבועים הפחותים הינו אומד יעיל יותר מ- $\tilde{\beta}$. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ד. מהי השונות האמיתית של האומד: $\dfrac{\sum X_t Y_t}{\sum X_t^2}$?

18) בכל השאלות ההנחות הקלאסיות מתקיימות.
האומדים הם אר״פ, והמודל הוא: $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$.

א. $E\left(Y_t\right) = E\left(\hat{Y}_t\right)$ נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

ב. $\sum_{t=1}^{T}\left(X_t - \bar{X}\right)\bar{Y} \neq 0$ נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

ג. אמידת המודל בשיטת הריבועים הפחותים תיתן את התוצאה: $\sum_{t=1}^{T} u_t = 0$. נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

ד. אם נתון ש- $r_{XY} = 0.57$, אזי $\hat{\beta}$:
i. הוא בהכרח שלילי.
ii. הוא בהכרח חיובי.
iii. הוא בהכרח שווה לאפס.
iv. לא ניתן לקבוע את סימנו על סמך הנתונים הקיימים.

ה. סמן את הטענה הנכונה בהכרח:
i. $\sum_{t=1}^{T}\left(X_t - \bar{Y}\right)\hat{u}_t = 0$.
ii. $S_{XX} = \sum_{t=1}^{T} X_t^2 - \left(T\bar{X}\right)^2$.
iii. $\sum_{t=1}^{T} X_t u_t = 0$.
iv. אף אחת מהטענות הנ״ל אינה נכונה בהכרח.

ו. אומדי הריבועים הפחותים אינם חסרי הטיה, אם נתון שהשונות של u_t אינה קבועה. נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

ז. אומד חסר הטיה הוא אינו בהכרח גם אומד עקיב. נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

תשובות סופיות:

1) א. $\min_{\hat{\alpha}\hat{\beta}} \sum\left[y_t-\left(\hat{\alpha}+\hat{\beta}x_t\right)\right]^2$ ב. $\sum_{i=1}^{n}\hat{u}_i x_i=0 \Rightarrow \hat{\beta}$, $\sum_{i=1}^{n}\hat{u}_i=0 \Rightarrow \hat{\alpha}$.

ג. $\bar{y}-\hat{\beta}\bar{x}=\hat{\alpha}$, $\frac{S_{xy}}{S_{xx}}=\hat{\beta}$. ד. הוכחה. ה. ראה סרטון.

2) א. $\min_{\hat{\beta}} \sum\left[y_t-\left(\hat{\beta}x_t\right)\right]^2$ ב. $\sum_{i=1}^{n}\hat{u}_i x_i=0 \Rightarrow \hat{\beta}$.

ג. $\frac{\sum y_i x_i}{\sum x_i^2}=\hat{\beta}$. ד. הוכחה. ה. ראה סרטון.

3) אי'.

4) $\hat{y}_i=4.59$.

5) א. $\min_{\hat{\alpha}} \sum\left[y_t-\left(\hat{\alpha}\right)\right]^2$. ב. $\sum_{i=1}^{n}\hat{u}_i=0$. ג. $\hat{\alpha}=\bar{y}$.

6)

SCORE	IQ	ציון חזוי	e_i
80	100	85	-5
90	110	93.5	-3.5
95	110	93.5	1.5
92	114	97	5
89.7	102	86.7	3

7) א. ראה סרטון.
ב.i. הנחה, לא בהכרח מתקיים.
ii. הנחה, לא בהכרח מתקיים.
iii. הנחה, לא בהכרח מתקיים.
iv. נגזר מהמשוואה, מתקיים בהכרח.
v. נגזר מהמשוואה, מתקיים בהכרח.
vi. אף אחד מהשניים.
vii. אף אחד מהשניים.
viii. הנחה, לא בהכרח מתקיים.
ix. נגזר מהמשוואה, מתקיים בהכרח.
x. נגזר מהמשוואה, מתקיים בהכרח.

8) ראה סרטון.

9) כן.

10) לא.

11) א. ליניארי, $W_i = \frac{x_i}{\sum x_i^2}$. ב. ליניארי, $W_i = \frac{(x_i - \bar{x})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$.

ג. לא ליניארי. ד. ליניארי, $W_i = \frac{1}{n}$.

ה. לא ליניארי. ו. ליניארי, $W_i = \frac{x_i}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$.

ז. ליניארי, $W_i = \frac{1}{\sum x_i}$.

12) א. לא. ב. כן.

13) א' ו-ג'.

14) א. מוטה. ב. חסר הטיה. ג. $\frac{1}{(x_9 - x_5 + x_2)^2} \sigma_u^2$.

15) א. נכון. ב. לא נכון. ג. נכון. ד. לא נכון.

ה. $V(\tilde{\beta}) = \frac{100\sigma_u^2}{\left(\sum_{t=51}^{100} X_t - \sum_{t=1}^{50} X_t\right)^2}$.

16) א. לא נכון. ב. נכון. ג. $V(\tilde{\beta}) = \frac{T\sigma_u^2}{\left(\sum X_t\right)^2}$.

17) א. $E(\tilde{\beta}) = \frac{\beta \sum X_t^2}{\sum (X_t - \bar{X})^2}$. ב. לא נכון. ג. לא נכון.

ד. $\frac{\sigma_u^2}{\sum X_t^2}$.

18) א. נכון. ב. לא נכון. ג. לא נכון. ד. ii.

ה. i. ו. לא נכון. ז. נכון.

אקונומטריקה א

פרק 3 - מודלים לא ליניאריים

תוכן העניינים

מודלים לא ליניאריים:

רקע:

המודל	משמעות ה- β	השינוי השולי $\left(\frac{\partial Y}{\partial X}\right)$ בכמה ישתנה Y אם נגדיל את X ביחידה?	הגמישות $\left(\frac{\partial Y}{\partial X}\cdot\frac{X}{Y}\right)$ בכמה % ישתנה Y אם נגדיל את X ב-1%?
ליניארי: $Y=\alpha+\beta X+u$	השינוי השולי אם נגדיל את X ביחידה Y ישתנה ב- β יחידות	β	$\frac{\beta X}{Y}$
חצי לוגריתמי: $\ln Y=\alpha+\beta X+u$ $\left(Y=e^{\alpha+\beta X+u}\right)$	שיעור השינוי השולי אם נגדיל את X ביחידה Y ישתנה ב- $100\cdot\beta\%$	βY	βX
לוגריתמי כפול: $\ln Y=\alpha+\beta\ln X+u$ $\left(Y=e^{\alpha}\cdot X^{\beta}\cdot e^{u}\right)$	הגמישות אם נגדיל את X ב-1% Y ישתנה ב- $\beta\%$	$\frac{\beta Y}{X}$	β
לוג ליניארי: $Y=\alpha+\beta\ln X+u$ $\left(e^{y}=e^{\alpha}\cdot X^{\beta}\cdot e^{u}\right)$	אין משמעות כלכלית אם נגדיל את X ב-1% Y ישתנה ב- β	$\frac{\beta}{X}$	$\frac{\beta}{Y}$

- המשתנה שיש בו LN השינוי בו יהיה באחוזים.

תזכורת של חוקי לוגים:

$$LN\left(e^{x}\right)=X$$
$$LN\left(X^{Y}\right)=Y\cdot LN\left(X\right)$$
$$LN\left(X\cdot Y\right)=LN\left(X\right)+LN\left(Y\right)$$
$$LN\left(\frac{X}{Y}\right)=LN\left(X\right)-LN\left(Y\right)$$

שאלות:

1) על מנת לאמד את התשואה להשכלה בישראל בשנים 1948-1990 נאמדו המודלים הבאים:

1. $MWAGE_t = 139.547 + 118.628 \cdot SCL_t$.
2. $MWAGE_t = -1445.08 + 1239.60 \cdot LN(SCL)_t$.
3. $LN(MWAGE)_t = 5.244 + 0.778 \cdot LN(SCL)_t$.
4. $LN(MWAGE)_t = 6.292 + 0.070 \cdot SCL_t$.

א. הסבירו את המשמעות של β בכל אחד מהמודלים.

ב. חשבו את הגמישות בנקודת הממוצעים: (12.311,1600.01) עבור כל אחד מהמודלים.

2) נתונים תוצאות האמידה של המודלים הבאים:

1. $\hat{Y} = e^{4.5} \cdot X^{0.05}$.
2. $\hat{Y} = e^{4.5+0.05X}$.
3. $\hat{Y} = 4.5 + \frac{0.05}{X}$.
4. $\hat{Y} = \frac{1}{1+e^{4.5+0.05X}}$.

א. כתבו את המודלים בצורה ליניארית בעזרת טרנספורמציה מתאימה.

ב. עבור כל אחד מהמודלים ערכו תחזית נקודתית עבור $X = 6$.

3) נתונים המודלים הבאים עבור התוצר במשק:

1. $Q_i = AK_i^{\beta_1} e^{u_i}$.
2. $Q_i = Ae^{\beta_1 L_i + u_i}$.
3. $Q_i = A + K_i^{\beta_1} + e^{u_i}$.
4. $Q_i = A + \frac{\beta_1}{L_i} + u_i$.
5. $Q_i = A + \beta_1 \sqrt{K_i} + u_i$.
6. $Q_i = e^{A+\beta_1 Ki + u_i}$.
7. $Q_i = A\left(\frac{K_i}{2} + 7\right)^{\beta_1} e^{u_i}$.
8. $Q_i = A + \beta_1 L_i + u_i$.
9. $Q_i = A + \beta_1 \left(\frac{K_i}{L_i}\right) + u_i$.

כאשר:

Q - הוצאות צריכה על מוצר מסוים על ידי פרט מסוים.

A - הוצאות צריכה על המוצר בהינתן רמת הכנסה אפסית.

K - הכנסת הפרט.

L - שנות לימוד.

א. מי מהמודלים הבאים ניתן לאמידה בשיטת OLS?

ב. מי מבין המודלים שלא ניתנים לאמידה בשיטת OLS ניתן להביא למודל ליניארי בפרמטרים ועל כן לאמוד את הפרמטרים שלו?

ג. עבור כל אחד מהמודלים קבעו מיהו המשתנה המוסבר ומיהו המסביר במשוואת הרגרסיה הליניארית.

ד. עקומת אנג׳ל מתארת את גמישות הצריכה של הפרט מוצר מסוים ביחס להכנסתו. איזה מהמודלים מתאים כדי לתאר את עקומת אנג׳ל?

4) נתון המודל הבא: $Q_i = \frac{A}{K_i^{\beta_1}} e^{u_i}$.

א. האם ניתן לאמוד את המודל בשיטת OLS?

ב. מה המשוואה שצריך לאמוד על מנת לקבל את הפרמטרים למודל זה (כלומר כיצד הופכים את המודל לליניארי בפרמטרים)?

ג. נאמד המודל הבא: $\ln(Q_i) = \alpha_0 + \alpha_1 \ln(K_i) + u_i$, והתקבלו התוצאות הבאות: $\hat{\alpha}_1 = 0.8$, $\hat{\alpha}_0 = 3$.

מהם האומדנים עבור: β_1 , A?

5) נתון כי הקשר באוכלוסייה בין X ל- Y נתון על ידי המודל הבא: $\ln Y = \alpha + \beta \ln X + u$. נתון גם כי עבור המודל הנ״ל כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.

כלכלן הציע את האומד הבא עבור β: $\tilde{\beta} = \frac{\sum_{t=1}^{T} (\ln X_t - \ln \bar{X}) \ln Y_t}{\sum_{t=1}^{T} (\ln X_t - \ln \bar{X})^2}$.

א. האם האומד ליניארי?

ב. האם האומד חסר הטיה?

ג. האם האומד *blue*?

ד. מהי שונותו?

תשובות סופיות:

1) א.1. השינוי השולי. 2. אין משמעות כלכלית. 3. גמישות.
4. שיעור השינוי השולי.
ב.1. 0.912. 2. 0.77. 3. 0.778. 4. 0.861.

2) א.1. $\hat{\ln}(Y)=4.5+0.05\cdot\ln(X)$. 2. $\hat{\ln}(Y)=4.5+0.05X$.
3. אין צורך. 4. $\ln\left(\frac{1-\hat{Y}}{\hat{Y}}\right)=4.5+0.05X$.
ב.1. 98.45. 2. 121.51. 3. 4.50833. 4. 0.00816.

3) א. מודלים: 4, 5, 8 ו-9.
ב. מודלים: 1, 2, 6 ו-7.
ג.1. מסביר: $\ln(K_i)$, מוסבר: $\ln(Q_i)$. 2. מסביר: L_i, מוסבר: $\ln(Q_i)$.
3. אינו ליניארי. 4. מסביר: $\frac{1}{L_i}$, מוסבר: Q_i.
5. מסביר: $\sqrt{K_i}$, מוסבר: Q_i. 6. מסביר: K_i, מוסבר: $\ln(Q_i)$.
7. מסביר: $K_i=\frac{K_i}{2}+7$, מוסבר: $\ln(Q_i)$. 8. מסביר: L_i, מוסבר: Q_i.
9. מסביר: $\frac{K_i}{L_i}$, מוסבר: Q_i.
ד. מודלים: 1 ו-7.

4) א. לא. ב. $\ln(Q_i)=\ln(A)-\beta_1\ln(K_i)+u_i$.
ג. $A=20$, $\beta_1=-0.8$.

5) א. כן. ב. כן. ג. כן. ד. $V(\hat{\beta})=\frac{\sigma_u^2}{SS\ln x}$.

אקונומטריקה א

פרק 4 - רגרסיה מרובה ומולטיקוליניאריות

תוכן העניינים

רגרסיה מרובה ומולטיקולינאריות:

רקע:

מודל הרגרסיה המרובה:

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \ldots + \beta_J X_{Ji} + U_i.$$

כאשר:

Y_i = משתנה תלוי.

$X_{1i} \ldots X_{Ji}$ = משתנים ב"ת.

U_i = טעות מקרית המקיימת את כל ההנחות הקלאסיות.

α = חותך אחד שמשמעותו: הציון המנובא כאשר כל המשתנים הב"ת = 0.

$\beta_1 \ldots \beta_J$ = מקדמי השיפוע. (מס' הבטות = למספר המשתנים הב"ת במודל).

משמעות מקדם השיפוע β_j: ההשפעה <u>הייחודית</u> של המשתנה הב"ת המסוים לניבוי המשתנה התלוי, בניכוי השפעתם של כל יתר המשנים הב"ת האחרים המצויים במשוואת הרגרסיה.

אמידת מודל הרגרסיה המרובה:

1. שיטת הריבועים הפחותים:

$$Min \sum e_i^2 = Min \sum \left(Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}_1 X_{1i} - \hat{\beta}_2 X_{2i} - \hat{\beta}_3 X_{3i} - \ldots - \hat{\beta}_J X_{Ji} \right)^2.$$

מפתרון פונקציית הריבועים הפחותים נקבל את אומדי הרגרסיה: $\hat{\alpha}, \hat{\beta}_1 \ldots \hat{\beta}_J$.

2. המשוואות הנורמאליות:

$\sum_{i=1}^{n} e_i = 0$ בגלל שיש חותך.

$\sum_{i=1}^{n} e_i X_{1i} = 0$ בגלל שיש את X_{1i}.

$\sum_{i=1}^{n} e_i X_{2i} = 0$ בגלל שיש את X_{2i}.

עד $\sum_{i=1}^{n} e_i X_{Ji} = 0$ בגלל שיש את X_{Ji}.

דוגמא:

מקרה פרטי, מודל עם שני משתנים מסבירים:

$Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i$.

הנוסחאות הנורמאליות הן:

$$\sum_{i=1}^{n} e_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} e_i X_{1i} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} e_i X_{2i} = 0$$

מפתרון מערכת המשוואות נקבל את הנוסחאות הבאות לחישוב האומדים:

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}_1 - \hat{\beta}_2 \bar{x}_2$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\left(r_{y1} - r_{y2} * r_{12}\right)}{1 - r_{12}^2} \cdot \frac{\hat{s}_y}{\hat{s}_{x1}}$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\left(r_{y2} - r_{y1} * r_{12}\right)}{1 - r_{12}^2} \cdot \frac{\hat{s}_y}{\hat{s}_{x2}}$$

הערה:

ניתן לראות כי אם לא קיים מתאם בין המשתנים הב"ת: $r_{12} = 0$,

שיפועי הרגרסיה המרובה זהים לשיפועי הרגרסיה הפשוטה:

$$\hat{\beta}_1 = r_{y1} \cdot \frac{\hat{s}_y}{\hat{s}_{x1}} = \frac{\operatorname{cov}(y, x_1)}{\operatorname{var}(x_1)}$$

$$\hat{\beta}_2 = r_{y2} \cdot \frac{\hat{s}_y}{\hat{s}_{x2}} = \frac{\operatorname{cov}(y, x_2)}{\operatorname{var}(x_2)}$$

מולטיקוליניאריות:

מולטיקוליניאריות מתייחסת למתאם בין המשתנים המסבירים במודל.

מולטיקוליניאריות מלאה:
מתאם מלא בין המשתנים המסבירים במודל.
הדבר קורה כאשר משתנה מסביר אחד הוא קומבינציה ליניארית מלאה של המשתנה המסביר השני: $x_1 = a + bx_2$ (x_1 הוא קומבינציה ליניארית מלאה של x_2)
מכאן ש: $r_{12} = 1$.

- שימו לב כי מדובר בטרנספורמציה ליניארית ולא בטרנספורמציה אחרת (למשל $x_1 = x_2^2$), אז בהכרח $r_{12} \neq 1$.
- מולטיקוליניאריות מלאה יכולה להיווצר גם כאשר קבוצה של משתנים מסבירים מהווה קומבינציה ליניארית מלאה של אחד המשתנים המסבירים: $x_1 + x_2 = a + bx_3$.

במצב של מולטיקוליניאריות מלאה אין כל השפעה של המשתנה האחד מעבר לשני ולא ניתן לאמוד את המודל שכן אר"פ אינם מוגדרים.
פתרון: הורדת אחד המשתנים ואמידת המשוואה מחדש בלעדיו.

מולטיקוליניאריות חלקית:
כאשר יש מתאם גבוה מאוד (אך לא מושלם) בין 2 משתנים מסבירים במודל או בין קבוצה של משתנים מסבירים:

$$x_1 = a + bx_2 + u_i$$
$$x_1 + x_2 = a + bx_3 + u_i$$

מכיוון שיש מתאם גבוה בין המשתנים הב"ת לא נוכל לבודד באופן מלא את ההשפעה המדויקת של כל אחד מהם על ציוני המשתנה התלוי.
כל אחד מהמשתנים הב"ת "יגזול" מן ההשפעה הייחודית שיש למשתנה הב"ת השני על המשתנה התלוי, כך שבסופו של דבר, למרות שהמודל עם שני המשתנים הב"ת יהיה מובהק, התרומה הייחודית של כל משתנה ב"ת לניבוי התלוי לא תהיה מובהקת.

שאלות:

רגרסיה מרובה:

1) כלכלן החליט לאמוד מודל ליניארי עם שלושה משתנים מסבירים: x_1, x_2, x_3.
$y_i = \alpha + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + u_i$.

א. מהי בעיית ה-OLS שעליו לפתור?

ב. מצאו את תנאי סדר ראשון של הבעיה.

2) כלכלן החליט לבחון מה משפיע על שער הדולר בישראל.
לכן אסף מדגם בין ארבע תצפיות חודשיות.
להלן טבלה מסכמת:

חודש	X_2 השקעות זרים בישראל (במיליוני דולרים)	X_1 שער הריבית	Y דולר	טעות (e^i)
אוגוסט	100	3	3.2	-5
ספטמבר	95	3.5	3.6	6
אוקטובר	90	3.5	3.8	0
נובמבר	100	3	3.5	-2

מהו המודל אשר אותו אמד הכלכלן?

3) הניחו כי הקשר באוכלוסייה בין X ל- Y נתון ע"י המשוואה הבאה: $Y_i = 2 + \beta_1 X_{1i} + 5X_{2i} + u_i$ וכל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.

נתון האומד: $\tilde{\beta}_1 = \dfrac{\sum X_{1i}\left(\left(Y_i - 8X_{2i} - 2\right) - \left(\overline{y - 8X_2 - 2}\right)\right)}{\sum X_{1i}^2}$.

א. חשבו את תוחלת האומד.

ב. חשבו את שונות האומד.

ג. מהו היחס בין שונות האומד הנ"ל, לבין שונות אומד הריבועים הפחותים?

4) הניחו כי הקשר באוכלוסייה בין X ל- Y נתון ע"י המשוואה הבאה: $y_i = \alpha + \beta_1 x_{1i} + 8x_{2i} + u_i$.

כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות וכן: $\sum x_{1i} = 0$.

אומדים את β_1 באופן הבא: $b_1 = \dfrac{\sum(x_{1i}-\bar{x})\left(y_i - 8x_{2i} - \left(\overline{y-8x_2}\right)\right)}{\sum(x_{1i}-\bar{x})^2}$.

א. האם האומד חסר הטיה?

ב. מהי שונות האומד?

מולטיקולינאריות:

5) נתון המודל: $Y_i = \alpha + \beta_1 \cdot X_{1i} + \beta_2 \cdot X_{2i} + U_i$.

חוו דעתכם על הטענות הבאות (כל סעיף עומד בפני עצמו):

א. בהנחה כי מתקיים: $X_{1i} - 2X_{2i} = 1$,
לא ניתן לאמוד את המודל בשיטת הריבועים הפחותים. נכון/לא נכון/ לא ניתן לדעת.

ב. בהנחה כי מתקיים: $x_{1i} = x_{2i}^2$,
לא ניתן לאמוד את המודל בשיטת הריבועים הפחותים. נכון/לא נכון/ לא ניתן לדעת.

ג. הוכיחו תשובותיכם לסעיפים ב' ו-ג'.

ד. בהנחה כי מתקיים: $r_{12} = 0.98$,

i. לא ניתן לאמוד את המודל בשיטת הריבועים הפחותים. נכון/לא נכון/ לא ניתן לדעת.

ii. איזו בעיה עלולה להיווצר במודל ומהן השלכותיה.

6) כלכלן אמד את המודל: $y_i = \alpha + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + u_i$.
בשל החשש ממולטיקוליניאריות בחן הכלכלן את המתאם בין כל זוג של משתנים מסבירים וקיבל: $r_{x_1,x_2} = 0.9$, $r_{x_1,x_3} = 0.99$, $r_{x_3,x_2} = 0.5$.
לכן הסיק כי אין בעיה של מולטיקוליניאריות מושלמת במודל.
האם הוא צודק?

7) כלכלן אמד את המודל הבא: $\ln(Q_i) = \alpha + \beta_1 \ln(K_i) + \beta_2 \ln(K_i^2) + \beta_3 L_i^{0.5} + u_i$.
האם קיימת בעיה של מולטיקוליניאריות במודל?

8) להלן מודל של שכר W_i, כפונקציה של שנות לימוד S_i ושל גיל A_i:

1. $W_i = \alpha + \beta_1 \cdot S_i + \beta_2 \cdot A_i + u_i$.

בנוסף למשתנים במשוואה, החליט החוקר להוסיף גם את משתנה הוותק: EXP_i.

מכיוון שלא היו בידו נתונים על הוותק, החליט החוקר להעריכו עבור כל עובד על ידי הגיל של העובד פחות 24 שנים (מתוך ההנחה שהחיים המקצועיים מתחילים בגיל זה לערך).

להלן משוואה מס' 2:

2. $W_i = \alpha + \beta_1 \cdot S_i + \beta_2 \cdot A_i + \beta_3 \cdot EXP_i + w_i$.

חווה דעתך על המשוואה השנייה.

תשובות סופיות:

1) א. $\min \sum \left(y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}_1 x_{1i} - \hat{\beta}_2 x_{2i} - \hat{\beta}_3 x_{3i} \right)^2$.

ב. $\sum_{i=1}^{n} e_i = 0$, $\sum_{i=1}^{n} e_i X_{1i} = 0$, $\sum_{i=1}^{n} e_i X_{2i} = 0$, $\sum_{i=1}^{n} e_i X_{3i} = 0$.

2) $y_i = \beta_1 x_{1i} + u_i$.

3) א. לא ניתן לחשב. ב. $Var = \frac{\sigma^2}{\sum X_{1i}^2}$. ג. לא ניתן לדעת.

4) א. כן. ב. $V(b_1) = \frac{\sigma^2}{\sum x_{1i}^2}$.

5) א. נכון. ב. לא נכון. ג. הוכחה. ד.i. לא נכון.
ii. מולטיקולינאריות חלקית.

6) הכלכלן לא יכול להיות בטוח.

7) כן.

8) ראו סרטון.

אקונומטריקה א

פרק 5 - מבחן t

תוכן העניינים

מבחן t:

רקע:

המבחן הסטטיסטי למובהקות מקדמי הרגרסיה.

המבחן הסטטיסטי	ניסוי	השערות	סטטיסטי המבחן	כלל הכרעה לדחיית H_0	מסקנה
מובהקות השיפוע	האם משתנה מסביר מסוים רלוונטי למודל / משפיע על התלוי?	$H_0:\beta=0$ $H_1:\beta\neq 0$	$t_{\beta=0}=\dfrac{\hat{\beta}-\beta_0}{S_{\hat{\beta}}}$	שימוש בטבלת T: $\lvert t_{\beta=0}\rvert > t_{\left(n-K,\frac{\alpha}{2}\right)}$ **K=מספר מקדמים (כולל חותך)	יש/אין עדות לכך שהמשתנה הב"ת מובהק באוכ'
מבחן חד צדדי לשיפוע	האם מקדם השיפוע חיובי/שלילי באוכ'?	$H_0:\beta=0$ $H_1:\beta>/<0$		שימוש בטבלת T: $t_{\beta=0}>t_{(n-K,\alpha)}$ $t_{\beta=0}<-t_{(n-K,\alpha)}$	יש/אין עדות לכך שהשיפוע חיובי/שלילי באוכ'
השיפוע = ערך מסוים באוכ'	האם מקדם השיפוע = לערך מסוים (למשל ל-2)?	$H_0:\beta=2$ $H_1:\beta\neq 2$	$t_{\beta=2}=\dfrac{\hat{\beta}-2}{S_{\hat{\beta}}}$	שימוש בטבלת t	יש/אין עדות לכך שהשיפוע = ל-2 באוכ'.
מבחן למובהקות החותך **ניתן לבצע גם מבחן חד צדדי ושהחותך = לערך מסוים באוכ'	האם קו הרגרסיה יוצא מראשית הצירים?	$H_0:\alpha=0$ $H_1:\alpha\neq 0$	$t_{\alpha=0}=\dfrac{\hat{\alpha}-\alpha_0}{S_{\hat{\alpha}}}$	נדחה את H_0 אם: שימוש בטבלת T: $\lvert t_{\alpha=0}\rvert > t_{\left(n-K,\frac{\alpha}{2}\right)}$	יש/אין עדות לכך שקו הרגרסיה עובר דרך ראשית הצירים

רב"ס ל- β : $P\left(\hat{\beta}-t_{\left(n-K,\frac{\alpha}{2}\right)}\cdot S_{\hat{\beta}}\le\beta\le\hat{\beta}+t_{\left(n-K,\frac{\alpha}{2}\right)}\cdot S_{\hat{\beta}}\right)=1-\alpha$.

רב"ס ל- α : $P\left(\hat{\alpha}-t_{\left(n-K,\frac{\alpha}{2}\right)}\cdot S_{\hat{\alpha}}\le\alpha\le\hat{\alpha}+t_{\left(n-K,\frac{\alpha}{2}\right)}\cdot S_{\hat{\alpha}}\right)=1-\alpha$.

- ניתן לבדוק השערות באמצעות הרב"ס.
  צריך לבדוק האם הרב"ס מכיל את הערך המבוקש לפי השערת האפס.
  אם כן – נקבל את H_0 ואם לא – נדחה אותה.

תחזית:

המטרה של קו הרגרסיה הוא ביצוע תחזיות:
<u>תחזית נקודתית</u> מחושבת על פי קו הרגרסיה שאמדנו.
נציב במקום ה- X ים ערכים נתונים ונקבל למה שווה ה- Y המנובא.

אמידת התחזית באוכלוסייה עבור ערך מסוים של X (ברגרסיה פשוטה):

$$\hat{Y}\pm t_{\left(n-2,\frac{\alpha}{2}\right)}S_u\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{\left(X_f-\bar{X}\right)^2}{\sum\left(X_i-\bar{X}\right)^2}}$$

$$S_u^2=MSE=\frac{SSE}{n-2}\qquad\sum\left(X_i-\bar{X}\right)^2=S_{XX}=(n-1)S_X^2$$

רישום הרב"ס: $p(\_\_\_\_\le Y\le\_\_\_\_)=1-\alpha$.

התחזית מדויקת יותר (שונות התחזית קטנה יותר) כאשר:

1. n (גודל המדגם) גדול יותר.
2. שונות המשתנה המסביר X גדולה יותר.
3. X_f קרוב יותר ל- $\bar{X}$.
4. האומד לשונות הטעויות – S_u, קטן יותר.

מבחן t מורכב (בחינת קשרים ליניאריים בין הפרמטרים):

משמש לבדיקת השערות העוסקות בקשרים בין הפרמטרים.

כמו למשל: $H_0:\alpha=5\beta$ או $H_0:\beta_1=2\cdot\beta_2$.

במקרים אלו נרשום את השערות האפס כך: $H_0:\alpha-5\beta=0$ ו-$H_0:\beta_1-2\cdot\beta_2=0$

ונחשב את סטטיסטי המבחן t: $t_{\hat{\alpha}-5\hat{\beta}}=\dfrac{\left(\hat{\alpha}-5\hat{\beta}\right)-0}{S_{\hat{\alpha}-5\hat{\beta}}}$ או $t_{\hat{\beta}_1-2\hat{\beta}_2}=\dfrac{\left(\hat{\beta}_1-2\hat{\beta}_2\right)-0}{S_{\hat{\beta}_1-2\hat{\beta}_2}}$.

כאשר את טעות התקן של המבחן מחשבים תוך שימוש בנוסחאות:

$$V\left(X\pm Y\right)=V\left(X\right)+V\left(Y\right)\pm 2\operatorname{cov}\left(X,Y\right)$$

$$V\left(aX\right)=a^2V\left(X\right)$$

$$\operatorname{cov}\left(aX,bY\right)=a\cdot b\cdot\operatorname{cov}\left(X,Y\right)$$

ואחר כך מוציאים לשונות שורש כדי לקבל את סטית התקן.

לשם כך יש לקבל נתונים על השונויות המשותפות של הפרמטרים (cov).

שאלות:

מובהקות מקדמי הרגרסיה:

1) חוקר רצה לבחון את השפעת ההכנסה ($INCOME$) על גובה המס (TAX) (במיליארדי $) שגובה מדינה במערב לפי המודל: $TAX_i = \alpha + \beta \cdot INCOME_i + u_i$.
לשם כך אסף נתונים מ-51 מדינות. להלן התוצאות:
$TAX_i = -0.086912 + 0.152232 \cdot INCOME_i$.
(0.08953) (0.01622).
סטיות התקן של האומדים נתונות בסוגריים.

א. מהי המשמעות הכלכלית של β ושל α?
ב. האם ההכנסה משפיעה על גודל המס? בדקו ברמת מובהקות של 5%.
ג. בדקו את ההשערה כי כאשר ההכנסה אפסית, גודל המס שונה מ-0 באוכלוסייה.
ד. בדקו את ההשערה כי ככל שההכנסה עולה כך עולה גם המס ברמת מובהקות של 5% וברמת מובהקות של 1%.
ה. בנו רווח-סמך לשיפוע הרגרסיה ברמת ביטחון של 95%.
ו. בדקו את ההשערה שתוספת של מיליארד $ להכנסה תגדיל את המס ב-0.2 מיליארד $, ברמת מובהקות של 0.05.

2) חוקר רצה לבדוק את השפעת הותק בעבודה (EXP) על השכר ($SALARY$) לפי המודל: $\ln(SALARY_t) = \alpha + \beta \cdot EXP_t + u_t$. הוא אסף 403 תצפיות, ואמד את הפרמטרים. להלן תוצאות האמידה:
$\ln(SALARY)_i = 7.334 - 0.0087 \cdot EXP_i$
(0.068) (0.0026).

א. האם קיים קשר חיובי מובהק בין ותק ללוג השכר?
ב. בדוק את ההשערה כי שיעור התשואה בשכר לשנת ותק קטנה מ: -0.9.
ג. מהי תחזית השכר עבור אדם בעל 10 שנות ותק?

3) נאמד המודל: $Y_i = \alpha + \beta_1 X_i + \beta_2 Z_i + \beta_3 W_i + \beta_4 S_i + u_i$ והתקבלו התוצאות הבאות:
$\hat{y}_i = 5.06 + 0.97x_i + 3z_i - 5.02w_i + 8.97s_i$.
(0.456) (0.42) (0.08) (0.7) (0.29).

א. האם משתנה W רלוונטי למודל? בדקו ברמת מובהקות של 0.01.
ב. בנו רווח בר סמך להשפעת X על Y.

תחזית:

4) נתונה משוואת הרגרסיה הבאה: $\hat{y}_i = 13 + 8x_{1i} + 7x_{2i} + 2x_{3i} + 9x_{4i}$.
כאשר y_i הינו סה"כ הוצאות משק בית i לחינוך לשבוע, x_{ji} הינו גילו של הילד j.
מה יהיה סה"כ הוצאות משק הבית אם גיל הילד הראשון הוא 2 שנים, של השני 4.5 שנים, השלישי הוא בן 5 ואילו הרביעי בן 8?

5) במדגם של 30 דירות המושכרות לסטודנטים ברדיוס של עד 2 ק"מ מסביב למכללה נחקר הקשר בין שכר דירה למספר הסטודנטים הגרים בדירה.
להלן תוצאות האמידה: $\hat{Y}_i = 686.207 + 233.52 \cdot X_i$.
נתון בנוסף כי:

$S_x^2 = 1.313^2$

$S_u^2 = 414.055^2$

$\bar{x} = 3$

א. חשבו אומדן נקודתי לשכר הדירה אותו ישלמו סטודנטים החולקים את הדירה עם שותף אחד בלבד.
ב. אמוד את שכר הדירה שישלמו סטודנטים החולקים את הדירה עם שותף אחד בלבד, ברמת בטחון של 95%.

t מורכב:

6) נתון המודל: $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$ שלצורך אמידתו נאספו 240 תצפיות ונתקבל ש:
$\hat{Y}_i = 5.25 + 0.96X_i$.
(0.12) (0.25).
נתון בנוסף כי: $\text{cov}\left(\hat{\alpha}, \hat{\beta}\right) = -0.003$.
יש לבדוק את ההשערה: $H_0: \alpha = 5\beta$.

7) על מנת לאמוד את פונקציית התצרוכת נאספו נתונים על 42 משקי בית בשנת 2007 ונאמדה המשוואה הבאה: $C_i = \alpha + \beta_1 \cdot W_i + \beta_2 \cdot P_i + u_i$.
להלן תוצאות האמידה של המשוואה הנ"ל:
$C_i = -107.226 + 0.743W_i + 0.561P_i$.
(0.4) (0.0678).
נתון גם ש: $\text{cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = -0.009$.
יש לבדוק את ההשערה שהנטייה השולית לצרוך (נש"צ) מתוך ההכנסה זהה לנטייה השולית לצרוך מתוך ההון.

תרגול מסכם:

8) כלכלן בנה עבור מכבי ת"א מודל החוזה את השכר שיש לשלם לשחקן כדורסל לחוזה של שנה: $\hat{Y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + u_i$.

כאשר:

Y: שכר השחקן באלפי $.

X_1: מס' נקודות שקולע השחקן בממוצע למשחק.

X_2: מס' האסיסטים שיש לשחקן בממוצע למשחק.

X_3: מס' הדקות שיושב שחקן על הספסל בממוצע למשחק.

הכלכלן דגם 34 משחקים וקיבל את התוצאות הבאות:

$\hat{Y}_i = 120 + 18X_{1i} + 8X_{2i} - 22X_{3i}$.

(2.2) (3) (4.4) (-5)

**הערכים שבסוגריים הם ערכי t.

התקבל בנוסף כי: $\text{cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = 4, \text{cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_3) = -3, \text{cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3) = -6$.

א. תנו פירוש למקדמי הרגרסיה.

ב. איזה מהמשתנים הב"ת רלוונטי למודל?

ג. בנו רב"ס למשתנים המובהקים.

ד. מייקל ג'ורדן הצטרף למכבי והוא דורש 2 מיליון $ לעונה.
ידוע כי מייקל קולע 45 נקודות בממוצע למשחק, מוסר 15 אסיסטים בממוצע למשחק ויושב 5 דקות בממוצע על הספסל. כמה צריך לשלם לו?

ה. לטענת שמעון מזרחי מס' הנקודות הממוצע שקולע שחקן למשחק צריך להשפיע פי 4 ממספר האסיסטים הממוצע שלו. האם הוא צודק?

9) כלכלן אמד את המודל הבא: $\ln(Q_i) = \alpha + \beta_1 \ln(K_i) + u_i$ שמתאר את הקשר שבין צריכת מוצר מסוים להכנסת הפרט (עקומת אנג'ל):

K - הכנסה חודשית באלפי שקלים.

Q - צריכה שנתית באלפי שקלים.

לשם כך אסף 60 נתונים והריץ רגרסיה.

התוצאות אשר קיבל הן: $\hat{\beta} = -2$, $\hat{\alpha} = 4$, $t_{\hat{\beta}} = -7$, $t_{\hat{\alpha}} = 3$, $\text{cov}(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = -0.05$

, $S_Q = 0.05$, $S_K = 1.5$.

נקודת הממוצעים הינה: (6.7,0.4).

א. הכלכלן ביקש לבדוק את ההשערה כי הגמישות במודל יחידתית ושווה ל-1-.

ב. בדקו את ההשערה כי מקדם החיתוך של קו הרגרסיה הוא כפול ממקדם השיפוע.

ג. חיים משתכר בממוצע לחודש 10,000 ₪, כמה ישקיע בצריכת המוצר בשנה?

ד. בנו רב"ס לתחזית הצריכה של חיים באוכלוסייה.

תשובות סופיות:

1) א. ראה סרטון. ב. כן. ג. אין עדות לכך. ד. יש עדות לכך.
ה. $P(0.12 \le \beta \le 0.184)=0.95$. ו. ניתן לדחות את השערת האפס.

2) א. לא. ב. אין עדות לכך. ג. $\hat{Y}=1404$.

3) א. כן. ב. $P(0.13 \le \beta \le 1.81)=0.95$.

4) 142.5 ₪ לשבוע.

5) א. 1153.247. ב. $P(282.94 \le Y_{X=2} \le 2023.55)=0.95$.

6) אין עדות לכך.

7) אין עדות לכך.

8) א. ראה סרטון. ב. כל שלושת המשתנים.
ג. $P(6 \le \beta_1 \le 30)=0.95$, $P(4.364 \le \beta_2 \le 11.636)=0.95$, $P(-30.8 \le \beta_3 \le -13.2)=0.95$.
ד. 940 אלף $. ה. כן.

9) א. אין עדות לכך. ב. יש עדות לכך. ג. 545 ₪.
ד. $P(-6.205 \le Q_i \le 7.295)=0.95$.

אקונומטריקה א

פרק 6 - מבחן F ו R בריבוע

תוכן העניינים

מבחן F ו-R בריבוע:

רקע:

מדד R^2 לטיב הרגרסיה:

מדד לפרופורציית השונות המוסברת:

$$R^2=\frac{RSS}{TSS}=1-\frac{ESS}{TSS}$$

מתבסס על הנוסחה לפירוק השונות של קו הרגרסיה:

$$TSS=RSS+ESS$$

$$\sum\left(Y_i-\bar{Y}\right)^2=\sum\left(\hat{Y}_i-\bar{Y}\right)^2+\sum e_i^2$$

תכונות R^2:

- נע בין 0 ל-1: $0\le R^2\le 1$.
  כאשר $R^2=1$ ההתאמה מושלמת ואין שום טעויות בניבוי במודל ואילו
  כאשר $R^2=0$ הכל טעות ואין שום הסבר במודל.
- אר״פ מביא למקסימום את R^2.
- לא ניתן להשוות במדד בין מודלים שבהם אין את אותו משתנה מוסבר.
- בהוספת משתנים מסבירים נוספים למודל, R^2 יכול רק לעלות או להישאר ללא שינוי. זהו למעשה החיסרון הגדול של המדד.
  כדי להתגבר על חיסרון זה קיים מדד נוסף והוא R^2_{adj} (R^2 מתוקנן):
  $$\bar{R}^2=1-\left(1-R^2\right)\frac{n-1}{n-k}$$
  K = מס' הפרמטרים במודל (כולל החותך).
- המדד המתוקנן לוקח בחשבון את מספר המשתנים הב״ת שיש במודל ויכול לרדת בהוספת משתנים למודל לכן מתקיים תמיד ש: $\bar{R}^2<R^2$.
- המדד המתוקנן – $\bar{R}^2$ עדיף על המדד – R^2 בכדי לבחון האם כדאי לנו להוסיף משתנים ב״ת למודל.

