מבוא לאקונומטריקה יישומית

תוכן העניינים

מבוא לאקונומטריקה יישומית

פרק 1 - מבוא לקורס

תוכן העניינים

מבוא לאקונמטריקה יישומית

פרק 2 - אומדי הריבועים הפחותים

תוכן העניינים

אומדי הריבועים הפחותים:

רקע:

Ordinary Least Squares (OLS) – שיטת האמידה של α ושל β לקבלת אומדים $\hat{\alpha}$ ו-$\hat{\beta}$ שיביאו למינימום את סכום ריבועי טעויות האמידה:

$$\min_{\hat{\alpha}\hat{\beta}} \sum \hat{u}_t^2 = \min_{\hat{\alpha}\hat{\beta}} \sum (y_t - \hat{y}_t)^2 = \min_{\hat{\alpha}\hat{\beta}} \sum \left[y_t - \left(\hat{\alpha} + \hat{\beta} x_t \right) \right]^2 = ?.$$

מתוך גזירת הפונקציה הזו מתקבלים האומדים $\hat{\alpha}$ ו-$\hat{\beta}$.

	מודל עם חותך ושיפוע $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$	מודל ללא חותך $Y_t = \beta X_t + u_t$	מודל רק עם חותך $Y_t = \alpha + u_t$
חישוב האומדים	$\hat{\beta} = \frac{S_{XY}}{S_{XX}} = \frac{\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})(Y_t - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})^2}$ $= \frac{\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})Y_t}{\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})^2}$ $\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{X}$	$\hat{\beta} = \frac{\sum_{t=1}^{T} X_t Y_t}{\sum_{t=1}^{T} X_t^2}$	$\hat{\alpha} = \bar{Y}$
תוחלת האומדים	$E(\hat{\beta}) = \beta$ $E(\hat{\alpha}) = \alpha$	$E(\hat{\beta}) = \beta$	$E(\hat{\alpha}) = \alpha$
שונות האומדים	$V(\hat{\beta}) = \frac{\sigma_u^2}{S_{XX}}$ $V(\hat{\alpha}) = \sigma_u^2 \left(\frac{1}{T} + \frac{\bar{X}^2}{S_{XX}} \right)$	$V(\hat{\beta}) = \frac{\sigma_u^2}{\sum_{i=1}^{T} X_t^2}$	$V(\hat{\alpha}) = \frac{\sigma_u^2}{T}$

"המשוואות הנורמליות" מתקבלות בתהליך הגזירה של פונקציית הריבועים הפחותים וחייבות להתקיים על מנת שהפונקציה תתקיים $\left(\sum \hat{u}_t^2 = \min\right)$:

עבור המודל הקלאסי (עם חותך):

בגזירה של α : $\sum \hat{u}_t = 0$.

בגזירה של β : $\sum \hat{u}_t \cdot x_t = 0$.

עבור מודל ללא חותך:

בגזירת β בלבד: $\sum \hat{u}_t \cdot x_t = 0$.

מן המשוואות הנורמליות נובעות:

1. התכונות הגיאומטריות:

   א. $\sum \hat{u}_i = 0$.

   ב. $\sum x_i \hat{u}_i = 0$.

- ברגרסיה <u>ללא שיפוע</u> מתקיימת רק התכונה הגיאומטרית הראשונה.
  ברגרסיה <u>ללא חותך</u> מתקיימת רק התכונה הגיאומטרית השנייה.

2. התכונות האלגבריות:

   א. $\operatorname{cov}(x_i, \hat{u}_i) = 0$.

   ב. $\operatorname{cov}(\hat{y}_i, \hat{u}_i) = 0$.

   ג. $\bar{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\bar{x} = \bar{\hat{y}}$.

- התכונות האלגבריות תקפות עבור קו הרגרסיה הקלאסי (עם חותך ושיפוע) במדגם בלבד.

ההנחות הקלאסיות של מודל הרגרסיה:

1. קיים קשר ליניארי בין המשתנה המוסבר למשתנה המסביר.
2. X איננו קבוע: $S_{XX} = \sum_{t=1}^{T} \left(X_t - \bar{X}\right)^2 \neq 0$.
3. תוחלת ההפרעה האקראית היא אפס לכל תצפית: $E(u_t) = 0$ לכל t.
4. X_t אינם משתנים מקריים $\Leftarrow$ ניתן להוציא אותם מחוץ לתוחלת ולשונות $\Leftarrow$ $\operatorname{cov}(X_t, u_t) = 0$.

5. הומוסקדסטיות: שונות ההפרעה האקראית קבועה לכל תצפית:
$V(u_t)=\sigma_u^2$ לכל t.
6. u_t ב"ת: $\operatorname{cov}(u_t,u_s)=0$ לכל $t\neq s$.
7. ההפרעות האקראיות מתפלגות נורמלית: $u_t\approx N$.

תכונות האומדים:

אומדי הריבועים הפחותים הם ליניאריים, חסרי הטיה, יעילים ועקיבים.

1. ליניאריות:
אר"פ ניתנים להצגה כטרנספורמציה ליניארית של Y_t.
כדי ש-$\hat\beta$ למשל, יהיה אומד ליניארי צריך להתקיים: $\hat\beta=\sum W_t\cdot Y_t$.
כאשר W_t היא קומבינציה של ערכי X בדרך כלל. למשל: $\hat\beta=\frac{\sum X_t\cdot Y_t}{\sum X_t^2}$.
כדי להביא את האומד לצורה: $\tilde\beta=\sum w_t\cdot y_i$ נעזר בשוויון: $\frac{\sum 0}{\sum 0}=\sum\frac{0}{\sum 0}$.
אומד זה ניתן להצגה בצורה הבאה:
$$\hat\beta=\sum\frac{X_t}{\sum X_t^2}Y_t=\sum W_t\cdot Y_t$$
$$W_t=\frac{X_t}{\sum X_t^2}$$
לפיכך מדובר באומד ליניארי.

- שימו לב כי:
W_t אסור שיכלול את Y_t.
Y_t אסור שיהיה במכנה או בשורש/חזקה (אלא אם כן במודל הנתון הוא מצוי בשורש/חזקה).

2. חוסר הטיה:

אומד $\hat{\vartheta}$ מסוים יהווה אח"ה לפרמטר ϑ אותו הוא אומד באוכלוסייה אם מתקיים: $E(\hat{\vartheta})=\vartheta$.

כיצד יודעים אם אומד הוא חסר הטיה?

1. בשלב הראשון יש לבצע עבודת הכנה – מבטאים את האומד באמצעות הפרמטר האמיתי – מציבים במקום ה- Y_t את המודל ומפתחים אלגברית.

- יש לזכור כי:

u_t y_t מהווים משתנים מקריים ⇐ נשארים בתוך התוחלת, השונות וה- $\sum$.

x_t איננו משתנה מקרי (על פי הנחה מס' 4) ⇐ יוצא מחוץ לתוחלת ולשונות אך נשאר בתוך ה- $\sum$ ו- α β קבועים ⇐ יוצאים מחוץ לתוחלת, לשונות ול- $\sum$.

2. בשלב השני מפעילים תוחלת על האומד המפותח ואם התוחלת שווה לפרמטר האמיתי אז האומד חסר הטייה.

- חוסר הטייה מחייב את התקיימותן של הנחות (3) $E(u_t)=0$ לכל t ו- (4) $\operatorname{cov}(X_t,u_t)=0$.

3. יעילות:

יעילות פירושה השונות הקטנה ביותר. ככל שהשונות של האומד קטנה יותר, כך יש הסתברות גבוהה יותר שהוא יהיה קרוב לפרמטר האמיתי באוכלוסייה אותו הוא אומד.

$\hat{\vartheta}_1$ יקרא אומד יעיל יותר מ- $\hat{\vartheta}_2$ אם מתקיים שהשונות שלו קטנה יותר: $V(\hat{\vartheta}_1)<V(\hat{\vartheta}_2)$.

משפט גאוס מרקוב – אר"פ הם בעלי השונות הנמוכה ביותר בקבוצה שלהם (קבוצת האומדים הלינאריים חסרי ההטיה), והם נקראים: B.L.U.E. (Best Linear Unbiased Estimation).

כיצד מחשבים שונות של אומד?
חייבות להתקיים הנחות (4) $\operatorname{cov}(X_t,u_t)=0$, (5) $V(u_t)=\sigma_u^2$ לכל t
ו-(6) $\operatorname{cov}(u_t,u_s)=0$ לכל $t\neq s$. אם הן מתקיימות, מחשבים את השונות של האיברים המכילים את u_t מהפיתוח הקודם (לפי כללי הסיגמא והשונות).

4. עקיבות:
ככל שהמדגם יגדל כן יתקרב האומד לערך האמיתי של הפרמטר.
אם נגדיל את המדגם לאינסוף תצפיות ונחשב את האומד, הוא יהיה שווה לפרמטר האמיתי באוכלוסייה: $\begin{matrix}(\hat{\theta}\to\vartheta)\\(T\to\infty)\end{matrix}$.
תנאי הכרחי לעקיבות:
האומד חייב להיות פונקציה של גודל המדגם. במילים אחרות, האומד צריך להיות מושפע מגודל המדגם. ברגע שהאומד עונה על תנאי זה הוא יהיה עקיב. אומד המחושב במדגם סופי בהגדרה לא יוכל להיות עקיב לפרמטר באוכלוסייה.

סיכום: השלבים להוכחת התכונות:

1. הוכחת ליניאריות.
2. הכנת האומד ⇐ להציב במקום Y_t את המודל האמיתי.
   במודל עם חותך: $Y_t=\alpha+\beta X_t+u_t$.
   במודל ללא חותך: $Y_t=\beta X_t+u_t$.
3. פיתוח האלגברה.
4. חישוב תוחלת, שונות, עקיבות.

- ליניאריות מהווה תנאי הכרחי לחוסר הטיה.
- ליניאריות וחוסר הטיה מהוות תנאי הכרחי לבחינת היעילות של האומד לפי משפט גאוס-מרקוב.
- עקיבות איננה תלויה בתכונות האחרות, אלא רק בהיותו של האומד פונקציה של גודל המדגם (לא מחושב על מדגם סופי). כך שאומד לא חייב להיות ליניארי או חסר הטיה כדי להיות עקיב.
- העקיבות משפיעה על היעילות של האומד. עבור אומדים התלויים בגודל המדגם: ככל שגודל המדגם גדול יותר כך שונות האומד קטנה והאומד יהיה יעיל יותר לפרמטר באוכ'.

שאלות:

תרגול ממבחנים:

1) נתון המודל: $Y_t=\alpha+\beta X_t+u_t$, $T=100$, כאשר מתקיימות כל ההנחות הקלאסיות.

נתון האומד: $\tilde{\beta}=\dfrac{\sum_{t=51}^{100}Y_t-\sum_{t=1}^{50}Y_t}{\sum_{t=51}^{100}X_t-\sum_{t=1}^{50}X_t}$.

א. האומד $\tilde{\beta}$ הינו אומד חסר הטיה ל- β. נכון / לא נכון

ב. האומד $\tilde{\beta}$ הינו אומד עקיב ל- β. נכון / לא נכון

ג. האומד $\tilde{\beta}$ הינו אומד ליניארי ל- β. נכון / לא נכון

ד. האומד $\tilde{\beta}$ הינו אומד יעיל ל- β. נכון / לא נכון

ה. השונות האמיתית של $\tilde{\beta}$ היא?

2) נתון המודל: $Y_t=\beta X_t+u_t$, כאשר כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.
(יש לשים לב המודל ללא חותך).

נתון האומד: $\tilde{\beta}=\dfrac{\sum Y_t}{\sum X_t}$.

א. האומד $\tilde{\beta}$ הינו אומד מוטה ל- β: נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

ב. על סמך משפט גאוס-מרקוב ניתן להסיק כי $\tilde{\beta}$ איננו אומד יעיל יותר מאומד הריבועים הפחותים: נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ג. מהי השונות האמיתית של $\tilde{\beta}$?

3) נתון המודל: $Y_t=\beta X_t+u_t$, כאשר כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.
(יש לשים לב המודל ללא חותך).

נתון האומד: $\tilde{\beta}=\dfrac{\sum X_tY_t}{\sum\left(X_t-\bar{X}\right)^2}$.

א. מהי התוחלת של $\tilde{\beta}$?

ב. $E\left(\tilde{\beta}\right)<\beta$. נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

ג. על סמך משפט גאוס-מרקוב ניתן להסיק כי אומד הריבועים הפחותים הינו אומד יעיל יותר מ- $\tilde{\beta}$. נכון / לא נכון/ לא ניתן לדעת

ד. מהי השונות האמיתית של האומד $\dfrac{\sum X_tY_t}{\sum X_t^2}$?

4) בכל השאלות ההנחות הקלאסיות מתקיימות.
האומדים הם אר״פ, והמודל הוא: $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$.

א. $E(Y_t) = E(\hat{Y}_t)$ — נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

ב. $\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})\bar{Y} \neq 0$ — נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

ג. אמידת המודל בשיטת הריבועים הפחותים תיתן את התוצאה: $\sum_{t=1}^{T} u_t = 0$. — נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

ד. אם נתון ש- $r_{XY} = 0.57$, אזי $\hat{\beta}$:
i. הוא בהכרח שלילי.
ii. הוא בהכרח חיובי.
iii. הוא בהכרח שווה לאפס.
iv. לא ניתן לקבוע את סימנו על סמך הנתונים הקיימים.

ה. סמן את הטענה הנכונה בהכרח:
i. $\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{Y})\hat{u}_t = 0$.
ii. $S_{XX} = \sum_{t=1}^{T} X_t^2 - (T\bar{X})^2$.
iii. $\sum_{t=1}^{T} X_t u_t = 0$.
iv. אף אחת מהטענות הנ״ל אינה נכונה בהכרח.

ו. אומדי הריבועים הפחותים אינם חסרי הטיה, אם נתון שהשונות של u_t אינה קבועה. — נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

ז. אומד חסר הטיה הוא אינו בהכרח גם אומד עקיב. — נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת

תשובות סופיות:

1) א. נכון. ב. לא נכון. ג. נכון. ד. לא נכון.

ה. $V\left(\tilde{\beta}\right)=\dfrac{100\sigma_u^2}{\left(\sum_{t=51}^{100}X_t-\sum_{t=1}^{50}X_t\right)^2}$.

2) א. לא נכון. ב. נכון. ג. $V\left(\tilde{\beta}\right)=\dfrac{T\sigma_u^2}{\left(\sum X_t\right)^2}$.

3) א. $E\left(\tilde{\beta}\right)=\dfrac{\beta\sum X_t^2}{\sum\left(X_t-\bar{X}\right)^2}$. ב. לא נכון. ג. לא נכון.

ד. $\dfrac{\sigma_u^2}{\sum X_t^2}$.

4) א. נכון. ב. לא נכון. ג. לא נכון. ד. ii.