זהויות שכדאי לדעת לגבי R^2 :

במודל רגרסיה פשוטה: $y_i = \alpha + \beta x_i + u_i$ מתקיים:

1. $R^2 = r_{yx}^2$.
2. $r_{yx} = \hat{\beta}\frac{S_x}{S_y}$.
3. $R^2 = \hat{\beta}^2\frac{S_x^2}{S_y^2}$.
4. במודלים: $\begin{matrix} y_i = \alpha_1 + \beta_1 x_i + u_i \\ x_i = \alpha_2 + \beta_2 y_i + \varepsilon_i \end{matrix}$ מתקיים:
   i. הם בעלי אותו R^2.
   ii. $R^2 = \beta_1 \cdot \beta_2$.

שימו לב:

1. במודל ללא שיפוע: $y_i = \alpha + u_i$, ה- R^2 שווה ל-0 כי אין מקדם הסבר לרגרסיה.
2. במודל ללא חותך: $y_i = \beta x_i + u_i$ אין משמעות ל- R^2 כיוון שלא מתקיימת המשוואה הנורמלית הראשונה: $\sum \hat{u}_i = 0$ ולכן גם $\bar{\hat{y}} \neq \bar{y}$ ולכן גם לא מתקיים: $SST = SSR + SSE$.

מבחן F:

משמש לבדיקת:

1. הגבלות שונות המתקיימות במודל (מבחן WALD).
2. מובהקות מודל הרגרסיה כולו.

מבחן WALD:

לבדיקת השערת אפס שיש בה מספר שוויונים (במבחן t היה רק שוויון אחד בהשערת האפס).

1. אומדים את המודל המקורי – הלא-מוגבל (Unrestricted) ומקבלים את סכום ריבועי הסטיות של הטעויות $\left(\sum e_{i\,UR}^2\right)$.
2. מגדירים את כל השוויונים של השערת האפס.
3. מציבים את השוויונים של השערת האפס במודל המקורי לקבלת המודל המוגבל (Restricted).
4. אומדים את המודל המוגבל ומקבלים את סכום ריבועי הסטיות של הטעויות $\left(\sum e_{i\,R}^2\right)$.
5. חישוב הסטטיסטי: $\dfrac{\left(\sum e_{\text{מ}}^2 - \sum e_{\text{לא מ}}^2\right)/m}{\sum e_{\text{לא מ}}^2 /(n-k)} \sim F_{(m,n-k,1-\alpha)}$.

(כש- m מספר המגבלות ו- k מס' הפרמטרים במודל הלא מוגבל).

- כאשר לשתי הרגרסיות (המוגבלת והלא מוגבלת) אותו משתנה מוסבר ניתן להשתמש גם בנוסחה הבאה: $\dfrac{\left(R_{\text{לא מ}}^2 - R_{\text{מ}}^2\right)/m}{\left(1-R_{\text{לא מ}}^2\right)/(n-k)} \sim F_{(m,n-k,1-\alpha)}$.

כלל הכרעה לדחיית H_0: $F_{stat} > F_{(m,n-k;1-\alpha)}$.

אם דוחים את H_0 המסקנה היא שהמודל המקורי (הלא-מוגבל) הוא הרלוונטי ולהיפך.

מבחן F למובהקות המודל:

משמש לבדיקה האם מודל הרגרסיה שלנו לניבוי משתנה תלוי מסוים על ידי המשתנים הב"ת, מובהק באוכלוסייה.

השערות: $\begin{matrix} H_0: \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_K = 0 \\ H_1: OTHERWISE \end{matrix}$.

המודל הלא מוגבל יהיה: $Y_t = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_k X_k + u_t$ U:

המודל המוגבל יהיה: $Y_t = \alpha + u_t$ R:

מאחר ו- $R_{מ}^2 = 0$ ו- $m = k-1$:

$$F = \frac{\frac{R_U^2 - R_R^2}{m}}{\frac{1-R_U^2}{n-k}} = \frac{\frac{R_U^2}{k-1}}{\frac{1-R_U^2}{n-k}}.$$

הערה :

בדיקת מובהקות המודל ברגרסיה מרובה ניתנת לביצוע רק על ידי מבחן F מאחר ויש יותר ממגבלה אחת בהשערת האפס.

לעומת זאת בדיקת מובהקות המודל ברגרסיה חד משתנית ניתנת לביצוע גם על ידי מבחן t שכן יש רק מגבלה אחת בהשערת האפס : $F = t^2$.

לסיכום:

1. מתי נשתמש במבחן t ומתי במבחן F?
   - רק t : השערות חד צדדיות (סימן אי שוויון בהשערות).
   - t או F (כאשר : $F = t^2$) : מגבלה אחת (שוויון אחד בלבד) בהשערת האפס.
   - רק F : כאשר יש כמה מגבלות (שוויונים) בהשערת האפס.
2. מצב של סתירה בין מבחן F למבחני t :
   כאשר המודל מובהק אולם אף אחד מהשיפועים לא יוצא מובהק – בעיה של מולטיקוליניאריות חלקית במודל (מתאמים גבוהים בין המשתנים הב״ת).

שאלות:

R בריבוע:

1) דרגו את המודלים הבאים (לפי קריטריון R^2):

1. $y_i = \alpha + \beta x_{1i} + u_i$ $\quad R^2 = 0.15$.
2. $y_i = \alpha + u_i$.
3. $y_i = \beta x_{1i} + u_i$.
4. $y_i = \alpha + \beta\, x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i$.
5. $y_i = \alpha + \beta_2 x_{2i} + u_i$ $\quad R^2 = 0.20$.

2) על סמך מדגם של 100 תצפיות נאמדו המודלים הבאים:

1. $\hat{y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 x_{1i} + \hat{\beta}_2 x_{2i} + \hat{\beta}_3 x_{3i}$.
2. $\hat{y}_i = \hat{\delta}_0 + \hat{\delta}_1 x_{1i} + \hat{\delta}_2 x_{2i}$ $\quad R^2 = 0.70$.
3. $\hat{y}_i = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_2 x_{2i}$ $\quad R^2 = 0.65$.

א. שלושה חוקרים העלו טענה לגבי מקדם R^2 של משוואה מסי (1):

1. אי אפשר לדעת מהנתונים המובאים לעיל אם R^2 של משוואה (1) הוא גדול או קטן מ-0.70.
2. אי אפשר לדעת מהנתונים המובאים לעיל אם R^2 של משוואה (1) הוא גדול או קטן מ-0.65.
3. ניתן לצפות כי R^2 של משוואה (1) יהיה גדול מ-0.70.

בהתייחס לטענות החוקרים ניתן לומר:

i. רק הטענה של חוקר 1 נכונה.
ii. רק הטענה של חוקר 2 נכונה.
iii. רק הטענה של חוקר 3 נכונה.
iv. כל הטענות שגויות.

ב. חוו דעתכם על הטענות הבאות המתייחסות ל- $\bar{R}^2$:

i. ניתן לצפות ש- $\bar{R}^2$ של משוואה (1) יהיה גדול מ-0.7. נכון/לא נכון/ לא ניתן לדעת
ii. ניתן לצפות כי $\bar{R}^2$ של משוואה (2) יהיה קטן מ-0.7. נכון/לא נכון/ לא ניתן לדעת
iii. ניתן לצפות כי $\bar{R}^2$ של משוואה (3) יהיה קטן מ-0.7. נכון/לא נכון/לא ניתן לדעת

3) על סמך מדגם של 80 משפחות המונות כל אחת 4 ילדים, נאמדו המשוואות הבאות:

1. $\hat{y}_i = 5 + 2x_{1i} + 2x_{2i}$ $\quad R^2 = 0.77$.
2. $\hat{y}_i = 24 + 0.8x_{1i}$ $\quad R^2 = 0.62$.
3. $\hat{y}_i = 14 + 0.7x_{2i}$ $\quad R^2 = 0.25$.
4. $\hat{y}_i = 4 + 0.5w_i$ $\quad R^2 = 0.30$.
5. $\hat{\ln}(y)_i = 7 + 0.9x_{1i} + 0.6x_{2i}$ $\quad R^2 = 0.45$.
6. $\hat{\ln}(y)_i = 11 + 0.7x_{1i} + 0.9x_{2i} + 0.6x_{3i}$.
7. $\hat{y}_i = 13 + 8x_{1i} + 7x_{2i} + 2x_{3i} + 9x_{4i}$.

כאשר y_i הינו סה"כ הוצאות משק בית i , x_{ji} הינו גילו של הילד j , ונתון כי: $w_i = 2x_{3i} + x_{1i} - x_{2i}$.

דרגו את הרגרסיות לפי קריטריון R^2 (הימני עדיף על השמאלי).

4) נתונות שתי המשוואות הבאות: $y_i = 58 + b_1 x_i + e_{1i}$ ו- $x_i = a_2 - 0.2y_i + e_{2i}$,
כאשר: $\bar{y} = \bar{x} = 40$. למה שווה מקדם המתאם של פירסון בין X ל- Y ?

א. 0.09.
ב. 0.69.
ג. 0.3.
ד. 0.72.
ה. אף תשובה לא נכונה.

5) נתון מודל רגרסיה: $y_i = \alpha + \beta x_i + u_i$.
הוכיחו כי: $SST = SSR + SSE$.

מבחן F:

6) נאמד המודל: $Y_t=\alpha+\beta_x X_t+\beta_z Z_t+\beta_w W_t+\beta_s S_t+u_t$ והתקבל

כי: $\sum e^2=620.1683$ וכי: $R^2=0.99$.

הועלתה ההשערה כי ההשפעה על Y של משתנה S היא פי 3 מזו של משתנה Z, וכן כי החותך הוא 5.

א. מהי השערת האפס?

ב. מהו המודל המוגבל שאותו צריך לאמוד?

מאמידת המודל המוגבל התקבל כי: $\sum e^2=623.99$ וכי: $R^2=0.99$.

ג. חשב את הסטטיסטי של WALD.

ד. כמה דרגות חופש יש במונה וכמה במכנה?

ה. האם דוחים או מקבלים את השערת האפס?

7) במדגם של 82 תצפיות התקבל: $y_i=12+3x_{1i}+4x_{2i}+e_i$ $R^2=0.73$.

א. בחנו את ההשערה כי: $\begin{matrix} H0:\beta_2=0 \\ H1:\beta_2\neq 0 \end{matrix}$.

כאשר נתון כי לאחר אמידת המודל המוגבל התקבל כי: $R^2=0.6$.

ב. חשבו את $S_{\hat{\beta}_2}$.

8) על מנת לאמוד את פונקציית התצרוכת נאספו נתונים על 42 משקי בית בשנת 2007 ונאמדה המשוואה הבאה: $C_i=\alpha+\beta_1\cdot W_i+\beta_2\cdot P_i+u_i$.

מתוצאות האמידה של המשוואה הנ"ל התקבל כי: $\sum e^2=52968$.

על מנת לבדוק את ההשערה שהנטייה השולית לצרוך (נש"צ) מתוך ההכנסה זהה לנטייה השולית לצרוך מתוך ההון נאמדה גם המשוואה הבאה: $C_i=\alpha+\beta_1\cdot Y_i+u_i$ כאשר: $Y_i=$ סה"כ ההכנסה של משק בית t (W_i+P_i).

התקבל: $\sum e^2=54156$.

א. בדקו את ההשערה.

ב. חשבו את סטטיסטי t לבדיקת ההשערה.

מבחן F למובהקות המודל:

9) נתון המודל: $y=A\dfrac{x_{1i}^{\beta_1}}{x_{3i}^{\beta_3}}e^{\beta_2 x_2}e^{u_i}$.

באמידת מדגם של 58 נבדקים התקבל: $R^2=0.56$.

האם המודל מובהק?

תרגול מסכם:

10) נאמדו חמשת המודלים הבאים על 70 תצפיות:

1. $ESS=130 \quad I_i=12+0.13\cdot \exp_i+0.08\cdot scl_i+2\cdot workh_i+u_i$.
2. $ESS=150 \quad I_i=11+0.1\cdot scl+0.1\cdot workh_i+u_i$.
3. $ESS=151 \quad I_i=9+0.22\cdot scl+u_i$.
4. $ESS=152 \quad I_i=15+0.15\cdot workh_i+u_i$.
5. $ESS=200 \quad I_i=25+u_i$.

המשתנה המוסבר הוא הכנסה מעבודה (I) והמשתנים המסבירים שבחנו הם מספר שנות הלימוד (scl), מספר שעות עבודה ($workh$) וותק בעבודה (exp)
הערה: הניחו כי ערך F הקריטי הוא 4.

א. האם לשעות עבודה ($workh$) ישנה השפעה מובהקת על ההכנסה במשוואה 2?
ב. האם לשנות לימוד ישנה השפעה מובהקת על ההכנסה במשוואה 2?
ג. האם רגרסיה 2 מובהקת? (בחנו האם יש הסבר במודל 2), כיצד זה מסתדר עם תשובתכם ל-א' ו-ב'.
ד. האם השפעת הוותק יכול להיות 0.15?
ה. כלכלן נוסף הציע להריץ את המודל:
$I_i+\exp_i=2-3(scl_i-workh_i)+u_i \ , \ ESS=145$.
איזו השערה ניתן לבחון באמצעות מודל זה?
כמה דרגות חופש יש לסטטיסטי שנקבל? בחנו אותה.

11) על סמך מדגם של 40 תצפיות נאמדו המשוואות הבאות:

1. $y_i=2+3X_{1i}+4X_{2i}+e_i \quad R^2=0.76$.
2. $y_i=3+5D_i+e_i \quad R^2=0.60$.
3. $D_i=0.2X_{1i}+X_{2i}$.

כאשר Y הינו הציון בתואר ראשון, X_1 ציוני הבגרות ו-X_2 ציוני הפסיכומטרי.

א. בדקו את ההשערה כי ציוני הבגרות וציוני הפסיכומטרי ביחד לא משפיעים על ציוני תואר ראשון.
ב. בדקו את ההשערה כי רגרסיה 2 מובהקת.
ג. איזה השערה ניתן לבדוק באמצעות רגרסיה 1 ו-2?

12) על סמך מדגם של 80 משפחות המונות כל אחת 4 ילדים, נאמדו המשוואות הבאות:

1. $\hat{y}_i = 5 + 2X_{1i} + 2X_{2i}$ $R^2 = 0.6$.
2. $\hat{y}_i = 11 + 0.9x_{2i} + 0.6x_{3i}$ $R^2 = 0.45$.
3. $\hat{y}_i = 13 + 8x_{1i} + 7x_{2i} + 2x_{3i}$ $R^2 = 0.78$.

כאשר y_i הינו סה״כ הוצאות משק בית i , x_{ji} הינו גילו של הילד j .

חשבו את האומדן לסטיית התקן של המקדם X_3 ברגרסיה 3.

13) נתון המודל: $y_i = AX_{1i}^{\beta_1} e^{\beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i}} e^{u_i}$.

א. מהי המשוואה לאמידת המקדמים של המודל?

ב. מה המודל המוגבל עבור ההשערה: $\beta_1 = 2\beta_3$; $\beta_2 = 3\beta_3$.

ג. מהן דרגות החופש במונה ובמכנה?

ד. רשמו את הנוסחה לחישוב סטטיסטי המבחן.

14) המודל הבא מתאר את פונקציית הייצור של מוצר P :

$\ln(P_i) = \alpha + \beta_S \ln(S_i) + \beta_J \ln(J_i) + \varepsilon_i$.

כאשר S ו- J הן שתי התשומות בייצור (S = תשומת ההון ו- J = תשומת העבודה).

מהו המודל המוגבל המתאים לבדיקת ההשערה כי פונקציית הייצור מקיימת תק״ל (תשואה קבועה לגודל)?

תשובות סופיות:

1) $4>5>1=3>2$.

2) א. iii.   ב. i. לא ניתן לדעת.   ii. נכון.   iii. נכון.

3) 7 , 1 , 2 , 4 , 3 ובאופן נפרד: 6 , 5.

4) ג'.

5) הוכחה.

6) א. $H_0: \alpha=5\,,\ \beta_s=3\beta_z$.   ב. $Y_t-5=\beta_x X_t+\beta_z\left(Z_t+3S_t\right)+\beta_w W_t+u_t$.
ג. $F=0.6145$.   ד. מונה: 2 , מכנה: 199.   ה. מקבלים.

7) א. יש עדות לכך.   ב. $S_{\hat{\beta}_2}=0.645$.

8) א. אין עדות לכך.   ב. $t=0.934$.

9) יש עדות לכך.

10) א. אין עדות לכך.   ב. אין עדות לכך.   ג. יש עדות לכך.
ד. כן.   ה. $H0;\ \beta_{\exp}=-1\,;\ \beta_{work}=-\beta_{scl}$.

11) א. יש עדות לכך.   ב. יש עדות לכך.   ג. $\beta_1=0.2\beta_2$.

12) $S.E=0.25$.

13) א. $\ln\left(y_i\right)=\ln\left(A\right)+\beta_1\ln\left(X_{1i}\right)+\beta_2X_{2i}+\beta_3X_{3i}+u_i$.
ב. $\ln\left(y_i\right)=\ln\left(A\right)+\beta_3\left(\ln\left(X_{1i}\right)+3X_{2i}+X_{3i}\right)+u_i$.
ג. מונה: $m=2$, מכנה: $n-k=n-4$.
ד. $F=\dfrac{\dfrac{R_U^2-R_R^2}{m}}{\dfrac{1-R_U^2}{n-k}}$.

14) $\ln\left(\dfrac{P_i}{S_i}\right)=\alpha+\beta_J\ln\left(\dfrac{J_i}{S_i}\right)+\varepsilon_i$.

אקונומטריקה א

פרק 7 - שינוי יחידות מדידה

תוכן העניינים

שינוי יחידות מדידה:

רקע:

טרנספורמציה ליניארית: הוספה/החסרה של קבוע ו/או הכפלה/חילוק של קבוע של אחד או שני המשתנים (התלוי והב"ת).

- טרנספורמציה ליניארית של המשתנים לא תשפיע על: R^2, F, $t_{\hat{\beta}}$ ו- PF.

השינויים מסוכמים בטבלה הבאה:

	$\hat{\beta}'$	$\hat{\alpha}'$	$S_{\hat{\beta}}$	$S\hat{\alpha}$
הוספת קבוע ל- X: $Y=\alpha'+\beta'(X+d)+v$	$\hat{\beta}'=\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}'=\hat{\alpha}-\hat{\beta}d$	$s_{\hat{\beta}'}=s_{\hat{\beta}}$	$s_{\hat{\alpha}'}\neq s_{\hat{\alpha}}$
הוספת קבוע ל- Y: $Y+d=\alpha'+\beta'X+v$	$\hat{\beta}'=\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}'=\hat{\alpha}+d$	$s_{\hat{\beta}'}=s_{\hat{\beta}}$	$s_{\hat{\alpha}'}=s_{\hat{\alpha}}$
הכפלת X **פי קבוע:** $Y=\alpha'+\beta'(dX)+v$	$\hat{\beta}'=\frac{\hat{\beta}}{d}$	$\hat{\alpha}'=\hat{\alpha}$	$s_{\hat{\beta}'}=\frac{s_{\hat{\beta}}}{d}$	$s_{\hat{\alpha}'}=s_{\hat{\alpha}}$
הכפלת Y **פי קבוע:** $dY=\alpha'+\beta'X+v$	$\hat{\beta}'=d\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}'=d\hat{\alpha}$	$s_{\hat{\beta}'}=ds_{\hat{\beta}}$	$s_{\hat{\alpha}'}=ds_{\hat{\alpha}}$

- $t_{(\hat{\beta}'=0)}=t_{(\hat{\beta}=0)}$ תמיד.
- $t_{(\hat{\alpha}'=0)}=t_{(\hat{\alpha}=0)}$ רק בהכפלות.

שאלות:

1) חוקר ביקש לאמוד את הקשר בין שכר ב-₪ (*MWAGE*) לבין שנות לימוד (*SCL*) באמצעות 2 מודלים שונים.

להלן תוצאות האמידה:

א. $MWAGE_t = 139.54 + 118.62 \cdot SCL_t$.

ב. $MWAGE_t = -1445.08 + 1239.60 \cdot LN\left(SCL\right)_t$.

חשבו מחדש את מקדמי הרגרסיה וסטטיסטי המבחן F בכל אחד מהמודלים כתוצאה:

1. התברר כי נעשה טעות בחישוב מספר שנות הלימוד, ויש צורך להוסיף 20% למשתנה המקורי.
2. התברר כי הקשר בין שכר לשנות לימוד הוא ריבועי ולכן יש צורך להעלות את המשתנה המקורי של מספר שנות הלימוד בריבוע.