ה. i. ו. לא נכון. ז. נכון.

מבוא לאקונומטריקה יישומית

פרק 3 - מודלים לא ליניאריים

תוכן העניינים

מודלים לא ליניאריים:

רקע:

המודל	משמעות ה- β	השינוי השולי $\left(\frac{\partial Y}{\partial X}\right)$ בכמה ישתנה Y אם נגדיל את X ביחידה?	הגמישות $\left(\frac{\partial Y}{\partial X}\cdot\frac{X}{Y}\right)$ בכמה % ישתנה Y אם נגדיל את X ב-1%?
ליניארי: $Y=\alpha+\beta X+u$	השינוי השולי אם נגדיל את X ביחידה Y ישתנה ב- β יחידות	β	$\frac{\beta X}{Y}$
חצי לוגריתמי: $\ln Y=\alpha+\beta X+u$ $\left(Y=e^{\alpha+\beta X+u}\right)$	שיעור השינוי השולי אם נגדיל את X ביחידה Y ישתנה ב- $100\cdot\beta\%$	βY	βX
לוגריתמי כפול: $\ln Y=\alpha+\beta\ln X+u$ $\left(Y=e^{\alpha}\cdot X^{\beta}\cdot e^{u}\right)$	הגמישות אם נגדיל את X ב-1% Y ישתנה ב- $\beta\%$	$\frac{\beta Y}{X}$	β
לוג ליניארי: $Y=\alpha+\beta\ln X+u$ $\left(e^{y}=e^{\alpha}\cdot X^{\beta}\cdot e^{u}\right)$	אין משמעות כלכלית אם נגדיל את X ב-1% Y ישתנה ב- β	$\frac{\beta}{X}$	$\frac{\beta}{Y}$

- המשתנה שיש בו LN השינוי בו יהיה באחוזים.

תזכורת של חוקי לוגים:

$$LN\left(e^{x}\right)=X$$
$$LN\left(X^{Y}\right)=Y\cdot LN\left(X\right)$$
$$LN\left(X\cdot Y\right)=LN\left(X\right)+LN\left(Y\right)$$
$$LN\left(\frac{X}{Y}\right)=LN\left(X\right)-LN\left(Y\right)$$

שאלות:

1) על מנת לאמוד את התשואה להשכלה בישראל בשנים 1948-1990 נאמדו המודלים הבאים:

1. $MWAGE_t = 139.547 + 118.628 \cdot SCL_t$.
2. $MWAGE_t = -1445.08 + 1239.60 \cdot LN(SCL)_t$.
3. $LN(MWAGE)_t = 5.244 + 0.778 \cdot LN(SCL)_t$.
4. $LN(MWAGE)_t = 6.292 + 0.070 \cdot SCL_t$.

א. הסבירו את המשמעות של β בכל אחד מהמודלים.

ב. חשבו את הגמישות בנקודת הממוצעים: (12.311,1600.01) עבור כל אחד מהמודלים.

2) נתונים תוצאות האמידה של המודלים הבאים:

1. $\hat{Y} = e^{4.5} \cdot X^{0.05}$.
2. $\hat{Y} = e^{4.5+0.05X}$.
3. $\hat{Y} = 4.5 + \frac{0.05}{X}$.
4. $\hat{Y} = \frac{1}{1+e^{4.5+0.05X}}$.

א. כתבו את המודלים בצורה ליניארית בעזרת טרנספורמציה מתאימה.

ב. עבור כל אחד מהמודלים ערכו תחזית נקודתית עבור $X = 6$.

3) נתונים המודלים הבאים עבור התוצר במשק:

1. $Q_i = AK_i^{\beta_1}e^{u_i}$.
2. $Q_i = Ae^{\beta_1 L_i + u_i}$.
3. $Q_i = A + K_i^{\beta_1} + e^{u_i}$.
4. $Q_i = A + \frac{\beta_1}{L_i} + u_i$.
5. $Q_i = A + \beta_1\sqrt{K_i} + u_i$.
6. $Q_i = e^{A+\beta_1 Ki + u_i}$.
7. $Q_i = A\left(\frac{K_i}{2} + 7\right)^{\beta_1} e^{u_i}$.
8. $Q_i = A + \beta_1 L_i + u_i$.
9. $Q_i = A + \beta_1\left(\frac{K_i}{L_i}\right) + u_i$.

כאשר:

Q - הוצאות צריכה על מוצר מסוים על ידי פרט מסוים.

A - הוצאות צריכה על המוצר בהינתן רמת הכנסה אפסית.

K - הכנסת הפרט.

L - שנות לימוד.

א. מי מהמודלים הבאים ניתן לאמידה בשיטת OLS?

ב. מי מבין המודלים שלא ניתנים לאמידה בשיטת OLS ניתן להביא למודל ליניארי בפרמטרים ועל כן לאמוד את הפרמטרים שלו?

ג. עבור כל אחד מהמודלים קבעו מיהו המשתנה המוסבר ומיהו המסביר במשוואת הרגרסיה הליניארית.

ד. עקומת אנג׳ל מתארת את גמישות הצריכה של הפרט מוצר מסוים ביחס להכנסתו. איזה מהמודלים מתאים כדי לתאר את עקומת אנג׳ל?

4) נתון המודל הבא: $Q_i = \frac{A}{K_i^{\beta_1}} e^{u_i}$.

א. האם ניתן לאמוד את המודל בשיטת OLS?

ב. מה המשוואה שצריך לאמוד על מנת לקבל את הפרמטרים למודל זה (כלומר כיצד הופכים את המודל לליניארי בפרמטרים)?

ג. נאמד המודל הבא: $\ln(Q_i) = \alpha_0 + \alpha_1 \ln(K_i) + u_i$, והתקבלו התוצאות הבאות: $\hat{\alpha}_0 = 3$, $\hat{\alpha}_1 = 0.8$.

מהם האומדנים עבור: β_1 , A ?

5) נתון כי הקשר באוכלוסייה בין X ל- Y נתון על ידי המודל הבא: $\ln Y = \alpha + \beta \ln X + u$. נתון גם כי עבור המודל הנ״ל כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.

כלכלן הציע את האומד הבא עבור β : $\tilde{\beta} = \frac{\sum_{t=1}^{T} (\ln X_t - \ln \bar{X}) \ln Y_t}{\sum_{t=1}^{T} (\ln X_t - \ln \bar{X})^2}$.

א. האם האומד ליניארי?

ב. האם האומד חסר הטיה?

ג. האם האומד *blue*?

ד. מהי שונותו?

תשובות סופיות:

1) א.1. השינוי השולי. 2. אין משמעות כלכלית. 3. גמישות.
4. שיעור השינוי השולי.
ב.1. 0.912. 2. 0.77. 3. 0.778. 4. 0.861.

2) א.1. $\hat{\ln}(Y)=4.5+0.05\cdot\ln(X)$. 2. $\hat{\ln}(Y)=4.5+0.05X$.
3. אין צורך. 4. $\ln\left(\frac{1-\hat{Y}}{\hat{Y}}\right)=4.5+0.05X$.
ב.1. 98.45. 2. 121.51. 3. 4.50833. 4. 0.00816.