2) בהמשך לנתוני השאלה לדוגמא מהפרק החמישי:

החוקר טען כי יש לבדוק את הקשר בין שכר לוותק ע"י שימוש בשכר נטו (*NET*) ולא בשכר ברוטו (*SALARY*). (קיים שיעור מס קבוע של 20%).

המודל הוא: $\ln\left(NET_t\right) = \alpha' + \beta' \cdot EXP_t + v_t$.

מה יהיו ערכי האומדים, סטיות התקן שלהם וטיב ההתאמה באמידת מודל זה?

תשובות סופיות:

1) 1. א. $\hat{\alpha}' = \alpha = 139.59$, $\hat{\beta}' = 98.85$, סטטיסטי F לא משתנה.

ב. $\hat{\alpha}' = -1671$, $\hat{\beta}' = 1239.6$, סטטיסטי F לא משתנה.

2. לא ניתן לדעת.

2) $S_{\hat{\alpha}'} = S_{\hat{\alpha}} = 0.0688935$, $S_{\hat{\beta}'} = S_{\hat{\beta}} = 0.0026235$, $\hat{\alpha}' = 7.11161$, $\hat{\beta}' = \hat{\beta} = -0.00874$,

$R^2 = 0.0269$.

אקונומטריקה א

פרק 8 - המודל הריבועי

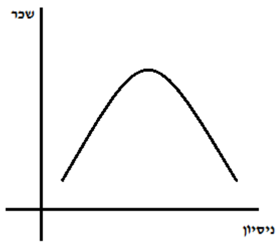
תוכן העניינים

המודל הריבועי:

רקע:

משמש עבור משתנים שתרומתם לניבוי המשתנה התלוי איננה ליניארית אלא פרבולית עם נקודת מינימום או מקסימום.

למשל:



מודל הרגרסיה הריבועית מניח כי בשלב מסוים התרומה השולית משנה את סימנה (מחיובי לשלילי או משלילי לחיובי).

המודל הריבועי: $Y_i = \alpha + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + u_i$.

התרומה השולית של X בניבוי Y: $\frac{dy}{dx} = \beta_1 + 2\beta_2 X_i$.

התרומה השולית במקרה זה <u>איננה קבועה אלא תלויה ב-X</u>.

הנגזרת מתאפסת בנקודה: $X^* = -\frac{\beta_1}{2\beta_2}$.

אם β_2, המקדם של X^2, הוא <u>חיובי</u>: מדובר <u>בנקודת מינימום</u> שעד אליה התרומה השולית שלילית וממנה ואילך חיובית.

אם β_2, המקדם של X^2, הוא <u>שלילי</u>: מדובר <u>בנקודת מקסימום</u> שעד אליה התרומה השולית חיובית וממנה ואילך שלילית.

שאלות:

1) במחקר על השפעת הגיל על מספר הדקות שפרט משוחח בטלפון הנייד נאמד המודל הבא: $Y_i = \beta_0 + \beta_1 A_i + \beta_2 A_i^2 + u_i$.
מה צריכים להיות סימני המקדמים שייתנו את התוצאה הבאה:
בגילאים מבוגרים ובגילאים צעירים מדברים יותר מאשר בגילאי הביניים?

2) חוקר החליט להשוות בין שני מודלים:
מודל רגרסיה פשוטה של X = הוצאות פרסום (באלפי שקלים לשנה)
על Y = ציון לחוזק המותג (בציון 0-10).
מודל רגרסיה מרובה הכולל בנוסף את המשתנה X^2 = הוצאה עבור פרסום בריבוע.

א. תארו את המודל באופן אלגברי.

להלן תוצאות האמידה של המודלים על סמך מדגם של 33 חברות:

1. $S_{\hat{\beta}} = 0.097$, $\hat{Y}_i = 22.163 + 0.363X_i$ $R^2 = 0.4676$.

2. $S_{\hat{\beta}_2} = 0.002$, $S_{\hat{\beta}_1} = 0.37$, $\hat{Y}_i = 7.059 + 1.085X_i - 0.004X_i^2$ $R^2 = 0.53$.

ב. מהו גודל השינוי השולי בכל אחד מהמודלים?
אמדו את גודלו והסבירו את משמעותו.

ג. איזה מודל עדיף? מהם המבחנים הסטטיסטיים המתאימים? בצעו אותם.

ד. בדקו האם לאחר רמת הוצאה מסוימת כבר לא משתלם לפרסם.

3) בכדי לאמוד את הקשר בין הישגיהם של תלמידים שסיימו את בית הספר התיכון באמצעות ציון של מבחן כניסה לאוניברסיטה (G שנמדד בנקודות) לגודל בית הספר (HS שנמדד במאות תלמידים) נאמד מודל ריבועי על בסיס מדגם של 400 תלמידים מתוך כלל התלמידים שניגשו לבחינת הכניסה.
להלן המשוואה הנאמדת (סטיות התקן נתונות בסוגריים):

$$\hat{G} = \underset{(6.20)}{997.8} + \underset{(3.99)}{19.81}HS - \underset{(0.55)}{2.13}HS^2 \quad , \quad R^2 = 0.076.$$

א. הסבירו את המשמעות של המודל הריבועי (לווה את תשובתך בחישוב של הגודל האופטימאלי של בית הספר ובתיאור גרפי של המודל).

ב. מה יהיה השינוי במבחן בין תלמיד שלמד בבית ספר עם 300 תלמידים לבין תלמיד שלמד בבית ספר עם 330 תלמידים?

ג. מה יהיה הגודל האופטימאלי של בית הספר בהנחה שהמשתנה HS נמדד בעשרות תלמידים ולא במאות תלמידים?

ד. האם מספר התלמידים בריבוע תורם להסבר של המודל? נסח את ההשערה ובדוק אותה.

ה. הועלתה הטענה כי המודל איננו מצליח כלל להסביר את התנהגות הציונים במבחן. נסח את ההשערה המתאימה ובדוק אותה.

תשובות סופיות:

1) $\beta_1 < 0\ ;\ \beta_2 > 0$.

2) א. המודל הליניארי הפשוט: $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$.

המודל הריבועי: $Y_i + \alpha + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + u_i$.

ב.1. גודל השינוי הוא β, האומד הינו: $b = 0.363$.

2. גודל השינוי הוא: $\beta_1 + 2\beta_2 X_i$, האומד הינו: $1.085 - 0.008 \cdot X_i$.

ג. המודל הריבועי עדיף עפ"י מבחנים t ו-WALD.

ד. בשלב מסוים השינוי השולי הופך מחיובי לשלילי.

3) א. ראה סרטון.

ב. השינוי יהיה: 1.278 נקודות.

ג. $X^*{}' = 46.5$.

ד. כן.

ה. יש עדות לכך.

אקונומטריקה א

פרק 9 - מבחן 1 ללא פלטים

תוכן העניינים

מבחן 1 ללא פלטים:

שאלות:

לשם חישובים הנח כי ערך t הינו 2 וערך F הינו 4.

1) הנח כי הקשר באוכ' בין X ל-Y נתון על ידי המשוואה הבאה: $Y_t = \beta \cdot X_t + U_t$, כאשר כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.

נתון האומד: $\tilde{\beta} = \frac{\sum Y_t}{S_{XX}}$.

א. האם האומד ליניארי?

ב. האם האומד חסר הטיה?

ג. אומד זה יעיל פחות מאומד הריבועים הפחותים. נכון/ לא נכון/ אי אפשר לדעת

ד. האם אומד זה הוא blue?

ה. אומד $\tilde{\beta}$ מוגדר רק כאשר $S_X^2 \neq 0$. נכון/ לא נכון/ אי אפשר לדעת

ו. חשבו את השונות של $\tilde{\beta}$ עבור מודל שבו $\alpha \neq 0$.

ז. שונות האומד (שחושבה בסעיף הקודם) הינה גדולה משונות המודל הנתון. נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

2) על סמך מדגם של 60 משפחות שלכל אחת 3 ילדים נאמדו המשוואות הבאות:

1. $y_i = 15 + 0.7x_{1i} + 0.35x_{2i} + 0.20x_{3i}$ $\quad R^2 = 0.85$.

2. $y_i = 2 + 0.1z_i$ $\quad R^2 = 0.25$.

3. $z_i = x_{1i} - x_{2i} + 2x_{3i}$.

כאשר y_i הינן הוצאות משק הבית על חינוך הילדים ואילו x_{ji} הינו גילו של הילד j.

א. ההשערה שניתן לבדוק באמצעות המשוואות הנתונות הינה:

i. $HO: \beta_1 = \beta_2; \beta_1 = 2\beta_3$.

ii. $HO: \beta_1 = -\beta_2 = 2\beta_3$.

iii. $HO: \beta_2 = -\beta_1; \beta_3 = 2\beta_1$.

iv. לא ניתן לדעת.

ב. סטטיסטי המבחן שניתן לבדוק באמצעות המשוואות הנתונות שווה בקירוב ל:

i. 56.

ii. 57.

iii. 112.

iv. 74.66.

3) כלכלן הציע את המודלים הבאים:

1. $y_i = \beta_1 \ln(x_i) + \beta_2 \ln(0.5x_i) + u_i$.
2. $y_i = \beta_1 \ln(x_i) + \beta_2 \ln(x_i^{0.5}) + u_i$.

האם ניתן לאמוד את המודלים בשיטת OLS?

א. אין בעיה לאמוד את שני המודלים.
ב. לא ניתן לאמוד את המודל הראשון בלבד.
ג. לא ניתן לאמוד את המודל השני בלבד.
ד. לא ניתן לאמוד את שני המודלים.

4) כלכלן אמד את המודל הבא: $y_i = \alpha_0 + \alpha_1 \ln(x_i) + u_i$,
וקיבל את האומדנים: $\hat{\alpha}_0 = 10$ ו- $\hat{\alpha}_1 = 6$.
על אותו המדגם אמד חברו את המודל הבא: $y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln(x_i^2) + u_i$.
מכאן ש:

א. $\hat{\beta}_0 = 5$ ו- $\hat{\beta}_1 = 3$.
ב. $\hat{\beta}_0 = 10$ ו- $\hat{\beta}_1 = 3$.
ג. $\hat{\beta}_0 = 5$ ו- $\hat{\beta}_1 = 6$.
ד. כל התשובות שגויות.

5) על סמך מדגם של 95 תצפיות נאמד המודל הבא:

$$y_i = 2 + \underset{(2)}{0.5}x_{1i} + \underset{(1)}{0.3}x_{2i} \qquad R^2 = 0.73$$

הערכים שבסוגריים הם סטיות התקן של המקדמים.

א. בדוק האם המודל מובהק.
ב. בדוק האם מקדמי השיפוע מובהקים.
ג. מה תוכל להסיק מסעיפים א ו-ב?

6) על סמך מדגם של 52 תצפיות נאמדו המשוואות הבאות:

1. $y_i = 4 + 0.1x_{1i} + 0.8x_{2i} \qquad R^2 = 0.84$.
2. $y_i = 2 + 0.8x_{1i} \qquad R^2 = 0.7$.
3. $y_i = 7 + 0.23x_{2i} \qquad R^2 = 0.25$.
4. $y_i = 3 + 0.23z_i \qquad R^2 = 0.55$.

כאשר x_{1i} ו- x_{2i} הם השכלת הבעל והאישה בהתאמה במשפחה i ו- y_i הכנסת משק בית i. כמו כן נתון כי: $z_i = x_{1i} + 2.2x_{2i}$.

א. בדוק את ההשערה כי להשכלה אין השפעה על הכנסות המשפחה
ב. איזה השערה ניתן לבדוק תוך שימוש במשוואות (1) ו-(4)? בדוק אותה.
ג. חשב את סטית התקן של המקדם x_{1i} ברגרסיה (1).

7) חוקר מעוניין לאמוד את המודל: $y_i = \alpha + u_i$.
א. חשב את נוסחת אומד הריבועים הפחותים ל- α על ידי פתרון בעיית המינימיזציה של סכום ריבועי הסטיות.
ב. חשב את נוסחת שונותו של האומד.

8) על סמך מדגם של 45 תצפיות נאמדו המודלים הבאים:
1. $y_i = 5.4 + 1.2x_{2i} + 4.4x_{3i} + u_i \quad R^2 = 0.75$.
2. $y_i = 6.3 + 5.8x_{3i} + u_i \quad R^2 = 0.65$.
3. $y_i = 5.7 + 1.2x_{2i} + u_i \quad R^2 = 0.70$.
4. $y_i = 3.9 + 3.4\ln(x_{2i}) + u_i \quad R^2 = 0.56$.
5. $\ln(y_i) = 2.4 + 1.8x_{2i} + 2.7x_{3i}^2 + 4.2x_{4i}^2 + u_i$.
6. $y_i = 1.3 + 3.1x_{2i} + 0.5x_{3i} + 4.8x_{4i}^2 + 1.5x_{5i}^2 + u_i$.

א. דרג את הרגרסיות על פי מדד ההסבר (מהנמוך לגבוה)
ב. בדוק את ההשערות של משתנים X_2 ו- X_3 ביחד אין השפעה על Y במודל (1).
ג. בדוק בהסתמך על מודל (2) האם המשתנה X_2 מובהק ברגרסיה (1).
ד. ברגרסיה (1) נתונים כעת אומדי הטעויות הסטנדרטיות (סטיות התקן) של מקדמי X_2 ו- X_3 0.5 ו-2.5 בהתאמה. בדוק עבור כל אחד מהמקדמים הנ"ל האם מובהק ומה אפשר ללמוד מרגרסיה (1).
ה. איזו השערה ניתן לבדוק תוך שימוש במשוואות (6) ו-(3)?

תשובות סופיות:

1) א. לינארי. ב. מוטה. ג. אי אפשר לדעת. ד. לא.
ה. נכון. ו. $V\left(\tilde{\beta}\right)=\frac{n\sigma^2}{S^2{}_{XX}}$. ז. לא נכון.
2) א. iii. ב. iii.
3) ד'.
4) ב'.
5) א. מובהק. ב. לא מובהקים. ג. קיימת בעיה מולטיקולינאריות חלקית.
6) א. מובהק. ב. $\beta_2=2.2\beta_1$. ג. $S.E=0.00743$.
7) ראה סרטון.
8) א. $6>1>3>2>4$. ב. יש עדות לכך. ג. יש עדות לכך.
ד. X_2 מובהק, X_3 אינו מובהק. ה. $HO:\beta_2=\beta_4=\beta_5=0$.

אקונומטריקה א

פרק 10 - מבחן 2 ללא פלטים

תוכן העניינים

מבחן 2 ללא פלטים:

שאלות:

אם לא נאמר אחרת בנתוני השאלה, התבסס על ההנחות הבאות:

1. ערך t קריטי הוא 2.
2. ערך F קריטי הוא 4.

1) הנח כי הקשר באוכלוסייה בין X לבין Y נתון ע"י המשוואה הבאה: $\sqrt{y_i} = \beta \ln(x_i) + u_i$.
נתון גם כי עבור המודל הנ"ל כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.
כלכלן הציע את האומד הבא עבור β: $\hat{\beta} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\sqrt{y_i}\ln(x_i)}{\sum \ln(x_i)^2}$.

א. מהי הטענה הנכונה:
i. האומד חסר הטיה ובעל שונות מינימאלית.
ii. האומד מוטה.
iii. האומד לא ליניארי.
iv. האומד מוטה אך יש לו שונות נמוכה מאומד OLS.
v. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

ב. שונות האומד הוא:
i. $\frac{\sigma^2}{\sum [\ln(x_i)]^2}$.
ii. $\sigma^2 \sum (\frac{\sqrt{y_i}}{\ln(x_i)})^2$.
iii. $\frac{\sigma^2}{\sum \ln(x_i)}$.
iv. לא ניתן לחשב את האומד שכן הוא לא ליניארי.
v. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

ג. מה בהכרח מתקיים עבור אומד זה:

i. $\sum_{i=1}^{n}[\frac{\ln(x_i)}{\sum[\ln(x_i)]^2}\times\ln(x_i)]=1$.

ii. $\sum_{i=1}^{n}\frac{\ln(x_i)}{\sum[\ln(x_i)]^2}=0$.

iii. $\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\sum\ln(x_i)^2}=1$.

iv. $\sum_{i=1}^{n}[\frac{\ln(x_i)}{\sum\ln(x_i)^2}\times\ln(x_i)]=0$.

v. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

2) נתונים שני מודלים:

1. $\ln(y_i)=\alpha+\beta_1\ln(x_i)+\beta_2\ln(x_i{}^2)+u_i$.
2. $y_i=\alpha+\beta_1x_i+\beta_2x_i{}^2+u_i$.

להלן שלוש טענות:

1. במודל 1 יש מולטיקוליניאריות מושלמת ולכן הוא לא ניתן לאמידה בשיטת OLS.
2. במודל 2 יש מולטיקוליניאריות מושלמת ולכן הוא לא ניתן לאמידה בשיטת OLS.
3. במודל 1 יש מולטיקוליניאריות חלקית ולכן הוא ניתן לאמידה בשיטת OLS.

א. רק טענה 1 נכונה.
ב. רק טענה 2 נכונה.
ג. רק טענות 2 ו-3 נכונות.
ד. רק טענה 3 נכונה.
ה. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

3) אסף הוא כלכלן צעיר שמתעניין מאוד בביתר ירושלים. לאור אכזבות חוזרות ונשנות להבאת שחקנים טובים. החליט אסף לפנות למאמן הקבוצה ולהסביר לו את הפרמטרים החשובים לשחקן כדורגל.
אסף הריץ את הרגרסיה הבאה: $\hat{y}_i=\alpha+\beta_1\cdot x_{1i}+\beta_2\cdot x_{2i}+\beta_3\cdot x_{3i}$ על סמך 500 תצפיות וקיבל את התוצאות הבאות:

$\hat{y}_i=10+2\cdot x_{1i}+1.5\cdot x_{2i}+2.5\cdot x_{3i}$,

$S^2{}_u=10$, $S_{\hat{\alpha}}=3$, $S_{\hat{\beta}1}=0.5$, $S_{\hat{\beta}2}=0.75$, $S_{\hat{\beta}3}=1$,

$\text{cov}(\beta_3,\beta_2)=-3$, $\text{cov}(\beta_1,\beta_3)=1$, $\text{cov}(\beta_1,\beta_2)=-0.6$.

כאשר:

y - טיב השחקן (על סמך דירוג הפרשנים).

x_{1i} - מהירות השחקן.

x_{2i} - קשיחות השחקן.

x_{3i} - הרמה הטכנית של השחקן.

א. מהו רווח בר סמך ל- β_1 והאם היא מובהקת?

i. $[1,3]$, לכן ה- β_1 מובהקת.

ii. $[1.5,2.5]$, לכן ה- β_1 מובהקת.

iii. $[1,3]$, לכן ה- β_1 לא מובהקת.

iv. $[1.5,2.5]$, לכן ה- β_1 לא מובהקת.

v. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

ב. המאמן טוען כי השפעת הרמה הטכנית על טיב השחקן היא כפולה מזו של הקשיחות. T סטטיסטי לבחינת ההשערה הוא (מעוגל ובערך מוחלט):

i. 0.128.

ii. 1.255.

iii. 0.125.

iv. 0.156.

v. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

4) על סמך מדגם של 50 תצפיות נאמדו המשוואות הבאות:

1. $\hat{Y}_i = 2+4X_{1i}+2X_{2i}{}^2-4X_{3i}$ $R^2=0.70$.

2. $\hat{Y}_i = 4+5X_{1i}-2X_{3i}$ $R^2=0.65$.

3. $\hat{X}_{2i} = 3+5.2Y_i$ $R^2=0.40$.

4. $\hat{Y}_i = 5+2X_{1i}-1.2X_{2i}$.

מה ניתן לדעת על R^2 ברגרסיה (4)?

א. $R^2 > 0.4$.

ב. לא ניתן לדעת.

ג. $R^2 > 0.65$.

ד. $R^2 < 0.7$.

ה. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

5) על סמך מדגם בגודל 30 תצפיות אמדו יצחק וטל את המודל הבא: $Y_i = \beta \cdot X_i + u_i$ והתקבל: $\hat{Y}_i = 3X_i$ $R^2 = 0.75$.
כעת הגיע מנדי (כלכלן חדש) והציע את המודל הבא: $Y_i = \alpha + \beta \cdot X_i^2 + u_i$.
מה ניתן להסיק על R^2 של המודל החדש על סמך R^2 של המודל המקורי?
א. לא ניתן להסיק על R^2 של המודל החדש על סמך R^2 של המודל המקורי.
ב. $R^2 > 0.75$.
ג. $R^2 = 0.75$.
ד. $R^2 < 0.75$.
ה. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

6) ערן החליט לבדוק את אהבת הסטודנטים לאקונומטריקה א'. לכן הריץ רגרסיה בה בדק השפעת שעות הלימוד של הסטודנט על הציון בבחינה.
ערן החליט לאמוד את המודל הבא: $y_i = \alpha + \beta x_i + u_i$.
לשם כך ערן אסף 51 תצפיות והריץ רגרסיה.
התוצאות אשר קיבל הן: $\hat{\alpha} = 1,\ \hat{\beta} = 5$.
מספר סטודנטים קטני אמונה, טענו כי ההשפעה של שעת לימוד על הציון צריכה להיות 3 (ולא יותר). הם בדקו זאת ע"י בחינת T סטטיסטי וקיבלו $T = 1$.
כמו כן ידוע כי השונות של X היא 10. מכאן סכום הטעויות בריבוע הינו:
א. 98,000.
ב. 49,000.
ג. 24,500.
ד. אין מספיק נתונים כדי לפתור את השאלה.
ה. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

7) נתון המודל הבא: $y_i = \beta_1 \cdot x_{1i} + \beta_2 \cdot x_{2i} + u_i$ במודל זה בהכרח מתקיים:
א. $\sum (x_{1i} + x_{2i})e_i = 0$.
ב. $\sum (1 + x_{1i} + x_{2i})e_i = 0$.
ג. $\sum (1 + x_{1i})e_i = 0$.
ד. $\sum e_i = 0$.
ה. כל התשובות האחרות לא נכונות.

8) נתון המודל: $Y_i = AX_{1i}^{\beta_1} X_{2i}^{\beta_2} X_{3i}^{\beta_3} e^{\beta_4 X_{4i}^3} X_{5i} e^{u_i}$ שהורץ על המדגם בן 45 תצפיות.
מהי המשוואה לאמידת המקדמים של המודל?

א. $\ln(\frac{y_i}{x_5}) = \alpha + \beta_1 \ln(x_{1i}) + \beta_2 \ln(x_{2i}) + \beta_3 \ln(x_{3i}) + \beta_4 X_{4i}^3 + u_i$.

ב. $\ln(\frac{y_i}{K5}) = \alpha + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + 3x_{4i} + u_i$.

ג. $\ln(y_i) - \ln(x_{5i}) = \alpha + \beta_1 \ln(x_{1i}) + \beta_2 \ln(x_{2i}) + \beta_3 x_{3i} + \beta_4 x_{4i} + u_i$.

ד. $\ln(\frac{y_i}{x_5}) = \alpha + \beta_1 \ln(x_{1i}) + \beta_2 \ln(x_{2i}) + \beta_3 \ln(x_{3i}) + \beta_4 \ln(X_{4i}^3) + u_i$.

ה. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

9) נתון המודל: $Y_i = \alpha + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + u_i$.

א. מהו המודל המוגבל עבור ההשערה: $\beta_1 = \beta_2 + 1 , \beta_3 = 2$?

i. $Y_i - x_{1i} - 2x_{3i} = \alpha + \beta(x_{1i} + x_{2i}) + u_i$.

ii. $Y_i - x_{1i} + 2x_{3i} = \alpha + \beta(x_{1i} + x_{2i}) + u_i$.

iii. $Y_i - 2x_{3i} = \alpha + \beta(x_{1i} + x_{2i} + 1) + u_i$.

iv. $Y_i + 2x_{3i} = \alpha + \beta(x_{1i} + x_{2i} + 1) + u_i$.

v. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

ב. מהו סטטיסטי המבחן?

i. רק מבחן $\frac{\left(\sum e_{\text{מ}}^2 - \sum e_{\text{ל"מ}}^2\right)/m}{\sum e_{\text{ל"מ}}^2 /(n-k)}$.

ii. רק מבחן $\frac{R^2/(k-1)}{\left(1-R^2\right)/\left(n-k\right)}$.

iii. רק מבחן $\frac{\left(R_{\text{ל"מ}}^2 - R_{\text{מ}}^2\right)/m}{\left(1-R_{\text{ל"מ}}^2\right)/(n-k)}$.

iv. מבחנים $\frac{\left(R_{\text{ל"מ}}^2 - R_{\text{מ}}^2\right)/m}{\left(1-R_{\text{ל"מ}}^2\right)/(n-k)}$ או $\frac{\left(\sum e_{\text{מ}}^2 - \sum e_{\text{ל"מ}}^2\right)/m}{\sum e_{\text{ל"מ}}^2 /(n-k)}$.

v. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

10) על סמך מדגם של 50 תצפיות נאמדו המשוואות הבאות:

1. $\hat{Y}_i = 3 + 45.X_{1i} + 5X_{2i}$, $R^2 = 0.65$.
2. $\hat{Y}_i = 5.2X_{1i}$, $R^2 = 0.30$.
3. $\hat{Y}_i = 4.5 + 5.9X_{1i}$, $R^2 = 0.40$.

בדוק את ההשערה שהשפעת המשתנה X_2 מובהקת ברגרסיה (1), ומהו סטיית התקן של β_2.

א. מובהקת. וסטיית התקן של β_2 היא 0.86 (בקירוב).
ב. אינה מובהקת. וסטיית התקן של β_2 היא 0.72 (בקירוב).
ג. אינה מובהקת. וסטיית התקן של β_2 היא 0.86 (בקירוב).
ד. מובהקת. וסטיית התקן של β_2 היא 0.72 (בקירוב).
ה. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

11) על סמך מדגם של 50 תצפיות נאמדו המשוואות הבאות:

1. $\hat{Y}_i = 3 + 3X_{1i} + 5X_{2i} + 2X_{3i}$.
2. $\hat{Y}_i = 9.3 + 0.6W_i$.

נתון גם כי: $W_i = X_{1i} - 2X_{2i} + X_{3i}$.
איזו השערה ניתן לבדוק תוך שימוש במשוואות (1) ו-(2)?

א. ברגרסיה (1) $\beta_1 = \beta_3 = -0.5\beta_2$.
ב. ברגרסיה (1) $\beta_1 = \beta_3 = 0.5\beta_2$.
ג. ברגרסיה (1) $\beta_1 = \beta_3 = 2\beta_2$.
ד. ברגרסיה (1) $\beta_1 = \beta_3 = \beta_2$.
ה. כל התשובות האחרות לא נכונות.

תשובות סופיות:

1) א. i.   ב. ii.   ג. i.
2) א'.
3) א. i.   ב. i.
4) א'.
5) א'.
6) א'.
7) א'.
8) א'.
9) א. i   ב. i.
10) א'.
11) א'.

אקונומטריקה א

פרק 11 - מבחן 3 ללא פלטים

תוכן העניינים

מבחן 3 ללא פלטים:

שאלות:

לשם חישובים הנח כי ערך t הינו 2 וערך F הינו 4.

1) הקשר באוכלוסייה בין X ל-Y מוגדר על ידי המודל הבא: $Y_t^2 = \alpha + X_{1t}^2 + \beta \ln X_{2t} + u_t$.
נתון כי עבור המודל הנ"ל כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.
אומדים את המקדם β לפי הנוסחה: $\hat{\beta} = \dfrac{\sum (Y_t^2 - X_{1t}^2)\ln X_{2t}}{\sum (\ln X_{2t})^2}$.

א. האומד ליניארי אבל מוטה.
ב. האומד לא ליניארי ומוטה.
ג. האומד ליניארי וחסר הטיה.
ד. האומד לא ליניארי אך חסר הטיה.
ה. כל התשובו האחרות אינן נכונות.

2) שונות האומד הנ"ל הינה:

א. $\dfrac{\sigma^2(\ln X_{2t})}{\sum (\ln X_{2t})^2}$.
ב. $\dfrac{\sigma^2}{4X_t^2}$.
ג. $\dfrac{\sigma^2}{\sum (\ln X_{2t})^2}$.
ד. $\sigma^2 \dfrac{1}{2} \sum \dfrac{1}{X_t^2}$.
ה. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

3) נתון המודל הבא: $Y_t = \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + u_t$, נתון בנוסף כי מקדם המתאם בין שני המשתנים הבלתי תלויים הינו מושלם ($\rho_{12} = 1$). להלן 3 טענות:

1. בהכרח קיימת מולטיקוליניאריות מושלמת במודל.
2. ייתכן כי ברגרסיה אין מולטיקוליניאריות מושלמת.
3. אם היה חותך במודל, בהכרח לא ניתן היה לאמוד את המודל.

מכאן ש:
א. רק טענות 1 ו-3 נכונות.
ב. רק טענה 2 נכונה.
ג. רק טענה 3 נכונה.

ד. כל התשובות האחרות אינן נכונות.
ה. רק טענות 2 ו-3 נכונות.

4) נאמד המודל הבא: $Y_t = \alpha + \beta_1 X_{1t} + u_t$. ידוע כי במדגם: $\hat{\alpha} = 2, \hat{\beta} = 0.5$, $SSY = SSX$.
מכאן ניתן להסיק כי R^2 של המודל הוא:
א. 0.5.
ב. 0.25.
ג. 1.
ד. 0.75.
ה. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

5) נאמד המודל הבא: $Y_t = \beta X_t + u_t$.
אם מתקיים: $E(u_t) \neq 0$ ומלבד זאת כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות. אזי:
א. $\hat{\beta}$ יהיה חסר הטיה.
ב. $\sum X_t \hat{u}_t < 0$.
ג. $\sum X_t \hat{u}_t > 0$.
ד. $\hat{\beta}$ יהיה מוטה.
ה. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

6) נתון המודל הבא: $Y_t = \alpha + \beta_1 \ln(x_t^2) + \beta_2 \ln(2x_t) + u_t$.
א. יש במודל מולטיקוליניאריות מ ושלמת ולכן לא ניתן לאמוד את המודל.
ב. אין במודל מולטיקוליניאריות מושלמת ולכן ניתן לאמוד את המודל.
ג. יש במודל מולטיקוליניאריות מושלמת אבל ניתן לאמוד את המודל.
ד. יתכן ויש במודל מולטיקוליניאריות חלקית ולכן לא ניתן לאמוד את המודל.
ה. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

7) הנח כי הקשר באוכלוסייה בין X ל-Y נתון על ידי המודל הבא: $Y_t = \alpha + \beta_1 X_{1t} + u_t$.
אומד OLS במודל ל-β יהיה:
א. עם שונות קטנה יותר ככל ששונות ההפרעות (Ui) באוכלוסייה תהיה גדולה יותר.
ב. עם שונות קטנה יותר ככל ששונות Y במדגם תהיה גדולה יותר.
ג. עם שונות קטנה יותר ככל ששונות X במדגם תהיה גדולה יותר.
ד. עם שונות גדולה יותר ככל ששונות X במדגם תהיה גדולה יותר.
ה. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

8) סטודנט אמד מודל מסוים וקיבל את התוצאות הבאות:

$\hat{Y}_i = 2 - 3\ln X_{1i} + 2X_{2i} + 6X_{2i} \cdot X_{1i}$.

מה יכול להיות המודל אותו אמד הסטודנט:

א. $Y_i = AX_{1i}^{\beta_1}(X_{1i} \cdot X_{2i})^{\beta_3} e^{\beta_2 X_{1i} + u_i}$.

ב. $Y_i = X_{1i}^{\beta_1}(X_{1i} \cdot X_{2i})^{\beta_3} e^{\beta_2 X_{1i} + u_i}$.

ג. $e^{Y_i} = X_{1i}^{\beta_1} e^{\beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{1i} \cdot X_{2i} + u_i}$.

ד. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

ה. $e^{Y_i} = AX_{1i}^{\beta_1} e^{\beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{1i} \cdot X_{2i} + u_i}$.

9) על סמך מדגם של 50 תצפיות נאמדו המשוואות הבאות:

1. $\hat{Y}_i = 2 + 4X_{1i} + 2X_{2i} - 4X_{3i}$.

2. $\hat{Y}_i = 5 + 2X_{1i} - 1.2X_{2i}$.

3. $\hat{Y}_i = 5 + 4\ln(X_{1i}) + 12X_{2i} + 3X_{3i} + 2X_{4i}$.

4. $\hat{Y}_i = 5 + 2X_{4i} - 1.2X_{2i}$.

מה מתקיים בהכרח:

א. R בריבוע של משוואה 3 גדול מ-R בריבוע של משוואה 1.

ב. R בריבוע של משוואה 3 גדול מ-R בריבוע של משוואה 4.

ג. R בריבוע של משוואה 3 גדול מ-R בריבוע של משוואה 2.

ד. R בריבוע של משוואה 2 גדול מ-R בריבוע של משוואה 4.

ה. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

10) על סמך מדגם של 50 תצפיות נאמדו המשוואות הבאות:

1. $ESS = 200 \quad \hat{Y}_i = 4 + 2.8X_{1i} + 2X_{2i}$.

2. $ESS = 320 \quad \hat{Y}_i = 2 + 2.5X_{2i}$.

ידוע כי R בריבוע של משוואה 1 הוא 0.75. מה הוא R בריבוע של משוואה 2?

א. 0.7.

ב. 0.5.

ג. 0.4.

ד. 0.6.

ה. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

11) על סמך מדגם של 43 תצפיות נאמדו המשוואות הבאות:

1. $\hat{Y}_i = 1.8 + 3.4X_{1i} + 0.9X_{2i}$.
2. $\hat{Y}_i = 3.3 + 3.2X_{1i} + 2.4X_{3i} \quad R^2 = 0.8$.
3. $X_{1i} = 2.7 + 3Y_i \quad R^2 = 0.6$.

על פי נתונים אלו ניתן להסיק כי:

א. מדד טיב הרגרסיה ברגרסיה (1) בהכרח גדול מ-0.6.
ב. מדד טיב הרגרסיה ברגרסיה (1) בהכרח גדול מ-0.8.
ג. מדד טיב הרגרסיה ברגרסיה (1) בהכרח קטן מ-0.8.
ד. מדד טיב הרגרסיה ברגרסיה (1) בהכרח קטן מ-0.6.
ה. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

12) נתון המודל הבא: $Y_t = \alpha + \beta_1 X_{1t} + u_t$.

כלכלן א' אמד את β על ידי האומד הבא: $\frac{Y_{10} - Y_1}{2X_{10} - 2X_1}$.

כלכלן ב' אמד את β על ידי האומד הבא: $\frac{Y_{10} - Y_1}{X_{10} - X_1}$.

א. האומדנים של שני הכלכלנים הינם חסרי הטיה.
ב. אין הבדל בין שני האומדנים כי שני האומדנים הינם אומדנים ליניאריים.
ג. לאומדן של כלכלן א' יש שונות נמוכה יותר.
ד. האומדנים של שני הכלכלנים הינם מוטים.
ה. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

13) נתון המודל: $Y_i = \alpha + \beta_1 \ln(X_{1i}) + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i$.

מהו סטטיסטי המבחן עבור בחינת ההשערה הבאה: $\beta_3 = 0, \beta_1 = \beta_2$?

א. רק מבחן: $\frac{R^2/(k-1)}{1-R^2/(n-k)}$.
ב. רק מבחן: $\frac{(R^2_{\text{מ}} - R^2)/m}{(1-R_{\text{מ}})/(n-k)}$.
ג. רק מבחן: $\frac{(\sum e_n^2 - \sum e_{\text{מ}}^2)/m}{\sum e_{\text{מ}}^2/(n-k)}$.
ד. כל התשובות האחרות אינן נכונות.
ה. מבחנים: $\frac{(R^2_{\text{מ}} - R^2)/m}{(1-R_{\text{מ}})/(n-k)}$ או $\frac{(\sum e_n^2 - \sum e_{\text{מ}}^2)/m}{\sum e_{\text{מ}}^2/(n-k)}$.

14) נתון המודל הבא: $\ln Y_i = \alpha + \beta_1 \ln(X_{1i}) + \beta_2 \ln(X_{2i}) + \beta_3 X_{3i} + u_i$.
מה המודל המוגבל עבור ההשערה: $\beta_1 = -\beta_3, \beta_2 = -1$.

א. $\ln(Y_i + X_{2i}) = \alpha + \beta_1(\ln(X_{1i}) - X_{3i}) + u_i$.

ב. $\ln(Y_i \cdot X_{2i}) = \alpha + \beta_1(\ln(X_{1i}) - X_{3i}) + u_i$.

ג. $\ln Y_i + X_{2i} = \alpha + \beta_1 \ln(X_{1i}) + \beta_3 X_{3i} + u_i$.

ד. $\ln Y_i + X_{3i} = \alpha + \beta_1[\ln(X_{1i}) - \ln(X_{2i}] + u_i$.

ה. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

תשובות סופיות:

1) א'.
2) ג'.
3) ה.
4) ב'.
5) ד'.
6) א'.
7) ג'.
8) ה.
9) ב'.
10) ד'.
11) א'.
12) ג'.
13) ה.
14) ב'.

אקונומטריקה א

פרק 12 - מבחני המובהקות וקריאת פלטים - תוכנת SAS

תוכן העניינים

מבחני המובהקות וקריאת פלטים – תוכנת SAS:

רקע:

פלט ניתוח שונות (Analysis of Variance):

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	k	RSS	$RSS/k = MSR$	$F = \frac{MSR}{MSE}$	PF
Error	$+\ T-k-1$	$+\ ESS$	$ESS/T-k-1 = MSE$		
C Total	$T-1$	TSS			

Root MSE	$\sqrt{MSE} = s_u$	R-square	$R^2 = \frac{RSS}{TSS}$
Dep Mean	$\overline{Y}$	Adj R-sq	$\overline{R}^2 = 1 - \frac{ESS}{TSS} \cdot \frac{T-1}{T-k-1}$
C.V.	$\frac{s_u}{\overline{Y}} \cdot 100$		

פלט מקדמי הרגרסיה (Parameter Estimates):

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	$\hat{\alpha}$	$s_{\hat{\alpha}}$	$\frac{\hat{\alpha}}{s_{\hat{\alpha}}} = t_{(\hat{\alpha}=0)}$	$Pt_{\hat{\alpha}}$
X	1	$\hat{\beta}$	$s_{\hat{\beta}}$	$\frac{\hat{\beta}}{s_{\hat{\beta}}} = t_{(\hat{\beta}=0)}$	$Pt_{\hat{\beta}}$

פלט ה – Covariance of Estimates:

פלט שמתאר את השונות המשותפת (covariance) של האומדנים- $\hat{\alpha}$ ו- $\hat{\beta}$:

Covariance of Estimates		
COVB	INTERCEP	X
INTERCEP	$s^2_{\hat{\alpha}}$	$\text{cov}\left(\hat{\alpha},\hat{\beta}\right)$
X	$\text{cov}\left(\hat{\alpha},\hat{\beta}\right)$	$s^2_{\hat{\beta}}$

עריכת תחזית וקריאת פלטים (תוכנת SPSS):

אמידה נקודתית:

אמידה נקודתית עבור X_0 מסוים (תחזית).

מחושבת על פי קו הרגרסיה במדגם: $\hat{Y}_0=\hat{\alpha}+\hat{\beta}\cdot X_0$.

אמידה מרווח ל- $E(Y)$:

אמידת התחזית באוכלוסייה עבור X_0 מסוים. נחשב רווח בר סמך לערך ממוצע של Y באוכ' עבור X_0 מסוים ($E(Y)$) ברמת סמך $1-\alpha$.

נוסחת הרב"ס: $\hat{Y}\pm t_{n-2;1-\frac{\alpha}{2}}\hat{\sigma}_u\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{\left(X_0-\bar{X}\right)^2}{\sum\left(X_i-\bar{X}\right)^2}}$.

$\sum\left(X_i-\bar{X}\right)^2=S_{XX}=(n-1)S^2_X$, $\hat{\sigma}_u=MSE=\frac{SSE}{n-2}$.

רישום הרב"ס: $p\left(\_\_\_\le E(Y)\le\_\_\_\right)=1-\alpha$.

אמידה מרווח ל- Y :

אמידת ערך בודד של Y באוכלוסייה עבור X_0 מסוים. נחשב רווח בר סמך לערך בודד של Y באוכ' עבור X_0 מסוים (Y_0) ברמת סמך $1-\alpha$.

נוסחת הרב"ס: $\hat{Y}\pm t_{n-2;1-\frac{\alpha}{2}}\hat{\sigma}_u\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{\left(X_0-\bar{X}\right)^2}{\sum\left(X_i-\bar{X}\right)^2}}$.

רישום הרב"ס: $p\left(\_\_\_\le Y\le\_\_\_\right)=1-\alpha$.

- רב"ס לערך בודד יהיה רחב יותר מאשר רב"ס לערך ממוצע משום שטעות התקן בראשון גדולה מאשר באחרון.