3) א. מודלים: 4, 5, 8 ו-9.
ב. מודלים: 1, 2, 6 ו-7.
ג.1. מסביר: $\ln(K_i)$, מוסבר: $\ln(Q_i)$. 2. מסביר: L_i, מוסבר: $\ln(Q_i)$.
3. אינו ליניארי. 4. מסביר: $\frac{1}{L_i}$, מוסבר: Q_i.
5. מסביר: $\sqrt{K_i}$, מוסבר: Q_i. 6. מסביר: K_i, מוסבר: $\ln(Q_i)$.
7. מסביר: $K_i=\frac{K_i}{2}+7$, מוסבר: $\ln(Q_i)$. 8. מסביר: L_i, מוסבר: Q_i.
9. מסביר: $\frac{K_i}{L_i}$, מוסבר: Q_i.
ד. מודלים: 1 ו-7.

4) א. לא. ב. $\ln(Q_i)=\ln(A)-\beta_1\ln(K_i)+u_i$.
ג. $A=20$, $\beta_1=-0.8$.

5) א. כן. ב. כן. ג. כן. ד. $V(\hat{\beta})=\frac{\sigma_u^2}{SS\ln x}$.

מבוא לאקונומטריקה יישומית

פרק 4 - מבחני המובהקות וקריאת פלטים - תוכנת SAS

תוכן העניינים

מבחני המובהקות וקריאת פלטים – תוכנת SAS:

רקע:

פלט ניתוח שונות (Analysis of Variance):

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	k	RSS	$RSS/k = MSR$	$F = \frac{MSR}{MSE}$	PF
	+	+			
Error	$T-k-1$	ESS	$ESS/T-k-1 = MSE$		
C Total	$T-1$	TSS			

Root MSE	$\sqrt{MSE} = s_u$	R-square	$R^2 = \frac{RSS}{TSS}$
Dep Mean	$\overline{Y}$	Adj R-sq	$\overline{R}^2 = 1 - \frac{ESS}{TSS} \cdot \frac{T-1}{T-k-1}$
C.V.	$\frac{s_u}{\overline{Y}} \cdot 100$		

פלט מקדמי הרגרסיה (Parameter Estimates):

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	$\hat{\alpha}$	$s_{\hat{\alpha}}$	$\frac{\hat{\alpha}}{s_{\hat{\alpha}}} = t_{(\hat{\alpha}=0)}$	$Pt_{\hat{\alpha}}$
X	1	$\hat{\beta}$	$s_{\hat{\beta}}$	$\frac{\hat{\beta}}{s_{\hat{\beta}}} = t_{(\hat{\beta}=0)}$	$Pt_{\hat{\beta}}$

פלט ה – Covariance of Estimates:

פלט שמתאר את השונות המשותפת (covariance) של האומדנים- $\hat{\alpha}$ ו- $\hat{\beta}$:

Covariance of Estimates

COVB	INTERCEP	X
INTERCEP	$s_{\hat{\alpha}}^2$	$\operatorname{cov}(\hat{\alpha},\hat{\beta})$
X	$\operatorname{cov}(\hat{\alpha},\hat{\beta})$	$s_{\hat{\beta}}^2$

עריכת תחזית וקריאת פלטים (תוכנת SPSS):

אמידה נקודתית:
אמידה נקודתית עבור X_0 מסוים (תחזית).
מחושבת על פי קו הרגרסיה במדגם: $\hat{Y}_0=\hat{\alpha}+\hat{\beta}\cdot X_0$.

אמידת מרווח ל- $E(Y)$:
אמידת התחזית באוכלוסייה עבור X_0 מסוים. נחשב רווח בר סמך לערך ממוצע של Y באוכ' עבור X_0 מסוים ($E(Y)$) ברמת סמך $1-\alpha$.

נוסחת הרב"ס: $\hat{Y}\pm t_{n-2;1-\frac{\alpha}{2}}\hat{\sigma}_u\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{(X_0-\bar{X})^2}{\sum(X_i-\bar{X})^2}}$.

$\hat{\sigma}_u=MSE=\frac{SSE}{n-2}$, $\sum(X_i-\bar{X})^2=S_{XX}=(n-1)S_X^2$.

רישום הרב"ס: $p(\_\_\_\le E(Y)\le\_\_\_)=1-\alpha$.

אמידת מרווח ל- Y :
אמידת ערך בודד של Y באוכלוסייה עבור X_0 מסוים. נחשב רווח בר סמך לערך בודד של Y באוכ' עבור X_0 מסוים (Y_0) ברמת סמך $1-\alpha$.

נוסחת הרב"ס: $\hat{Y}\pm t_{n-2;1-\frac{\alpha}{2}}\hat{\sigma}_u\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{(X_0-\bar{X})^2}{\sum(X_i-\bar{X})^2}}$.

רישום הרב"ס: $p(\_\_\_\le Y\le\_\_\_)=1-\alpha$.

- רב"ס לערך בודד יהיה רחב יותר מאשר רב"ס לערך ממוצע משום שטעות התקן בראשון גדולה מאשר באחרון.

שאלות:

פלט ניתוח שונות:

1) חוקר רצה לבחון את השפעת ההכנסה (*INCOME*) על גובה המס (*TAX*) (במיליארדי $) שגובה מדינה במערב לפי המודל: $TAX_t = \alpha + \beta \cdot INCOME_t + u_t$.
לשם כך אסף נתונים מ-51 מדינות. להלן התוצאות:

Model: MODEL1

Dependent Variable: TAX

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	1	2046.89694	2046.89694	8798.672	0.0001
Error	49	11.39922	0.23264		
C Total	50	2058.29615			

Root MSE	0.48232	R-square	0.9945
Dep Mean	5.4242	Adj R-sq	0.9943
C.V.	8.88711		

בדקו את ההשערה כי המודל מובהק ברמת מובהקות של 0.05.

פלט מקדמי הרגרסיה:

2) בהמשך לדוגמא הקודמת – בדיקת השפעת ההכנסה על גודל המס, התקבלו גם התוצאות הבאות:

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	-0.086912	0.08953904	-0.971	0.3365
INCOME	1	0.152232	0.0016229	93.801	0.0001

א. אמדו את המודל: $TAX = \alpha + \beta \cdot INCOME + U$.
מהי המשמעות הכלכלית של β?

ב. האם המודל מובהק? בדקו על סמך הפלט הנ"ל ברמת מובהקות של 0.05.

ג. מהי רמת המובהקות הקטנה ביותר, עבורה עדיין תידחה השערת האפס מסעיף ב'?

ד. בדקו את ההשערה כי ככל שההכנסה עולה כך עולה גם המס (שיפוע β חיובי) ברמת מובהקות של 0.01.

ה. בנו רווח-סמך ברמת סמך של 95% עבור β.

ו. בדקו את ההשערה שתוספת של מיליארד $ להכנסה תגדיל את המס ב-0.2 מיליארד $, ברמת מובהקות של 0.05.

- שימו לב כי:
  במודל עם משתנה מסביר אחד בלבד קיימת זהות בין מבחן F למובהקות המודל לבין מבחן t למובהקות ה-β:

$$F_{(1,T-2;1-\alpha)} = t^2_{\left(T-2;1-\frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$F = t^2_{\hat{\beta}}$$

כלומר: כל החלטה המתקבלת במבחן אחד חייבת להיות זהה להחלטה המתקבלת במבחן השני.

פלט שונויות משותפות:

3) נתון פלט האמידה של המודל: $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$, שלצורך אמידתו נאספו 240 תצפיות:

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	5.25	0.25	21	0.0000
X	1	0.96	0.12	8	0.0000

Covariance of Estimates

	INTERCEP	X
INTERCEP	0.0625	-0.003
X	-0.003	0.0144

יש לבדוק את ההשערה: $H_0: \alpha = 5\beta$.