שאלות:

פלט ניתוח שונות:

1) חוקר רצה לבחון את השפעת ההכנסה ($INCOME$) על גובה המס (TAX) (במיליארדי $) שגובה מדינה במערב לפי המודל: $TAX_t = \alpha + \beta \cdot INCOME_t + u_t$.
לשם כך אסף נתונים מ-51 מדינות. להלן התוצאות:

Model: MODEL1

Dependent Variable: TAX

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	1	2046.89694	2046.89694	8798.672	0.0001
Error	49	11.39922	0.23264		
C Total	50	2058.29615			

Root MSE	0.48232	R-square	0.9945
Dep Mean	5.4242	Adj R-sq	0.9943
C.V.	8.88711		

בדקו את ההשערה כי המודל מובהק ברמת מובהקות של 0.05.

פלט מקדמי הרגרסיה:

2) בהמשך לדוגמא הקודמת – בדיקת השפעת ההכנסה על גודל המס, התקבלו גם התוצאות הבאות:

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	-0.086912	0.08953904	-0.971	0.3365
INCOME	1	0.152232	0.0016229	93.801	0.0001

א. אמדו את המודל: $TAX = \alpha + \beta \cdot INCOME + U$.
מהי המשמעות הכלכלית של β?

ב. האם המודל מובהק? בדקו על סמך הפלט הנ"ל ברמת מובהקות של 0.05.

ג. מהי רמת המובהקות הקטנה ביותר, עבורה עדיין תידחה השערת האפס מסעיף ב'?

ד. בדקו את ההשערה כי ככל שההכנסה עולה כך עולה גם המס (שיפוע β חיובי) ברמת מובהקות של 0.01.

ה. בנו רווח-סמך ברמת סמך של 95% עבור β.

ו. בדקו את ההשערה שתוספת של מיליארד $ להכנסה תגדיל את המס ב-0.2 מיליארד $, ברמת מובהקות של 0.05.

- שימו לב כי:
  במודל עם משתנה מסביר אחד בלבד קיימת זהות בין מבחן F למובהקות המודל לבין מבחן t למובהקות ה-β:

$$F_{(1,T-2;1-\alpha)}=t^2_{\left(T-2;1-\frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$F=t^2_{\hat{\beta}}$$

  כלומר: כל החלטה המתקבלת במבחן אחד חייבת להיות זהה להחלטה המתקבלת במבחן השני.

פלט שונויות משותפות:

3) נתון פלט האמידה של המודל: $Y_t=\alpha+\beta X_t+u_t$, שלצורך אמידתו נאספו 240 תצפיות:

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	5.25	0.25	21	0.0000
X	1	0.96	0.12	8	0.0000

Covariance of Estimates

	INTERCEP	X
INTERCEP	0.0625	-0.003
X	-0.003	0.0144

יש לבדוק את ההשערה: $H_0:\alpha=5\beta$.

שאלה מסכמת:

4) חוקר רצה לבדוק את השפעת הותק בעבודה (EXP) על השכר ($SALARY$) לפי המודל: $\ln\left(SALARY_t\right) = \alpha + \beta \cdot EXP_t + u_t$. הוא אסף 403 תצפיות, ואמד את הפרמטרים בתוכנת SAS. להלן חלקים מהפלט ויש להשלימו:

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	----	----	5.68015	----	----
Error	----	205.22539	----		
C Total	----	----			

Root MSE	----	R-square	----
Dep Mean	7.14247	Adj R-sq	0.0245
C.V.	10.01602		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	---- (*)	----	----	----
EXP	1	-0.008740	----	----	0.0009

Covariance of Estimates

COVB	INTERCEP	EXP
INTERCEP	0.0047463101	----
EXP	-0.000154685	6.882844 E-6

- נתון נוסף: $EXP = 22$.

א. קיים קשר חיובי מובהק בין ותק ללוג השכר. נכון / לא נכון

ב. שיעור התשואה בשכר לשנת ותק הוא?

ג. תחזית לוג השכר עבור אדם בעל 10 שנות ותק היא?

ביצוע תחזיות:

5) במדגם של 30 דירות מושכרות לסטודנטים ברדיוס של עד 2 ק"מ מסביב למכללה נחקר הקשר בין שכר דירה למספר הסטודנטים הגרים בדירה. להלן התוצאות:

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
שכר הדירה	1386.7667	509.46027	30
מספר הסטודנטים	3.0000	1.31306	30

Model Summary[b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.602[a]	.362	.339	414.05503

a. Predictors: (Constant), number of students
b. Dependent Variable:rent

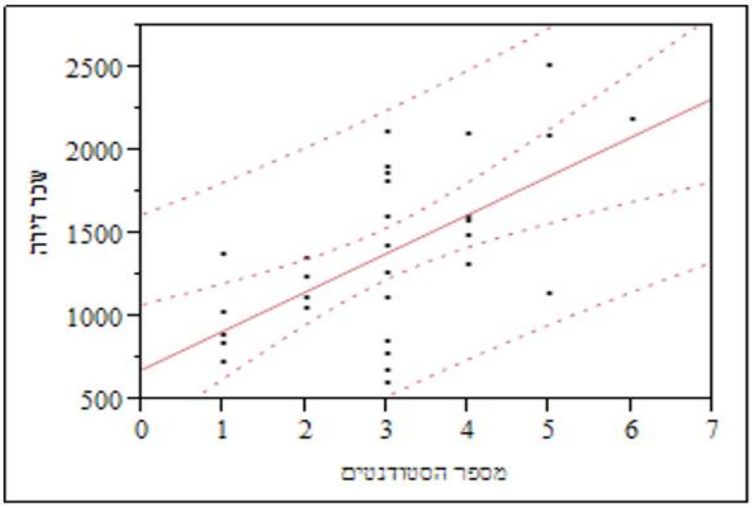
ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	Df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	2726579.520	1	2726579.520	15.904	.000[a]
	Residual	4800363.847	28	171441.566		
	Total	7526943.367	29			

a. Predictors: (Constant), number of students
b. Dependent Variable: rent

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	T	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	686.207	191.244		3.588	.001
	מספר הסטודנטים	233.520	58.556	.602	3.988	.000



א. חשב אומדן נקודתי לשכר הדירה אותו ישלמו סטודנטים החולקים את הדירה עם שותף אחד בלבד.

ב. אמוד את שכר הדירה הממוצע שישלמו סטודנטים החולקים את הדירה עם שותף אחד בלבד, ברמת בטחון של 95%.

ג. אמוד את שכר הדירה שישלם סטודנט יחיד החולק את הדירה עם שותף אחד בלבד, ברמת ביטחון של 95%.

תשובות סופיות:

1) יש עדות לכך.

2) א. ראה סרטון. ב. יש עדות לכך. ג. $Pt_{\hat{\beta}} = 0.0001$.

ד. יש עדות לכך. ה. $P\left(0.1488 \le \beta \le 0.1554\right) = 0.95$.

ו. יש עדות לכך.

3) אין עדות לכך.

4) א. לא נכון. ב. -0.87%. ג. 7.24735.

5) א. 1153.247. ב. $p\left(957.4 \le \mu_{Y_{X=2}} \le 1349.08\right) = 0.95$.

ג. $p\left(282.94 \le Y_{X=2} \le 2023.55\right) = 0.95$.

אקונומטריקה א

פרק 13 - רגרסיה מרובה תוך שימוש בפלטים של SAS

תוכן העניינים

רגרסיה מרובה:

רקע:

מבחן T ו-F:

כאשר יש יותר ממשתנה מסביר אחד, מדובר ברגרסיה מרובה.

המודל הקלאסי: $Y_t = \alpha + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \ldots + \beta_k X_{kt} + u_t$.

- קבוע α יש אחד.
- מספר ה- β טות כמספר המשתנים הב״ת במודל.

מבחן F למובהקות המודל:

השערות: $\begin{matrix} H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_K = 0 \\ H_1 : OTHERWISE \end{matrix}$.

סטטיסטי המבחן F וכלל ההכרעה:

$$F = \frac{\frac{RSS}{k}}{\frac{ESS}{T-k-1}} = \frac{\frac{R^2}{k}}{\frac{1-R^2}{T-k-1}} > F\left(k, T-k-1; 1-\alpha\right).$$

מבחן t למובהקות ה- β טות:

מבחן לבדיקת מובהקות β ספציפית:

השערות: $\begin{matrix} H_0 = \beta_1 = 0 \\ H_1 : \beta_1 \neq 0 \end{matrix}$.

סטטיסטי המבחן t וכלל ההכרעה:

$$\left|t_{\hat{\beta}_i}\right| = \left|\frac{\hat{\beta}_i}{S_{\hat{\beta}_i}}\right| > t_{\left(T-k-1; 1-\frac{\alpha}{2}\right)}.$$

השוואה בין מודלים – $\bar{R}^2$ וחוק חיטובסקי:

בכדי להחליט האם כדאי לנו להוסיף למודל משתנה ב"ת מסוים:
נשווה את פרופורציית השונות המוסברת המתוקנת $\bar{R}^2$ בין המודל ללא המשתנה המסביר לבין המודל עם המשתנה המסביר שהוספנו.

- ניתן להשתמש גם באומד המוטה - R^2 להשוואה בין מודלים אם מתקיימים שני התנאים הבאים:
  1. מספר המשתנים זהה.
  2. המשתנה המוסבר זהה.

לפי חוק חיטובסקי – בהוספת משתנה מסביר אחד בלבד למודל ה- $\bar{R}^2$ יעלה אך ורק אם: $|t_{\hat{\beta}}| > 1$.

כאשר: $|t_{\hat{\beta}}| < 1$ אז $\bar{R}^2$ ירד בהוספת המשתנה והוא גם לא יהיה רלוונטי למודל (מובהק).

כאשר: $|t_{\hat{\beta}}| > 2$ אז $\bar{R}^2$ יעלה והמשתנה שהוסף יהיה גם מובהק.

כאשר: $1 < |t_{\hat{\beta}}| < 2$ אז ה- $\bar{R}^2$ יעלה אך יש לבדוק את רלוונטיות המשתנה שהוסף למודל על פי מבחן t.

שאלות:

מבחן T ו-F:

1) נאמד המודל: $Y_t = \alpha + \beta_x X_t + \beta_z Z_t + \beta_w W_t + \beta_s S_t + u_t$ והתקבלו התוצאות הבאות:

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	------	646169.84	------------	-----------	0.0000
Error	------	-----------	------------		
C Total	203	646790.01			

Root MSE	------------	R-square	-------------
Dep Mean	178.6645	Adj R-sq	0.999022
C.V.	0.988075		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	5.067731	0.456604	11.09874	0.0000
X	1	-------------	0.042711	22.84485	0.0000
Z	1	3.005385	0.008679	346.2721	0.0000
W	1	-5.029101	0.073149	-------------	0.0000
S	1	8.974106	0.029075	308.6485	0.0000

א. השלם את הנתונים החסרים בפלט.
ב. האם המודל מובהק? בדקו ברמת מובהקות של 0.05.
ג. האם משתנה W רלוונטי למודל? בדקו ברמת מובהקות של 0.01.

השוואה בין מודלים:

2) במודל לניבוי ההכנסה על פי שנות לימוד וותק במקום העבודה, התקבל: $\bar{R}^2 = 0.266$. הוסף המשתנה היקף המשרה. במבחן למובהקות המשתנה הנוסף התקבל: $t_{\hat{\beta}} = 0.456$. האם ערך $\bar{R}^2$ יעלה/ירד/לא ישתנה בהוספת המשתנה הנוסף למודל?

מבחן Wald ו-T מורכב:

3) נאמד המודל: $Y_t = \alpha + \beta_x X_t + \beta_z Z_t + \beta_w W_t + \beta_s S_t + u_t$ והתקבלו התוצאות הבאות:

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	4	646169.84	161542.46	51835.84	0.0000
Error	199	620.1683	3.1164236		
C Total	203	646790.01			

Root MSE	1.7653395	R-square	0.999041
Dep Mean	178.6645	Adj R-sq	0.999022
C.V.	0.988075		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	5.067731	0.456604	11.09874	0.0000
X	1	0.975736	0.042711	22.84485	0.0000
Z	1	3.005385	0.008679	346.2721	0.0000
W	1	-5.029101	0.073149	-68.75141	0.0000
S	1	8.974106	0.029075	308.6485	0.0000

הועלתה ההשערה כי ההשפעה על Y של משתנה S היא פי 3 מזו של משתנה Z, וכן כי החותך הוא 5.

א. מהי השערת האפס?

ב. מהו המודל המוגבל שאותו צריך לאמוד?

להלן אמידת המודל המוגבל:

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	2	646166.01	323083.01		
Error	201	623.9983	3.104469		
C Total	203	646790.01			

Root MSE	1.7619504	R-square	0.999035
Dep Mean	173.6645	Adj R-sq	0.999026
C.V.	1.0145714		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
X	1	0.978491	0.036399	26.88240	0.0000
Z+3S	1	2.999995	0.003669	817.6080	0.0000
W	1	-5.043109	0.071218	-70.81249	0.0000

ג. חשב את הסטטיסטי של WALD.
ד. כמה דרגות חופש יש במונה וכמה במכנה?
ה. האם דוחים או מקבלים את השערת האפס?

4) על מנת לאמוד את פונקציית התצרוכת נאספו נתונים על 42 משקי בית בשנת 2007 ונאמדה המשוואה הבאה: $C_t = \alpha + \beta_1 \cdot W_t + \beta_2 \cdot P_t + u_t$.
להלן תוצאות האמידה של המשוואה הנ"ל:

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	---	---------	--------	-------	--------
Error	---	---------	52968		
C Total	---	---------			

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	-107.226	------	----------	-------
W	1	0.743	------		
P	1	0.561	-------		

Covariance of Estimates

COV	INTERCEP	W	P
INTERCEP	-----------	-----------	--------
W	-----------	0.0046	-0.0090
P	-----------	-0.0090	0.016

על מנת לבדוק את ההשערה שהנטייה השולית לצרוך מתוך ההכנסה זהה לנטייה השולית לצרוך מתוך ההון, נאמדה גם המשוואה הבאה:
$C_t = \alpha + \beta_1 \cdot Y_t + u_t$, כאשר: Y_t = סה"כ ההכנסה של משק בית t.
התקבל: $ESS = 0.4566$.
בדקו את ההשערה בשתי דרכים.

תרגיל מסכם:

5) חוקר אמד את התצרוכת של 500 משקי בית כפונקציה של הכנסה שלהן לפי המשוואה: $EXPENSE_t = \alpha + \beta \cdot INCOME_t + u_t$.

$EXPENSE_t$ - התצרוכת של משק הבית ה-t-י באלפי שקלים.

$INCOME_t$ - ההכנסה של משק הבית ה-t-י באלפי שקלים.

ההפרעות האקראיות מקיימות את כל ההנחות הקלאסיות התקבל הפלט הבא:

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	1	2013.105	2013.105	6495.745	0.0000
Error	498	154.3358	0.3099112		
C Total	499	2167.441			

Root MSE	0.556697	R-square	0.928794
Dep Mean	3.990208	Adj R-sq	0.928651
C.V.	13.95157		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	0.041995	0.054951	0.764236	0.4451
INCOME	1	0.713503	0.008853	80.59618	0.0000

א. מהו Pvalue לבדיקת מובהקות המודל ע"י מבחן F?

ב. מהו אחוז השונות בתצרוכת המוסבר ע"י ההכנסה?

ג. מהו אומדן לתצרוכת ההתחלתית של משק בית?

ד. האם אומדן זה מובהק?

ה. על עוזר מחקר הטיל החוקר לבדוק את ההשערה כי על כל 1000 ₪ נוספים בהכנסה צורך הפרט 700 ₪, כנגד ההשערה כי הוא צורך יותר מ-700 ₪. נסח את השערת האפס ואת ההשערה האלטרנטיבית.

ו. מהו הסטטיסטי t לבדיקת ההשערה?

ז. מהו הסטטיסטי WALD לבדיקת ההשערה?

ח. התברר כי הייתה טעות בנתונים, וכי יש להוסיף 1000 ₪ לתצרוכת של כל משק בית:

i. ההוספה תגדיל את האומד ל- α: נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת.

ii. בעקבות ההוספה האומד ל- α
יהיה מובהק: נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת.

iii. ההוספה תשנה את האומד ל- β: נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת.

iv. ההוספה תשנה את R^2: נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת.

החוקר טען כי יש להוסיף לפונקציית התצרוכת גם את השפעת העושר.
העושר של משק בית מורכב מתוכניות החסכון שלו ($SAVINGS$) ומניירות הערך שיש לו (NE). שתי סדרות הנתונים הן באלפי שקלים.
החוקר אמד את המשוואה:

$$EXPENSE_t = \alpha + \beta_1 \cdot INCOME_t + \beta_2 \cdot SAVINGS_t + \beta_3 \cdot NE_t + u_t ,$$

וקיבל כי סכום ריבועי הסטיות של הטעויות הוא 121.

ט. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה של החוקר (שהמודל החדש נכון ולא המקורי)?

י. מהו הסטטיסטי WALD לבדיקת ההשערה?

החוקר רצה לבדוק את ההשערה כי הנש"צ מתוך ההכנסה שווה ל-0.6 וכי השפעת ניירות הערך על התצרוכת היא פי 2 מהשפעת תוכניות החסכון.

יא. מהי השערת האפס לבדיקה זו?

יב. המודל המוגבל לבדיקת ההשערה יהיה מהצורה: $Z_t = \gamma_0 + \gamma_1 W_t + v_t$.

בטא את Z_t, ו- W_t באמצעות המשתנים המקוריים.

תשובות סופיות:

1) א.

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	4	646169.84	161542.46	51835.84	0.0000
Error	199	620.1683	3.1164236		
C Total	203	646790.01			

Root MSE	1.7653395	R-square	0.999041
Dep Mean	178.6645	Adj R-sq	0.999022
C.V.	0.988075		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	5.067731	0.456604	11.09874	0.0000
X	1	0.975736	0.042711	22.84485	0.0000
Z	1	3.005385	0.008679	346.2721	0.0000
W	1	-5.029101	0.073149	-68.75141	0.0000
S	1	8.974106	0.029075	308.6485	0.0000

ב. יש עדות לכך. ג. יש עדות לכך.

2) ירד.

3) א. $H_0:\alpha=5\ ,\ \beta_s=3\beta_z$. ב. $Y_t-5=\beta_x X_t+\beta_z\left(Z_t+3S_t\right)+\beta_w W_t+u_t$.

ג. $WALD_{stat}=0.6145$. ד. מונה: 2 , מכנה: 199-.

ה. מקבלים.

4) בדיקה ע"י מבחן WALD ו-t: אין עדות לכך.

5) א. $PF=0.000$. ב. 92%. ג. $\hat{\alpha}=0.04195$. ד. לא.

ה. $H_0:\beta=0.70\ ,\ H_1:\beta>0.70$. ו. $t_{\hat{\beta}}=1.583$. ז. $WALD_{stat}=2.505$.

ח. i. נכון. ii. נכון. iii. לא נכון. iv. לא נכון.

ט. $H_0:\beta_2=\beta_3=0\ ,\ H_1:OTHERWISE$. י. $WALD_{stat}=68.32$.

יא. $H_0:\beta_3=2\cdot\beta_2\ ,\ \beta_1=0.6$.

יב. $W_t=SAVINGS_t+2\cdot NE_t\ ,\ Z_t=EXPENCE_t-0.6\cdot INCOME_t$.

אקונומטריקה א

פרק 14 - מבחן 1

תוכן העניינים

מבחן 1:

שאלות:

1) חוקר רצה לבדוק את השפעת התל"ג על ההשקעה במשק לפי המודל הבא: $\ln I_t = \alpha + \beta \ln Y_t + u_t$, כאשר: I_t היא ההשקעה באלפי שקלים, Y_t הוא התוצר באלפי שקלים, וההרעה האקראית, u_t, מקיימת את כל ההנחות הקלאסיות. באמידה התקבל הפלט הבא:

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	1	0.38523	0.38523	72.14	<.0001
Error	199	1.06266	0.00534		
C Total	200	1.44789			

Root MSE	0.073075	R-square	0.733936
Dep Mean	10.01722	Adj R-sq	0.732104
C.V.	0.729494		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|	95% conf. lim.
INTERCEPT	1	3.472013	0.85463	4.06259	0.0002	1.79 – 5.15
lnY	1	0.570042	0.06452	8.493526	0.0000	---- – ----

א. מהו Pvalue לבדיקת מובהקות המודל ע"י מבחן F?

ב. אם נגדיל את התוצר ב-1% בכמה תגדל ההשקעה?

ג. מהו רווח הסמך ל- α? מהו רווח הסמך ל- β?

ד. הועלתה הטענה כי הגמישות שווה ל-0.4. מהן ההשערות לבדיקת הטענה?

ה. מהי הרגרסיה המוגבלת למבחן WALD תחת H0?

ו. מהו הסטטיסטי של WALD למבחן זה (אם ניתן לחישוב)?

ז. אם ההשקעה נמדדת בשקלים במקום באלפי שקלים:

i. המקדם של $\ln Y$ לא ישתנה. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ii. החותך לא ישתנה. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

iii. הסטטיסטי t לבדיקת המובהקות של β לא ישתנה. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

iv. הסטטיסטי F לבדיקת מובהקות המודל לא ישתנה. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

v. R^2 לא ישתנה. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

החוקר טען כי גם גודל האוכלוסייה, P, משפיע על ההשקעה לפי המודל הבא: $\ln I_t = \alpha + \beta_1 \ln Y_t + \beta_2 \ln P_t + u_t$.

ח. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה?

התקבל הפלט הבא:

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T
INTERCEPT	1	1.131853	1.43547	0.788489	0.4435
lnY	1	1.035467	0.25756	4.020294	0.0004
lnP	1	-1.77456	0.94657	-1.874727	0.0736

ט. באיזו רמת מובהקות נקבל את טענת החוקר?

י. R^2 של המשוואה החדשה קטן מזה של המשוואה המקורית. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

במשוואה החדשה הועלתה הטענה כי סכום הגמישויות שווה ל-0.

יא. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה?

יב. מהו הסטטיסטי t לבדיקת ההשערה? (נתון כי: $\text{cov}\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right) = -0.25$).

יג. האם ניתן לדחות את השערת האפס?

2) ענה על הסעיפים הבאים:

א. ברגרסיה מרובה, כמו ברגרסיה חד משתנית, מבחן F למובהקות המודל שווה לריבוע של מבחן t למובהקות של β. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ב. אם הערך 0 נמצא בתוך רווח הסמך ל-β, אזי β מובהקת. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ג. בהוספת משתנה לא רלוונטי למודל האומד המתוקן לפרופורציית השונות המוסברת ירד בהכרח. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ד. אומדי הריבועים הפחותים אינם חסרי הטיה אם ידוע שהשונות של u_t אינה קבועה (הפרה של הנחה קלאסית). נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ה. אם דוחים H0 ברמת מובהקות מסוימת, אזי דוחים H0 בכל רמות המובהקות הקטנות יותר. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ו. אומד חסר הטיה הוא אינו בהכרח אומד עקיב. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

3) נתון מודל ללא חותך: $Y_t = \beta X_t + u_t$, ונתון האומד: $\tilde{\beta} = \dfrac{\sum_{t=1}^{T} X_t Y_t}{S_{XX}}$.

א. האומד $\tilde{\beta}$ הוא אר"פ. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ב. האומד $\tilde{\beta}$ הוא אומד חסר הטיה. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ג. האומד $\tilde{\beta}$ הוא אומד לינארי. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ד. אר"פ יעיל יותר מ- $\tilde{\beta}$. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ה. מהי השונות של $\tilde{\beta}$?

4) נתון מודל ללא חותך: $Y_t = \beta X_t + u_t$, ונתון האומד: $\hat{\beta} = \dfrac{\sum_{t=1}^{T} X_t Y_t}{\sum_{t=1}^{T} X_t^2}$.

א. האומד $\hat{\beta}$ הוא אר"פ. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ב. האומד $\hat{\beta}$ הוא אומד חסר הטיה. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ג. האומד $\hat{\beta}$ הוא אומד לינארי. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ד. מהי השונות של $\hat{\beta}$?

ה. האומד $\hat{\beta}$ הוא אומד עקיב. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

תשובות סופיות:

1) א. $PF=0.0001$. ב. 0.57% ג. $p(1.79\le\alpha\le5.15)=0.95$,

$p(0.026\le\beta\le1.11)=0.95$. ד. $\begin{matrix}H_0:\beta=0.4\\H_1:\beta\ne0.4\end{matrix}$.

ה. $\ln I_t-0.4\ln Y_t=\alpha+u_t$. ו. $WALD_{stat}=7.054$.

ז. i. לא נכון. ii. לא נכון. iii. נכון. iv. נכון. v. נכון.

ח. $H_0:\beta_2=0$. ט. $Pt_{\hat\beta}=0.0736$. י. לא נכון.

יא. $H_0:\beta_1+\beta_2=0$. יב. $t=-1.089$. יג. אין סיבה מספקת.

2) א. לא נכון. ב. לא נכון. ג. לא נכון. ד. לא נכון. ה. לא נכון.

ו. נכון.

3) א. לא נכון. ב. לא נכון. ג. נכון. ד. לא ניתן לדעת.

ה. $V(\tilde\beta)=\frac{\sum X_t^2\sigma^2}{S^2{}_{XX}}$.

4) א. נכון. ב. נכון. ג. נכון. ד. $V(\tilde\beta)=\frac{\sigma_u^2}{\sum X_t^2}$.

ה. נכון.

אקונומטריקה א

פרק 15 - מבחן 2

תוכן העניינים

מבחן 2:

שאלות:

1) חוקר בדק את השפעת שעות העבודה בשבוע (HOURS) על השכר החודשי ברוטו בשקלים (SALARY) לפי המודל: $SALARY_t = \alpha + \beta \cdot HOURS_t + u_t$.
הסטייה המקרית מקיימת את כל ההנחות הקלאסיות.
השלם את הפלט הבא, אם ידוע כי: $S_{XX} = 35079$, $\bar{X} = 46.040873$:

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	1	---	---	---	---
Error	401	402271435	---		
C Total	---	449757359			

Root MSE	---	R-square	---
Dep Mean	1580	Adj R-sq	---
C.V.	---		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEPT	1	---	---	---	0.7476
HOURS	1	36.06745	---	---	0.0001

א. מהו Pvalue לבדיקת מובהקות המודל ע"י מבחן F?
ב. מהו האומדן לשכר התחלתי?

החוקר רצה לבדוק את הטענה כי אם יעבוד שעה אחת נוספת בשבוע, שכרו יגדל ב-40 ₪.

ג. מהן ההשערות לבדיקת הטענה?
ד. מהו הסטטיסטי t למבחן?
ה. מהו הסטטיסטי WALD למבחן?
ו. מהי התחזית לשכר של עובד העובד 55 שעות בשבוע?

ז. החוקר טען כי יש לבדוק את הקשר בין השכר לשעות העבודה ע״י שימוש בנתונים שנתיים, כלומר, שכר שנתי (בהנחה שהשכר החודשי קבוע כל השנה) ושעות עבודה שנתיות (בהנחה ששעות העבודה קבועות בכל 52 השבועות בשנה).

שימוש בנתונים שנתיים:

i. ישנה את הסטטיסטי t לבדיקת המובהקות של α. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ii. יכפיל את האומד של β ב-0.23. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

iii. יכפיל את סטית התקן של $\hat{\beta}$ ב-0.23. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

iv. ישנה את Pvalue לבדיקת מובהקות המודל. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

החוקר טען כי יש להוסיף למשוואה גם את השפעת הגיל (AGE) ומספר שנות הלימוד (SCL). לשם כך הוא אמד את המשוואה הבאה:

$$SALARY_t = \alpha + \beta_1 \cdot HOURS_t + \beta_2 \cdot AGE_t + \beta_3 \cdot SCL_t + u_t .$$

ח. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה?

ט. מהו הנתון הנדרש כדי לחשב את הסטטיסטי של WALD לבדיקת טענת החוקר?

י. בפלט האמידה של המשוואה החדשה לא היה ברור אם ערכו של נתון זה הוא 315968434 או 515968434 (בשל בעיה במדפסת). מהו הסטטיסטי של WALD לבדיקת טענת החוקר?

יא. מהם הנתונים הנדרשים לחישוב הסטטיסטי t?

החוקר רוצה לבדוק את הטענה כי השפעת ההשכלה על השכר גדולה פי 8 מהשפעת הגיל על השכר.

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEPT	1	-1995.0275	331.7857	-6.013	0.0001
HOURS	1	36.408461	4.710021	7.730	0.0001
AGE	1	13.674254	3.816426	3.583	0.0004
SCL	1	109.93799	10.63745	10.335	0.0001

יב. הנתונים בפלט אינם מספיקים לבדיקת ההשערה לפי מבחן t. מהו הנתון החסר? באיזה פלט של SAS ניתן למצוא אותו?

יג. בהנחה שנתון זה הוא 8.3969, חשב את הסטטיסטי t לבדיקת הטענה. מהי מסקנתך לגבי נכונות הטענה?

יד. אם תרצה לבדוק את הטענה לפי מבחן WALD, יהיה המודל המוגבל:

$Z_0 = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot Z_1 + \gamma_2 \cdot Z_2 + v$, כאשר:

$Z_0 =$ __________

$Z_1 =$ __________

$Z_2 =$ __________

טו. אם יש מספיק נתונים, חשב את הסטטיסטי של WALD לבדיקת הטענה?

2) נתון המודל: $Y_t = \alpha + \beta \cdot X_t + u_t$. ידוע כי כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.

נתון האומד: $\tilde{\beta} = \dfrac{S_{XY}}{\sum_{t=1}^{T} X_t^2}$.

א. אומד זה הוא הפתרון של המשוואות הנורמליות: $\sum_{t=1}^{T} \hat{u}_t = 0$, $\sum_{t=1}^{T} \hat{u}_t X_t = 0$.   נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ב. התוחלת של $\tilde{\beta}$ היא:

i. β.

ii. $\dfrac{\beta \cdot \sum_{t=1}^{T} X_t}{S_{XX}}$.

iii. $\dfrac{\beta \cdot \sum_{t=1}^{T} X_t^2}{S_{XX}}$.

iv. $\dfrac{\beta \cdot S_{XX}}{\sum_{t=1}^{T} X_t^2}$.

v. כל התשובות אינן נכונות.

ג. הטענה כי: $E\left(\tilde{\beta}\right) < \beta$:

i. תמיד נכונה.

ii. אינה נכונה.

iii. נכונה אם ורק אם: $\bar{X} > 0$.

iv. נכונה אם ורק אם: $\bar{X} \neq 0$.

v. כל התשובות אינן נכונות.

ד. אם $\bar{X}=0$ אז השונות של $\tilde{\beta}$ היא:

i. $\dfrac{\sigma^2}{\left(\sum_{t=1}^{T} X_t\right)^2}$.

ii. $\dfrac{\sigma^2}{S_{XX}^2}$.

iii. $\dfrac{\sigma^2 \sum_{t=1}^{T} X_t^2}{S_{XX}}$.

iv. $\dfrac{\sigma^2}{S_{XX}}$.

v. כל התשובות אינן נכונות.

ה. אם $\bar{X}=O$, אז $\tilde{\beta}$ הינו האומד הלינארי חסר ההטיה בעל השונות הקטנה ביותר. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

3) נתון המודל: $Y_t=\alpha+\beta\cdot X_t+u_t$. ידוע כי כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.
נתון כי $\tilde{\beta}$ הוא אומד לינארי וחסר הטיה ל-β, אך איננו אומד עקיב ל-β.
מאחר ש-$\tilde{\beta}$ אינו אומד עקיב, לא נוכל להשתמש במשפט גאוס מרקוב ולקבוע כי: $\hat{\beta}=\dfrac{S_{XY}}{S_{XX}}$ (אר"פ) הינו אומד יעיל יותר.

נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

תשובות סופיות:

1)

א. $PF = 0.00$.

ב. $\hat{\alpha} = -80.5246$.

ג. $H_0: \beta = 40$, $H_1: \beta \neq 40$.

ד. $t_{\hat{\beta}} = -0.75$.

ה. $WALD_{stat} = 0.5625$.

ו. $SALARY_t = 1903.16$.

ז. i. לא נכון. ii. נכון. iii. נכון. iv. לא נכון.

ח. $H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$.

ט. SSE.

י. $WALD_{stat} = 54.49$.

יא. לא ניתן לחשב.

יב. Covariance of Estimates , $S^2_{\hat{\beta}_2,\hat{\beta}_3}$.

יג. נכונה.

יד. $Z_0 = SALARY_t$, $Z_1 = HOURS_t$, $Z_2 = AGE_t + 8 \cdot SCL_t$.

טו. $WALD_{stat} = 0.000324$.

2)

א. לא נכון.

ב. ה.

ג. ה.

ד. ה.

ה. לא נכון.

3) לא נכון.

אקונומטריקה א

פרק 16 - מבחן 3

תוכן העניינים

מבחן 3:

שאלות:

1) על מנת לאמוד את פונקציית הייצור נאספו נתונים על 150 פירמות בשנת 2007 ונאמדה המשוואה הבאה:

1. $\ln(Y_t) = \alpha + \beta_1 \cdot \ln(L)_t + U_t$.

כאשר:

$\ln(Y)_t$ - תפוקה שנתית באלפי ₪ בלוגים.

$\ln(L)_t$ - מספר העובדים בלוגים.

U_t - הטעות המקרית המקיימת את כל ההנחות הקלאסיות.

משוואה מס׳ 1 נאמדה בפלט מס׳ 1.

Dependent Variable: lnY

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Squares	F Value	Prob>F
Model	1	8.54211			0.0001
Error	35969	40.42584			
C Total	35970	48.96795			

Root MSE	0.52264	R-square	0.1744
Dep Mean	5.54003	Adj R-sq	0.1689
C. V.	9.43380		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>ITI
INTERCEP	1	4.389949	0.21003743	20.901	0.0001
lnL	1	0.257487	0.04767276		0.0001

א. סטטיסטי F לבדיקת מובהקות המודל:
- i. לא ניתן לחשב את סטטיסטי F בעזרת הנתונים הקיימים.
- ii. ניתן לחשב וערכו הוא: ________________

ב. סטטיסטי t לבדיקת מובהקות המודל:
- i. לא ניתן להשתמש בסטטיסטי t בהשערה מסוג זה
- ii. לא ניתן לחשב בעזרת הנתונים הקיימים.
- iii. ניתן לחשב וערכו הוא: ________________.

הועלתה הטענה כי עליה ב-1% במסי העובדים תגדיל את התפוקה בפחות מ-1%.

ג. ההשערות לבדיקת הטענה הן: H_0 : ________ H_1 : ________ .

ד. הסטטיסטי לבדיקת הטענה הינו:

i. לא ניתן לחשבו בנתונים הקיימים.

ii. 5.5.

iii. ‎-5.5.

iv. ‎-15.5.

v. 15.5.

ה. הסטטיסטי של WALD לבדיקת הטענה:

i. לא ניתן לחשבו בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו הוא: ________________.

ו. לאור התשובות לסעיפים הקודמים, אחוז התפוקה קטן ככל שאחוז מסי העובדים גדל: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

החוקרת טענה כי יש משתנים נוספים המסבירים את תפוקת הפירמה ואמדה את המשוואה הבאה:

2. $\ln(Y_t)=\alpha+\beta_1\cdot\ln(L)_t+\beta_2\cdot\ln(K)_t+\beta_3\cdot\ln(PY)_t+U_t$.

כאשר:

$\ln(K)_t$ - מלאי ההון של הפירמה באלפי ₪ בלוגים.

$\ln(PY)_t$ - הוצאות למחקר ופיתוח באלפי ₪ בלוגים.

משוואה מסי (2) נאמדה בפלט מסי 2 .

Dependent Variable: lnY

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Squares	F Value	Prob>F
Model	3	15.63370	5.21123	22.825	0.0001
Error	146	33.33425	0.22832		
C Total	149	48.96795			

Root MSE	0.47783	R-square	0.3193
Dep Mean	5.54003	Adj R-sq	0.3053
C. V.	8.62496		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>lTl
INTERCEP	1	0.542062	1.66317350	0.326	0.7450
lnL	1	0.267771	0.08146608	3.287	0.0013
lnK	1	0.405694	0.09700769	4.182	0.0001
lnPY	1	0.406149	0.30781185	1.319	0.1891

ז. ההשערות לבדיקת הטענה הינן: $H_0 :$ _________ $H_1 :$ _________ .

ח. הסטטיסטי של WALD לבדיקת הטענה הינו:

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים

ii. ניתן לחישוב וערכו: ________________________________.

ט. הסטטיסטי של t לבדיקת הטענה הינו:

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים

ii. לא ניתן לחשב סטטיסטי t לטענה מסוג זה

iii. ניתן לחישוב וערכו: ________________________________.

החוקרת טענה כי השפעת הוצאות למחקר ופיתוח אינה מובהקת ולכן יש לאמוד את המשוואה הבאה:

3. $\ln(Y_t) = \alpha + \beta_1 \cdot \ln(L)_t + \beta_2 \cdot \ln(K)_t + U_t$.

כאשר:

משוואה מס' (3) נאמדה בפלט מס' 3.

Dependent Variable: lnY

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Squares	F Value	Prob>F
Model	2	15.23620	7.61810	33.199	0.0001
Error	147	33.73175	0.22947		
C Total	149	48.96795			

Root MSE	0.47903	R-square	0.3111
Dep Mean	5.54003	Adj R-sq	0.3018
C. V.	8.64667		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>lTl
INTERCEP	1	2.681787	0.37024512	7.243	0.0001
lnL	1	0.177813	0.04470595	3.977	0.0001
lnK	1	0.465154	0.08612163	5.401	0.0001

Covariance of Estimates

COVB	INTERCEP	lnL	lnK
INTERCEP	0.1370814505	-0.003289697	-0.02723683
lnL	-0.003289697	0.0019986217	-0.001270417
lnK	-0.02723683	-0.001270417	0.0074169359

י. ההשערות לבדיקת הטענה הינן : $H_0 :$ _________ $H_1 :$ _________ .

יא. הסטטיסטי של WALD לבדיקת הטענה הינו :

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים

ii. ניתן לחישוב וערכו: __________________________________.

הועלתה הטענה כי גמישות התפוקה ביחס להון גדולה פי 2 מגמישות התפוקה ביחס לעבודה.
בדקו את הטענה במשוואה (3).

יב. השערת האפס לבדיקת הטענה היא : $H_0 :$ _________ .

יג. הסטטיסטי t לבדיקת הטענה הינו :

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחישוב וערכו: _________________________.

יד. הרגרסיה המוגבלת כאשר H_0 נכונה ("תחת H_0") למבחן WALD הינה: $Z_0 = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot Z_1 + V$.
כאשר:
$Z_1 =$ ________
$Z_0 =$ ________ .

טו. הסטטיסטי של WALD לבדיקת הטענה היא (חשבי ישירות) :

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחישוב וערכו: _________________________.

טז. נטען כי אם נמדוד את המשתנים הב"ת במודל בדולרים במקום בשקלים, האומדים ל- β ול- α יישארו ללא שינוי (הנח כי שער הדולר הוא 3.5 ₪) : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

יז. נטען שאם נוריד את משתנה PY מהמודל ה- $\bar{R}^2$ יעלה: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

2) ענו על כל השאלות הבאות. כל שאלה בפני עצמה. בכל השאלות מונח המודל: $Y = \alpha + \beta X + U$ (ומתקיימות כל ההנחות הקלאסיות).

א. במודל לוגריתמי כפול β מייצגת את שיעור השינוי השולי: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

ב. במודל ללא חותך מתקיימת המשוואה הנורמאלית: $\sum \hat{u}_t x_t = 0$ בלבד : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ג. כאשר מוסיפים משתנה ב״ת למודל, עליה ב- $\bar{R}^2$ מעידה על כך שהמשתנה שהוסף מובהק באוכלוסייה: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ד. אם הנחה מס׳ 3 ($E(\hat{u})=0$ לכל t) איננה מתקיימת, האומדים של המודל לא יהיו יעילים: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ה. ככל ש- S_{XX} גדול יותר, קל יותר לדחות את H_0 למובהקות ה- β: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ו. $R^2 > \bar{R}^2$ מתקיים תמיד: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ז. מבחן F למובהקות המודל מהווה מקרה פרטי של מבחן t למובהקות ה- β: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ח. ככל שגודל המדגם גדל כך האומד יהיה יעיל יותר לפרמטר באוכלוסייה: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ט. ה-PVALUE גדל ביחס הפוך לרמת המובהקות של המבחן (ה- α): נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

י. אם דחינו את H_0 במבחן t למובהקות ה- β כאשר האומד חיובי, נדחה אותה בהכרח גם ביחס להשערה כי מקדם השיפוע חיובי באוכלוסייה: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

יא. אם ידוע כי הקשר בין X ל-Y מובהק באוכלוסייה, הדבר מעיד בהכרח על מובהקות המודל: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

3) נתון המודל: $Y_t = \beta X_t + U_t$.