שאלה מסכמת:

4) חוקר רצה לבדוק את השפעת הותק בעבודה (*EXP*) על השכר (*SALARY*) לפי המודל: $\ln(SALARY_t) = \alpha + \beta \cdot EXP_t + u_t$. הוא אסף 403 תצפיות, ואמד את הפרמטרים בתוכנת SAS. להלן חלקים מהפלט ויש להשלימו:

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	----	----	5.68015	----	----
Error	----	205.22539	----		
C Total	----	----			

Root MSE	----	R-square	----
Dep Mean	7.14247	Adj R-sq	0.0245
C.V.	10.01602		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	---- (*)	----	----	----
EXP	1	-0.008740	----	----	0.0009

Covariance of Estimates

COVB	INTERCEP	EXP
INTERCEP	0.0047463101	----
EXP	-0.000154685	6.882844 E-6

- נתון נוסף: $EXP = 22$.

א. קיים קשר חיובי מובהק בין ותק ללוג השכר. נכון / לא נכון

ב. שיעור התשואה בשכר לשנת ותק הוא?

ג. תחזית לוג השכר עבור אדם בעל 10 שנות ותק היא?

ביצוע תחזיות:

5) במדגם של 30 דירות מושכרות לסטודנטים ברדיוס של עד 2 ק"מ מסביב למכללה נחקר הקשר בין שכר דירה למספר הסטודנטים הגרים בדירה. להלן התוצאות:

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
שכר הדירה	1386.7667	509.46027	30
מספר הסטודנטים	3.0000	1.31306	30

Model Summary[b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.602[a]	.362	.339	414.05503

a. Predictors: (Constant), number of students
b. Dependent Variable:rent

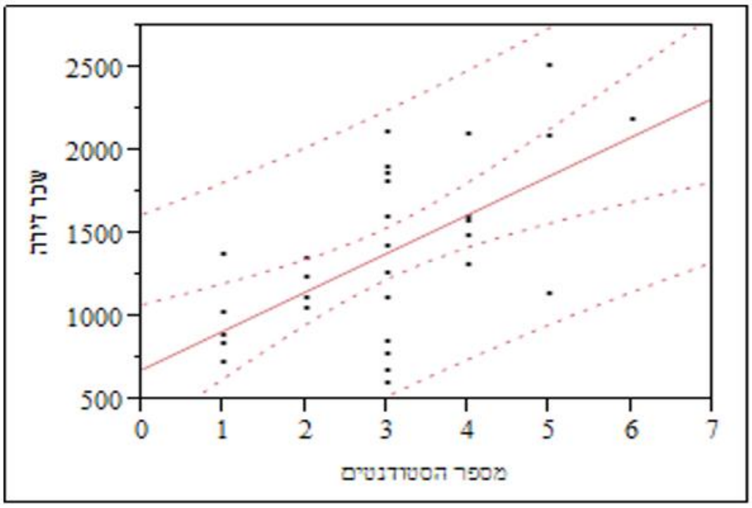
ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	Df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	2726579.520	1	2726579.520	15.904	.000[a]
	Residual	4800363.847	28	171441.566		
	Total	7526943.367	29			

a. Predictors: (Constant), number of students
b. Dependent Variable: rent

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients B	Unstandardized Coefficients Std. Error	Standardized Coefficients Beta	T	Sig.
1	(Constant)	686.207	191.244		3.588	.001
	מספר הסטודנטים	233.520	58.556	.602	3.988	.000



א. חשב אומדן נקודתי לשכר הדירה אותו ישלמו סטודנטים החולקים את הדירה עם שותף אחד בלבד.

ב. אמוד את שכר הדירה הממוצע שישלמו סטודנטים החולקים את הדירה עם שותף אחד בלבד, ברמת בטחון של 95%.

ג. אמוד את שכר הדירה שישלם סטודנט יחיד החולק את הדירה עם שותף אחד בלבד, ברמת ביטחון של 95%.

תשובות סופיות:

1) יש עדות לכך.

2) א. ראה סרטון. ב. יש עדות לכך. ג. $Pt_{\hat{\beta}} = 0.0001$.

ד. יש עדות לכך. ה. $P\left(0.1488 \le \beta \le 0.1554\right) = 0.95$.

ו. יש עדות לכך.

3) אין עדות לכך.

4) א. לא נכון. ב. -0.87%. ג. 7.24735.

5) א. 1153.247. ב. $p\left(957.4 \le \mu_{Y_{X=2}} \le 1349.08\right) = 0.95$.

ג. $p\left(282.94 \le Y_{X=2} \le 2023.55\right) = 0.95$.

מבוא לאקונומטריקה יישומית

פרק 5 - שינוי יחידות מדידה

תוכן העניינים

שינוי יחידות מדידה:

רקע:

טרנספורמציה ליניארית: הוספה/החסרה של קבוע ו/או הכפלה/חילוק של קבוע של אחד או שני המשתנים (התלוי והב"ת).

- טרנספורמציה ליניארית של המשתנים לא תשפיע על: R^2, F, $t_{\hat{\beta}}$ ו- PF.

השינויים מסוכמים בטבלה הבאה:

	$\hat{\beta}'$	$\hat{\alpha}'$	$S_{\hat{\beta}}$	$S\hat{\alpha}$
הוספת קבוע ל- X: $Y=\alpha'+\beta'(X+d)+v$	$\hat{\beta}'=\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}'=\hat{\alpha}-\hat{\beta}d$	$s_{\hat{\beta}'}=s_{\hat{\beta}}$	$s_{\hat{\alpha}'}\neq s_{\hat{\alpha}}$
הוספת קבוע ל- Y: $Y+d=\alpha'+\beta'X+v$	$\hat{\beta}'=\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}'=\hat{\alpha}+d$	$s_{\hat{\beta}'}=s_{\hat{\beta}}$	$s_{\hat{\alpha}'}=s_{\hat{\alpha}}$
הכפלת X **פי קבוע:** $Y=\alpha'+\beta'(dX)+v$	$\hat{\beta}'=\frac{\hat{\beta}}{d}$	$\hat{\alpha}'=\hat{\alpha}$	$s_{\hat{\beta}'}=\frac{s_{\hat{\beta}}}{d}$	$s_{\hat{\alpha}'}=s_{\hat{\alpha}}$
הכפלת Y **פי קבוע:** $dY=\alpha'+\beta'X+v$	$\hat{\beta}'=d\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}'=d\hat{\alpha}$	$s_{\hat{\beta}'}=ds_{\hat{\beta}}$	$s_{\hat{\alpha}'}=ds_{\hat{\alpha}}$

- $t_{(\hat{\beta}'=0)}=t_{(\hat{\beta}=0)}$ תמיד.
- $t_{(\hat{\alpha}'=0)}=t_{(\hat{\alpha}=0)}$ רק בהכפלות.

שאלות:

1) חוקר ביקש לאמוד את הקשר בין שכר ב-₪ (*MWAGE*) לבין שנות לימוד (*SCL*) באמצעות 2 מודלים שונים.
להלן תוצאות האמידה:

א. $MWAGE_t = 139.54 + 118.62 \cdot SCL_t$.

ב. $MWAGE_t = -1445.08 + 1239.60 \cdot LN\left(SCL\right)_t$.

חשבו מחדש את מקדמי הרגרסיה וסטטיסטי המבחן F בכל אחד מהמודלים כתוצאה:

1. התברר כי נעשה טעות בחישוב מספר שנות הלימוד, ויש צורך להוסיף 20% למשתנה המקורי.
2. התברר כי הקשר בין שכר לשנות לימוד הוא ריבועי ולכן יש צורך להעלות את המשתנה המקורי של מספר שנות הלימוד בריבוע.

2) בהמשך לנתוני השאלה לדוגמא מהפרק החמישי:
החוקר טען כי יש לבדוק את הקשר בין שכר לוותק ע"י שימוש בשכר נטו (*NET*) ולא בשכר ברוטו (*SALARY*). (קיים שיעור מס קבוע של 20%).
המודל הוא: $\ln\left(NET_t\right) = \alpha' + \beta' \cdot EXP_t + v_t$.
מה יהיו ערכי האומדים, סטיות התקן שלהם וטיב ההתאמה באמידת מודל זה?

תשובות סופיות:

1) 1. א. $\hat{\alpha}' = \alpha = 139.59$, $\hat{\beta}' = 98.85$, סטטיסטי F לא משתנה.

ב. $\hat{\alpha}' = -1671$, $\hat{\beta}' = 1239.6$, סטטיסטי F לא משתנה.

2. לא ניתן לדעת.

2) $S_{\hat{\alpha}'} = S_{\hat{\alpha}} = 0.0688935$, $S_{\hat{\beta}'} = S_{\hat{\beta}} = 0.0026235$, $\hat{\alpha}' = 7.11161$, $\hat{\beta}' = \hat{\beta} = -0.00874$,
$R^2 = 0.0269$.

מבוא לאקונומטריקה יישומית

פרק 6 - רגרסיה מרובה

תוכן העניינים

רגרסיה מרובה:

רקע:

מבחן T ו-F:

כאשר יש יותר ממשתנה מסביר אחד, מדובר ברגרסיה מרובה.

המודל הקלאסי: $Y_t = \alpha + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \ldots + \beta_k X_{kt} + u_t$.

- קבוע α יש אחד.
- מספר ה-β טות כמספר המשתנים הב״ת במודל.

מבחן F למובהקות המודל:

השערות: $\begin{matrix} H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_K = 0 \\ H_1 : OTHERWISE \end{matrix}$.

סטטיסטי המבחן F וכלל ההכרעה:

$$F = \frac{\frac{RSS}{k}}{\frac{ESS}{T-k-1}} = \frac{\frac{R^2}{k}}{\frac{1-R^2}{T-k-1}} > F\left(k, T-k-1; 1-\alpha\right).$$

מבחן t למובהקות ה-β טות:

מבחן לבדיקת מובהקות β ספציפית:

השערות: $\begin{matrix} H_0 = \beta_1 = 0 \\ H_1 : \beta_1 \neq 0 \end{matrix}$.

סטטיסטי המבחן t וכלל ההכרעה:

$$\left|t_{\hat{\beta}_i}\right| = \left|\frac{\hat{\beta}_i}{S_{\hat{\beta}_i}}\right| > t_{\left(T-k-1; 1-\frac{\alpha}{2}\right)}.$$

השוואה בין מודלים – $\bar{R}^2$ וחוק חיטובסקי:

בכדי להחליט האם כדאי לנו להוסיף למודל משתנה ב"ת מסוים:
נשווה את פרופורציית השונות המוסברת המתוקנת $\bar{R}^2$ בין המודל ללא המשתנה המסביר לבין המודל עם המשתנה המסביר שהוספנו.

- ניתן להשתמש גם באומד המוטה - R^2 להשוואה בין מודלים אם מתקיימים שני התנאים הבאים:
  1. מספר המשתנים זהה.
  2. המשתנה המוסבר זהה.

לפי חוק חיטובסקי – בהוספת משתנה מסביר אחד בלבד למודל ה- $\bar{R}^2$ יעלה אך ורק אם: $|t_{\hat{\beta}}|>1$.

כאשר: $|t_{\hat{\beta}}|<1$ אז $\bar{R}^2$ ירד בהוספת המשתנה והוא גם לא יהיה רלוונטי למודל (מובהק).

כאשר: $|t_{\hat{\beta}}|>2$ אז $\bar{R}^2$ יעלה והמשתנה שהוסף יהיה גם מובהק.

כאשר: $1<|t_{\hat{\beta}}|<2$ אז ה- $\bar{R}^2$ יעלה אך יש לבדוק את רלוונטיות המשתנה שהוסף למודל על פי מבחן t.

שאלות:

מבחן T ו-F:

1) נאמד המודל: $Y_t = \alpha + \beta_x X_t + \beta_z Z_t + \beta_w W_t + \beta_s S_t + u_t$ והתקבלו התוצאות הבאות:

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	------	646169.84	------------	-----------	0.0000
Error	------	-----------	------------		
C Total	203	646790.01			

Root MSE	------------	R-square	-------------
Dep Mean	178.6645	Adj R-sq	0.999022
C.V.	0.988075		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	5.067731	0.456604	11.09874	0.0000
X	1	-------------	0.042711	22.84485	0.0000
Z	1	3.005385	0.008679	346.2721	0.0000
W	1	-5.029101	0.073149	-------------	0.0000
S	1	8.974106	0.029075	308.6485	0.0000

א. השלם את הנתונים החסרים בפלט.

ב. האם המודל מובהק? בדקו ברמת מובהקות של 0.05.

ג. האם משתנה W רלוונטי למודל? בדקו ברמת מובהקות של 0.01.

השוואה בין מודלים:

2) במודל לניבוי ההכנסה על פי שנות לימוד וותק במקום העבודה, התקבל: $\bar{R}^2 = 0.266$. הוסף המשתנה היקף המשרה. במבחן למובהקות המשתנה הנוסף התקבל: $t_{\hat{\beta}} = 0.456$. האם ערך $\bar{R}^2$ יעלה/ירד/לא ישתנה בהוספת המשתנה הנוסף למודל?

מבחן Wald ו-T מורכב:

3) נאמד המודל: $Y_t = \alpha + \beta_x X_t + \beta_z Z_t + \beta_w W_t + \beta_s S_t + u_t$ והתקבלו התוצאות הבאות:

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	4	646169.84	161542.46	51835.84	0.0000
Error	199	620.1683	3.1164236		
C Total	203	646790.01			

Root MSE	1.7653395	R-square	0.999041
Dep Mean	178.6645	Adj R-sq	0.999022
C.V.	0.988075		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	5.067731	0.456604	11.09874	0.0000
X	1	0.975736	0.042711	22.84485	0.0000
Z	1	3.005385	0.008679	346.2721	0.0000
W	1	-5.029101	0.073149	-68.75141	0.0000
S	1	8.974106	0.029075	308.6485	0.0000

הועלתה ההשערה כי ההשפעה על Y של משתנה S היא פי 3 מזו של משתנה Z, וכן כי החותך הוא 5.

א. מהי השערת האפס?

ב. מהו המודל המוגבל שאותו צריך לאמוד?

להלן אמידת המודל המוגבל:

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	2	646166.01	323083.01		
Error	201	623.9983	3.104469		
C Total	203	646790.01			

Root MSE	1.7619504	R-square	0.999035
Dep Mean	173.6645	Adj R-sq	0.999026
C.V.	1.0145714		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
X	1	0.978491	0.036399	26.88240	0.0000
Z+3S	1	2.999995	0.003669	817.6080	0.0000
W	1	-5.043109	0.071218	-70.81249	0.0000

ג. חשב את הסטטיסטי של WALD.
ד. כמה דרגות חופש יש במונה וכמה במכנה?
ה. האם דוחים או מקבלים את השערת האפס?