נתון האומד: $\tilde{\beta} = \dfrac{\sum (X_t - \bar{X}) Y_t}{\sum (X_t - \bar{X})^2}$.

א. $\tilde{\beta}$ הינו אומד חסר הטייה ל- β: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ב. שונותו של האומד: ______________________________.

ג. על סמך משפט גאוס מרקוב ניתן להסיק כי אר״פ הינו אומד יעיל יותר מ- $\tilde{\beta}$: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ד. המשוואות הנורמאליות: $\sum \hat{u}_t = 0$ ו- $\sum \hat{u}_t x_t = 0$ הינן המשוואות לאמידת הפרמטרים של המודל בשיטת הריבועים הפחותים: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ה. אם נתון ש: $\bar{X} = 0$ אזי $\tilde{\beta}$ הינו אומד הריבועים הפחותים: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

תשובות סופיות:

1) א. $F=31.273$, ii.
ב. $t=5.5$, iii.
ג. $\begin{matrix} H_0:\beta=1 \\ H_1:\beta<1 \end{matrix}$.
ד. iv.
ה. i.
ו. לא נכון.
ז. ראו סרטון.
ח. ראו סרטון.
ט. ראו סרטון.
י. $\begin{matrix} H_0:\beta_3=0 \\ H_1:\beta_3\neq 0 \end{matrix}$.
יא. $WALD_{stat}=1.74$, ii.
יב. $H_0:\beta_2=2\cdot\beta_1$.
יג. $t=0.1417$, ii.
יד. $\begin{matrix} Z_0=\ln(Y)_t \\ Z_1=\ln(L)_t+2\ln(K)_t \end{matrix}$.
טו. $WALD_{stat}=0.585$, ii.
טז. לא נכונה.
יז. לא נכון.

2) א. לא נכון.
ב. נכון.
ג. לא נכון.
ד. לא נכון.
ה. נכון.
ו. נכון.
ז. נכון.
ח. נכון.
ט. לא נכון.
י. נכון.
יא. נכון.

3) א. נכון.
ב. $V(\tilde{\beta})=\frac{\sigma^2}{S_{XX}}$.
ג. נכון.
ד. לא נכון.
ה. נכון.

אקונומטריקה א

פרק 17 - מבחן 4

תוכן העניינים

מבחן 4:

שאלות:

1) בנק מעוניין לאמוד את סך הפעילות בכרטיסי אשראי של לקוחותיו.
לשם כך אסף נתונים על 35,971 מלקוחותיו ואמד את המשוואה הבאה:

$CREDIT_t = \alpha + \beta \cdot SAVINGS_t + U_t$ .1

כאשר:

$CREDIT_t$ - סך הפעילות בכרטיסי אשראי ב-₪.

$SAVINGS_t$ - סך הפעילות בחשבונות חיסכון ב-₪.

U_t - סטיה מקרית המקיימת את כל ההנחות הקלאסיות.

משוואה (1) נתונה בפלט מס' 1.

Dependent Variable: credit

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Squares	F Value	Prob>F
Model	---	-----	------	------	<0.0001
Error	---	-----	------		
C Total	---	-----			

Root MSE	43859	R-square	0.0106
Dep Mean	7433.60809	Adj R-sq	0.0106
C. V.	589.99662		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0:	Prob>lTl	95% Confidence	
INTERCEP	1	11151.91516	394.35144	2.92	0.0035	378.97	1924.8
savings	1	0.56719	0.02884	19.67		0.51	0.623

א. סטטיסטי F לבדיקת מובהקות המודל הינו:
   i. לא ניתן לחשב את סטטיסטי F בעזרת הנתונים הקיימים.
   ii. ניתן לחשבו וערכו הוא: ______________________.

ב. PVALUE של סטטיסטי t לבדיקת מובהקות ה- β:
   i. לא ניתן לחשבו בעזרת הנתונים הקיימים.
   ii. לא ניתן להשתמש בסטטיסטי t בהשערה מסוג זה.
   iii. ניתן לחשבו וערכו: ______________________.

הבנק טען שאם יגדילו לקוחותיו את הפעילות בחשבונות חיסכון שלהם אפילו בשקל אחד, הפעילות בכרטיסי אשראי תגדל ביותר מ 40 אגורות.

ג. ההשערות לבדיקת הטענה הינן: $H_0:$ ______ . $H_1:$ ______

ד. הסטטיסטי לבדיקת טענת הבנק הינו:

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. הסטטיסטי לבדיקת הטענה צריך להיות שלילי.

iii. 19.67.

iv. 5.797.

ה. הסטטיסטי של WALD לבדיקת טענת הבנק:

i. לא ניתן לחשב בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשב וערכו: ______________________.

ו. ברמת ביטחון של 95% מהו טווח הגידול בפעילות בכרטיסי אשראי, על כל שקל נוסף בפעילות בחשבונות חיסכון?

ז. ברמת ביטחון של 95% מהו האומד לתוחלת פעילות בכרטיסי אשראי עבור סך פעילות בחשבונות חיסכון של 50,000 ₪?

ח. אם פעילות כרטיסי האשראי של כל לקוח תגדל ב- 1000 ₪:

i. האומד של α ישתנה: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

ii. האומד של β ירד: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

iii. סטטיסטי F לבדיקת מובהקות המודל לא ישתנה: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

נטען שסה"כ פעילות הלקוח בחשבונות חיסכון איננו המשתנה המשפיע על הפעילות בכרטיסי האשראי, אלא הרכב החסכונות.
לשם כך נאמדה המשוואה הבאה:

2. $CREDIT_t = \alpha + \beta_1 \cdot PIKADON1_t + \beta_2 \cdot PIKADON2_t + U_t$.

כאשר:

$PIKADON1_t$ - סה"כ הפקדה לפקדונות יומיים ב-₪.

$PIKADON2_t$ - סה"כ הפקדה לפקדונות חודשיים ב-₪.

משוואה (2) נאמדה בפלט מס' 2.

Dependent Variable: lnY

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Squares	F Value	Prob>F
Model	2	1.00791E12	5.003955E11	261.10	0.0001
Error	35968	6.893195E13	1916479937		
C Total	35970	6.993274E13			

Root MSE	43778	R-square	0.0143
Dep Mean	7433.68809	Adj R-sq	0.0143
C. V.	588.90847		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>lTl
INTERCEP	1	1259.36230	379.00751	3.32	0.0009
Pikadon1	1	0.07552	0.05539	1.36	0.1728
Pikadon2	1	0.72350	0.03199	22.62	0.0001

Covariance of Estimates

COVB	INTERCEP	Pikadon1	Pikadon2
INTERCEP	143646.69097	-8.178835194	-9.154578973
Pikadon1	-8.176835154	0.0030678685	0.0003564263
Pikadon2	-9.15457897	0.0003564263	0.0010231462

ט. השערת האפס לבדיקת הטענה הינה : ______ : H_0.

י. הסטטיסטי של WALD לבדיקת הטענה :

i. לא ניתן לחשב בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו :______________________.

יא. הסטטיסטי של t לבדיקת הטענה :

i. לא ניתן לחשבו בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. לא ניתן להשתמש בסטטיסטי t בהשערה מסוג זה.

iii. ניתן לחישוב וערכו :__________________________.

נטען שהגדלת הפעילות בחשבונות חיסכון של הלקוח על ידי העברה לפקדונות חודשיים משפיעה על הפעילות בכרטיסי אשראי פי 10 מאשר הגדלת הפעילות בחשבונות חיסכון על ידי העברה לפקדונות יומיים.

יב. השערת האפס לבדיקת הטענה הינה : ______ : H_0.

יג. הסטטיסטי t לבדיקת הטענה הינו :

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו הוא :___________________.

יד. PVALUE של סטטיסטי t מהסעיף הקודם :

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי t בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו הוא :_________________________.

טו.הרגרסיה המוגבלת כאשר H_0 נכונה למבחן WALD

הינה: $D_0 = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot D_1 + \gamma_2 \cdot D_2 + v$.

כאשר: D_0 : ______

D_1 : ______ .

D_2 : ______

טז.על פי משוואה מס' 2, כל שקל שיועבר לפיקדון הראשון יוסיף כ-0.07552 ₪ לסה"כ הפעילות בכרטיסי אשראי: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

2) ענו על השאלות הבאות (כל שאלה בפני עצמה, בכל שאלה מונח המודל: $Y = \alpha + \beta \cdot X + U$ ומתקיימות כל ההנחות הקלאסיות).

א. אם המודל מובהק אזי שיפוע הרגרסיה מובהק בהכרח: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ב. הגמישות במודל חצי לוגרתמי היא קבועה: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ג. אם X_2 מהווה קומבינציה ליניארית של X_1 לא ניתן לאמוד את הרגרסיה המרובה: $Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + U$: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ד. $\bar{R}^2 > R^2$ רק בתנאי שהמודל מובהק: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ה. ליניאריות וחוסר הטיה של האומדים מהווים תנאי הכרחי לעקיבותם: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

ו. נתון כי רווח הסמך לאמידת β ברמת סמך של 95% הוא: [-2,-5].
מכך ניתן להסיק כי שיפוע הרגרסיה מובהק ברמת מובהקות של 5%: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ז. ככל שפיזור U_t גדול יותר כך קשה יותר לדחות את H_0 למובהקות המודל: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

ח. מודלים לא ליניאריים מתארים קשרים שאינם ליניאריים בין המשתנה המסביר למוסבר: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ט. אם הנחה 5 (שונות קבועה) לא מתקיימת, אומדי הריבועים הפחותים אינם חסרי הטיה: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

י. אם דחינו את H_0 לבדיקת הטענה כי שיפוע הרגרסיה הוא שלילי בוודאי שמודל הרגרסיה הוא מובהק: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

3) נתון המודל: $Y_t = \beta \cdot X_t + U_t$, כאשר כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.

נתון האומד: $\tilde{\beta} = \dfrac{\sum Y_t}{S_{XX}}$.

א. $E\left(\tilde{\beta}\right) =$ _______.

ב. על סמך משפט גאוס מרקוב אומד זה יעיל פחות מאומד הריבועים הפחותים: נכון/ לא נכון/אי אפשר לדעת

ג. אומד $\tilde{\beta}$ מוגדר רק כאשר $S_X^2 \neq 0$: נכון/ לא נכון/אי אפשר לדעת

ד. חשבו את השונות של $\tilde{\beta}$ עבור מודל שבו $\alpha \neq 0$.

ה. שונות האומד (שחושבה בסעיף הקודם) הינה גדולה משונות המודל הנתון: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

תשובות סופיות:

1) א. ii , $F=386.9089$. ב. iii , $PF<0.0001=Pt$. ג. $H_0:\beta=0.4$, $H_1:\beta>0.4$.

ד. iv. ה. i. ו. $p\left(0.51\le\beta\le0.623\right)=0.95$.

ז. $p\left(-32{,}387{,}174.83\le E\left(Y\right)\le 32{,}458{,}197.67\right)=0.95$.

ח. i. נכון. ii. לא נכון. iii. נכון. ט. $H_0:\beta_1=\beta_2=0$.

י. i. יא. ii. יב. $H_0:\beta_2=10\cdot\beta_1$. יג. ii , $t=-0.0574$.

יד. ii , $PVALUE>0.1$. טו. $D_0:CREDIT_t$, $D_1:SAVINGS_t$, $D_2:PIKADON1_t+10\cdot PIKADON2_t$.

טז. נכון.

2) א. נכון. ב. לא נכון. ג. נכון. ד. לא נכון.
ה. לא נכון. ו. נכון. ז. נכון. ח. לא נכון.
ט. לא נכון. י. לא נכון.

3) א. $E\left(\tilde{\beta}\right)=\frac{\beta\sum X_t}{S_{XX}}$. ב. לא ניתן לדעת. ג. נכון.

ד. $V\left(\tilde{\beta}\right)=\frac{T\sigma^2}{S_{XX}^2}$. ה. לא נכון.

אקונומטריקה א

פרק 18 - מבחן 5

תוכן העניינים

מבחן 5:

שאלות:

1) על מנת לאמוד את הקשר בין רמת המחירים במשק (P) לכמות הכסף (M), נאספו נתונים חודשיים בשנים 86-94 (סה"כ 105 תצפיות) ונאמדה המשוואה הבאה:

.1 $M_t = e^{\alpha} + p^{\beta} + e^{u}$.

כאשר:

m - כמות הכסף במשק לחודש (מזומנים + עו"ש).

p - מדד המחירים לצרכן במשק.

U_t - סטיה מקרית המקיימת את כל ההנחות הקלאסיות.

משוואה מס' (1) נאמדה בפלט מס' 1.

Dependent Variable: lnm

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Squares	F Value	Prob>F
Model	1				<0.0001
Error	103				
C Total	104	44.91976			

Root MSE	0.09251	R-square	0.9804
Dep Mean	8.53854	Adj R-sq	0.9802
C. V.	1.08344		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Paramete r=0	Prob>lTl
INTERCE P	1	1.49372	0.09862	15.15	<.0001
lnp	1	1.69267	0.02360		<.0001

א. כתבו את המשוואה בצורה ליניארית בעזרת הטרנספורמציה המתאימה.

ב. האומדן למשוואה (1) הינו: ______________________.

ג. המשמעות הכלכלית של β היא: ______________

ד. גבולות רווח-סמך ברמת סמך של 95% עבור β הינם:

גבול תחתון: ____________________.

גבול עליון: ____________________.

ה. ערך t לחישוב מובהקות ה-β הינו:

i. לא ניתן לחשב ערך זה בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו הוא: ____________________.

ו. אם נגדיל את מדד המחירים לצרכן ביחידה אחת, כמות הכסף במשק תגדל ב:

i. 71.7233.
ii. 1.69267.
iii. 169.267.
iv. 1.69267%.
v. אף תשובה איננה נכונה.

הועלתה הטענה שתוספת של אחוז אחד במדד המחירים לצרכן תגדיל את כמות הכסף במשק ביותר מאחוז אחד.

ז. ההשערות לבדיקת הטענה: ____________________.

ח. סטטיסטי t לבדיקת הטענה הינו:

i. לא ניתן לחשבו באמצעות הנתונים הקיימים.
ii. ניתן לחשבו וערכו הוא: ________________________________.

ט. על פי התשובות לסעיפים הקודמים ניתן להסיק כי ערכו של סטטיסטי F לבדיקת מובהקות המודל הינו:

i. לא ניתן לחשב את ערכו של סטטיסטי F על סמך סטטיסטי t.
ii. 861.4225.
iii. 5144.23.
iv. 71.7233 4.

י. אם נוציא שורש ריבועי למדד המחירים לצרכן במשק:

i. האומד של α ישתנה: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת
ii. האומד של β יעלה: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת
iii. סטטיסטי F לבדיקת מובהקות המודל לא ישתנה: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

הועלתה הטענה כי יש צורך להוסיף למשוואה גם את הפעילות הכלכלית במשק (Y) כמשתנה מסביר, ולכן יש לאמוד את המשוואה הבאה:

2. $LN\left(M\right)_t = \alpha + \beta_1 \cdot LN\left(P\right)_t + \beta_2 \cdot LN\left(Y\right)_t + U_t$.

משוואה (2) נתונה בפלט מס' 2.

Dependent Variable: lnm

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Squares	F Value	Prob>F
Model	2	44.05069	22.02535	2585.05	<0.0001
Error	102	0.86907	0.00852		
C Total	104	44.91976			

Root MSE	0.09231	R-square	0.9807
Dep Mean	8.53854	Adj R-sq	0.9803
C. V.	1.08104		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>lTl
INTERCEP	1	0.78242	0.59739	1.31	0.1932
lnp	1	1.63491	0.05332	30.66	<.0001
lny	1	0.20001	0.16568	-----	0.2302

Covariance of Estimates

COVB	INTERCEP	lnp	lny
INTERCEP	0.35687	0.025884	-0.09762
lnp	0.02588	0.002843	-0.00792
lny	-0.09762	-0.00792	0.02745

יא. סטטיסטי t לבדיקת הטענה הינו :

i. לא ניתן לחשב בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשב וערכו הוא: ______________________.

יב. על פי התשובה לסעיף הקודם, ניתן להסיק את ערכו של סטטיסטי F למובהקות המודל. נכון/ לא נכון/ אי אפשר לדעת

יג. על פי התשובה לסעיף יא' ניתן להסיק את ערכו של סטטיסטי WALD לבדיקת הטענה. נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

הועלתה הטענה כי הגמישות ביחס למחיר גבוהה פי 10 מהגמישות ביחס לפעילות הכלכלית במשק.

יד. סטטיסטי WALD לבדיקת הטענה הינו :

i. לא ניתן לחשב בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשב וערכו הוא: ______________________.

טו. הרגרסיה המוגבלת כאשר H_0 נכונה למבחן WALD הינה: __________

כאשר: D_0 : _______ D_1 : _______ .

טז.

i. איזה מבין המודלים המוצעים במשוואות 1 ו-2 עדיף?
משוואה 1/משוואה2/אין הבדל בין המודלים

ii. אם משתנה רמת המחירים במשק היה מובהק במשוואה מס׳ 1, הוא יהיה מובהק בהכרח גם במשוואה מס׳ 2 : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

2) ענו על השאלות הבאות (כל שאלה בפני עצמה, בכל שאלה מונח המודל: $Y = \alpha + \beta \cdot X + U$ ומתקיימות כל ההנחות הקלאסיות).

א. $\bar{R}^2 < R^2$ מתקיים תמיד: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ב. אם דוחים H_0 במבחן חד צדדי ברמת מובהקות α, אזי בהכרח גם נדחה H_0 במבחן הדו צדדי באותה רמת מובהקות: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ג. אם ערך האומד ל-β גבוה, השערת האפס למובהקות השיפוע תידחה בוודאות: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ד. הוספת משתנה מסביר למשוואת הרגרסיה עשויה להקטין את R^2: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ה. אם דוחים H_0 במבחן דו צדדי ברמת מובהקות α, אזי בהכרח גם נדחה H_0 במבחן החד צדדי באותה רמת מובהקות: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ו. אם רווח בר סמך לשיפוע כולל את הערך אפס, ניתן לומר כי השערת האפס למובהקות השיפוע מתקבלת בהכרח: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ז. האומדים היעילים ביותר לפרמטרים באוכלוסייה יהיו בהכרח אומדי הריבועים הפחותים: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ח. בהוספת משתנה מסביר מובהק למודל, ערך $\bar{R}^2$ יעלה בהכרח. נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ט. מבחן WALD הוא מקרה פרטי של מבחן F למובהקות המודל: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

י. שיטת הריבועים הפחותים מביאה למקסימום את $\bar{R}^2$: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

3) נתון המודל: $Y_t = \alpha + \beta X_t + U_t$.

נתון כי אר"פ למודל זה הינו: $\hat{\beta} = \frac{S_{XY}}{S_{XX}}$.

א. הוכיחו כי $\hat{\beta}$ אומד ליניארי וחסר הטיה של β.

ב. חשבו את $VAR\left(\hat{\beta}\right)$.

ג. נתון האומד: $\tilde{\beta} = \frac{\sum X_t Y_t}{\sum X_t^2}$.

הוכיחו כי $\tilde{\beta}$ אומד ליניארי אך איננו חסר הטיה ל- β.

ד. מהם התנאים בהם מתקיים: $E\left(\tilde{\beta}\right) = \beta$?

תשובות סופיות:

1) א. $LN(M)_t = \alpha + \beta \cdot LN(P)_t + U_t$. ב. $LN(M)_t = 1.49372 + 1.69267 \cdot LN(P)_t$.

ג. גמישות. ד. גבול תחתון: 1.64527, גבול עליון: 1.73987.

ה. ii, $t_{\beta=0} = 71.7233$. ו. v. ז. $\begin{matrix} H_0 : \beta = 1 \\ H_1 : \beta > 1 \end{matrix}$.

ח. ii, $t = 29.35$. ט. i. י. i. לא ניתן לדעת.

ii. אי אפשר לדעת. iii. אי אפשר לדעת. יא. ii, $t = 1.2$.

יב. לא נכון. יג. נכון. יד. ii, $WALD = 0.048$.

טו. $\begin{matrix} D_0 = LN(M)_t \\ D_1 = 10 \cdot LN(P)_t + LN(Y)_t \end{matrix}$. טז. i. משוואה 1.

ii. לא נכון.

2) א. נכון. ב. לא נכון. ג. לא נכון. ד. לא נכון.

ה. לא נכון. ו. לא נכון. ז. לא נכון. ח. נכון.

ט. לא נכון. י. נכון.

3) א. הוכחה. ב. $V(\hat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{S_{XX}}$. ג. הוכחה.

ד. ראו סרטון.