4) על מנת לאמוד את פונקציית התצרוכת נאספו נתונים על 42 משקי בית בשנת 2007 ונאמדה המשוואה הבאה: $C_t = \alpha + \beta_1 \cdot W_t + \beta_2 \cdot P_t + u_t$.
להלן תוצאות האמידה של המשוואה הנ"ל:

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	---	---------	--------	-------	--------
Error	---	---------	52968		
C Total	---	---------			

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	-107.226	------	----------	-------
W	1	0.743	------		
P	1	0.561	-------		

Covariance of Estimates

COV	INTERCEP	W	P
INTERCEP	-----------	-----------	--------
W	-----------	0.0046	-0.0090
P	-----------	-0.0090	0.016

על מנת לבדוק את ההשערה שהנטייה השולית לצרוך מתוך ההכנסה זהה לנטייה השולית לצרוך מתוך ההון, נאמדה גם המשוואה הבאה:
$C_t = \alpha + \beta_1 \cdot Y_t + u_t$, כאשר: Y_t = סה"כ ההכנסה של משק בית t.
התקבל: $ESS = 0.4566$.
בדקו את ההשערה בשתי דרכים.

תרגיל מסכם:

5) חוקר אמד את התצרוכת של 500 משקי בית כפונקציה של הכנסה שלהן לפי המשוואה: $EXPENSE_t = \alpha + \beta \cdot INCOME_t + u_t$.

$EXPENSE_t$ - התצרוכת של משק הבית ה-t-י באלפי שקלים.

$INCOME_t$ - ההכנסה של משק הבית ה-t-י באלפי שקלים.

ההפרעות האקראיות מקיימות את כל ההנחות הקלאסיות התקבל הפלט הבא:

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	1	2013.105	2013.105	6495.745	0.0000
Error	498	154.3358	0.3099112		
C Total	499	2167.441			

Root MSE	0.556697	R-square	0.928794
Dep Mean	3.990208	Adj R-sq	0.928651
C.V.	13.95157		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	0.041995	0.054951	0.764236	0.4451
INCOME	1	0.713503	0.008853	80.59618	0.0000

א. מהו Pvalue לבדיקת מובהקות המודל ע"י מבחן F?

ב. מהו אחוז השונות בתצרוכת המוסבר ע"י ההכנסה?

ג. מהו אומדן לתצרוכת ההתחלתית של משק בית?

ד. האם אומדן זה מובהק?

ה. על עוזר מחקר הטיל החוקר לבדוק את ההשערה כי על כל 1000 ₪ נוספים בהכנסה צורך הפרט 700 ₪, כנגד ההשערה כי הוא צורך יותר מ-700 ₪. נסח את השערת האפס ואת ההשערה האלטרנטיבית.

ו. מהו הסטטיסטי t לבדיקת ההשערה?

ז. מהו הסטטיסטי WALD לבדיקת ההשערה?

ח. התברר כי הייתה טעות בנתונים, וכי יש להוסיף 1000 ₪ לתצרוכת של כל משק בית:

i. ההוספה תגדיל את האומד ל- α : נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת.

ii. בעקבות ההוספה האומד ל- α
יהיה מובהק: נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת.
iii. ההוספה תשנה את האומד ל- β : נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת.
iv. ההוספה תשנה את R^2 : נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת.

החוקר טען כי יש להוסיף לפונקציית התצרוכת גם את השפעת העושר.
העושר של משק בית מורכב מתוכניות החסכון שלו ($SAVINGS$) ומניירות הערך שיש לו (NE). שתי סדרות הנתונים הן באלפי שקלים.
החוקר אמד את המשוואה:

$$EXPENSE_t = \alpha + \beta_1 \cdot INCOME_t + \beta_2 \cdot SAVINGS_t + \beta_3 \cdot NE_t + u_t ,$$

וקיבל כי סכום ריבועי הסטיות של הטעויות הוא 121.

ט. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה של החוקר (שהמודל החדש נכון ולא המקורי)?
י. מהו הסטטיסטי WALD לבדיקת ההשערה?

החוקר רצה לבדוק את ההשערה כי הנש"צ מתוך ההכנסה שווה ל-0.6 וכי השפעת ניירות הערך על התצרוכת היא פי 2 מהשפעת תוכניות החסכון.

יא. מהי השערת האפס לבדיקה זו?
יב. המודל המוגבל לבדיקת ההשערה יהיה מהצורה: $Z_t = \gamma_0 + \gamma_1 W_t + v_t$.
בטא את Z_t , ו- W_t באמצעות המשתנים המקוריים.

תשובות סופיות:

1) א.

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	4	646169.84	161542.46	51835.84	0.0000
Error	199	620.1683	3.1164236		
C Total	203	646790.01			

Root MSE	1.7653395	R-square	0.999041
Dep Mean	178.6645	Adj R-sq	0.999022
C.V.	0.988075		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	5.067731	0.456604	11.09874	0.0000
X	1	0.975736	0.042711	22.84485	0.0000
Z	1	3.005385	0.008679	346.2721	0.0000
W	1	-5.029101	0.073149	-68.75141	0.0000
S	1	8.974106	0.029075	308.6485	0.0000

ב. יש עדות לכך. ג. יש עדות לכך.

2) ירד.

3) א. $H_0:\alpha=5\ ,\ \beta_s=3\beta_z$. ב. $Y_t-5=\beta_x X_t+\beta_z\left(Z_t+3S_t\right)+\beta_w W_t+u_t$.

ג. $WALD_{stat}=0.6145$. ד. מונה: 2 , מכנה: 199-.

ה. מקבלים.

4) בדיקה ע"י מבחן WALD ו-t: אין עדות לכך.

5) א. $PF=0.000$. ב. 92%. ג. $\hat{\alpha}=0.04195$. ד. לא.

ה. $H_0:\beta=0.70\ ,\ H_1:\beta>0.70$. ו. $t_{\hat{\beta}}=1.583$. ז. $WALD_{stat}=2.505$.

ח. i. נכון. ii. נכון. iii. לא נכון. iv. לא נכון.

ט. $H_0:\beta_2=\beta_3=0\ ,\ H_1:OTHERWISE$. י. $WALD_{stat}=68.32$.

יא. $H_0:\beta_3=2\cdot\beta_2\ ,\ \beta_1=0.6$.

יב. $W_t=SAVINGS_t+2\cdot NE_t\ ,\ Z_t=EXPENCE_t-0.6\cdot INCOME_t$.

מבוא לאקונומטריקה יישומית

פרק 7 - מבחן 1

תוכן העניינים

מבחן 1:

שאלות:

1) חוקר רצה לבדוק את השפעת התל"ג על ההשקעה במשק לפי המודל הבא: $\ln I_t = \alpha + \beta \ln Y_t + u_t$, כאשר: I_t היא ההשקעה באלפי שקלים, Y_t הוא התוצר באלפי שקלים, וההרעה האקראית, u_t, מקיימת את כל ההנחות הקלאסיות. באמידה התקבל הפלט הבא:

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	1	0.38523	0.38523	72.14	<.0001
Error	199	1.06266	0.00534		
C Total	200	1.44789			

Root MSE	0.073075	R-square	0.733936
Dep Mean	10.01722	Adj R-sq	0.732104
C.V.	0.729494		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|	95% conf. lim.
INTERCEPT	1	3.472013	0.85463	4.06259	0.0002	1.79 – 5.15
lnY	1	0.570042	0.06452	8.493526	0.0000	---- – ----

א. מהו Pvalue לבדיקת מובהקות המודל ע"י מבחן F?

ב. אם נגדיל את התוצר ב-1% בכמה תגדל ההשקעה?

ג. מהו רווח הסמך ל- α? מהו רווח הסמך ל- β?

ד. הועלתה הטענה כי הגמישות שווה ל-0.4. מהן ההשערות לבדיקת הטענה?

ה. מהי הרגרסיה המוגבלת למבחן WALD תחת H0?

ו. מהו הסטטיסטי של WALD למבחן זה (אם ניתן לחישוב)?

ז. אם ההשקעה נמדדת בשקלים במקום באלפי שקלים:

i. המקדם של $\ln Y$ לא ישתנה. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ii. החותך לא ישתנה. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

iii. הסטטיסטי t לבדיקת המובהקות של β לא ישתנה. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

iv. הסטטיסטי F לבדיקת מובהקות המודל לא ישתנה. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

v. R^2 לא ישתנה. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

החוקר טען כי גם גודל האוכלוסייה, P, משפיע על ההשקעה לפי המודל הבא: $\ln I_t = \alpha + \beta_1 \ln Y_t + \beta_2 \ln P_t + u_t$.

ח. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה?

התקבל הפלט הבא:

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T
INTERCEPT	1	1.131853	1.43547	0.788489	0.4435
lnY	1	1.035467	0.25756	4.020294	0.0004
lnP	1	-1.77456	0.94657	-1.874727	0.0736

ט. באיזו רמת מובהקות נקבל את טענת החוקר?

י. R^2 של המשוואה החדשה קטן מזה של המשוואה המקורית. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

במשוואה החדשה הועלתה הטענה כי סכום הגמישויות שווה ל-0.

יא. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה?

יב. מהו הסטטיסטי t לבדיקת ההשערה? (נתון כי: $\operatorname{cov}\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right) = -0.25$).

יג. האם ניתן לדחות את השערת האפס?

2) ענה על הסעיפים הבאים:

א. ברגרסיה מרובה, כמו ברגרסיה חד משתנית, מבחן F למובהקות המודל שווה לריבוע של מבחן t למובהקות של β. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ב. אם הערך 0 נמצא בתוך רווח הסמך ל- β, אזי β מובהקת. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ג. בהוספת משתנה לא רלוונטי למודל האומד המתוקן לפרופורציית השונות המוסברת ירד בהכרה. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ד. אומדי הריבועים הפחותים אינם חסרי הטיה אם ידוע שהשונות של u_t אינה קבועה (הפרה של הנחה קלאסית). נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ה. אם דוחים H0 ברמת מובהקות מסוימת, אזי דוחים H0 בכל רמות המובהקות הקטנות יותר. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ו. אומד חסר הטיה הוא אינו בהכרח אומד עקיב. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

3) נתון מודל ללא חותך: $Y_t = \beta X_t + u_t$, ונתון האומד: $\tilde{\beta} = \dfrac{\sum_{t=1}^{T} X_t Y_t}{S_{XX}}$.

א. האומד $\tilde{\beta}$ הוא אר״פ. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ב. האומד $\tilde{\beta}$ הוא אומד חסר הטיה. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ג. האומד $\tilde{\beta}$ הוא אומד לינארי. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ד. אר״פ יעיל יותר מ-$\tilde{\beta}$. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ה. מהי השונות של $\tilde{\beta}$?

4) נתון מודל ללא חותך: $Y_t = \beta X_t + u_t$, ונתון האומד: $\hat{\beta} = \dfrac{\sum_{t=1}^{T} X_t Y_t}{\sum_{t=1}^{T} X_t^2}$.

א. האומד $\hat{\beta}$ הוא אר״פ. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ב. האומד $\hat{\beta}$ הוא אומד חסר הטיה. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ג. האומד $\hat{\beta}$ הוא אומד לינארי. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ד. מהי השונות של $\hat{\beta}$?

ה. האומד $\hat{\beta}$ הוא אומד עקיב. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

תשובות סופיות:

1) א. $PF = 0.0001$. ב. 0.57% ג. $p(1.79 \le \alpha \le 5.15) = 0.95$,

$p(0.026 \le \beta \le 1.11) = 0.95$. ד. $\begin{matrix} H_0 : \beta = 0.4 \\ H_1 : \beta \ne 0.4 \end{matrix}$.

ה. $\ln I_t - 0.4 \ln Y_t = \alpha + u_t$. ו. $WALD_{stat} = 7.054$.

ז. i. לא נכון. ii. לא נכון. iii. נכון. iv. נכון. v. נכון.

ח. $H_0 : \beta_2 = 0$. ט. $Pt_{\hat{\beta}} = 0.0736$. י. לא נכון.

יא. $H_0 : \beta_1 + \beta_2 = 0$. יב. $t = -1.089$. יג. אין סיבה מספקת.

2) א. לא נכון. ב. לא נכון. ג. לא נכון. ד. לא נכון. ה. לא נכון.
ו. נכון.

3) א. לא נכון. ב. לא נכון. ג. נכון. ד. לא ניתן לדעת.
ה. $V(\tilde{\beta}) = \dfrac{\sum X_t^2 \sigma^2}{S^2{}_{XX}}$.

4) א. נכון. ב. נכון. ג. נכון. ד. $V(\tilde{\beta}) = \dfrac{\sigma_u^2}{\sum X_t^2}$.

ה. נכון.

מבוא לאקונומטריקה יישומית

פרק 8 - מבחן 2

תוכן העניינים

מבחן 2:

שאלות:

1) חוקר בדק את השפעת שעות העבודה בשבוע (HOURS) על השכר החודשי ברוטו בשקלים (SALARY) לפי המודל: $SALARY_t = \alpha + \beta \cdot HOURS_t + u_t$.
הסטייה המקרית מקיימת את כל ההנחות הקלאסיות.
השלם את הפלט הבא, אם ידוע כי: $\bar{X} = 46.040873$, $S_{XX} = 35079$:

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	1	---	---	---	---
Error	401	402271435	---		
C Total	---	449757359			

Root MSE	---	R-square	---
Dep Mean	1580	Adj R-sq	---
C.V.	---		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEPT	1	---	---	---	0.7476
HOURS	1	36.06745	---	---	0.0001

א. מהו Pvalue לבדיקת מובהקות המודל ע"י מבחן F?
ב. מהו האומדן לשכר התחלתי?

החוקר רצה לבדוק את הטענה כי אם יעבוד שעה אחת נוספת בשבוע, שכרו יגדל ב-40 ₪.

ג. מהן ההשערות לבדיקת הטענה?
ד. מהו הסטטיסטי t למבחן?
ה. מהו הסטטיסטי WALD למבחן?
ו. מהי התחזית לשכר של עובד העובד 55 שעות בשבוע?

ז. החוקר טען כי יש לבדוק את הקשר בין השכר לשעות העבודה ע"י שימוש בנתונים שנתיים, כלומר, שכר שנתי (בהנחה שהשכר החודשי קבוע כל השנה) ושעות עבודה שנתיות (בהנחה ששעות העבודה קבועות בכל 52 השבועות בשנה).
שימוש בנתונים שנתיים:

i. ישנה את הסטטיסטי t לבדיקת המובהקות של α. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ii. יכפיל את האומד של β ב-0.23. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

iii. יכפיל את סטית התקן של $\hat{\beta}$ ב-0.23. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

iv. ישנה את Pvalue לבדיקת מובהקות המודל. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

החוקר טען כי יש להוסיף למשוואה גם את השפעת הגיל (AGE) ומספר שנות הלימוד (SCL). לשם כך הוא אמד את המשוואה הבאה:

$$SALARY_t = \alpha + \beta_1 \cdot HOURS_t + \beta_2 \cdot AGE_t + \beta_3 \cdot SCL_t + u_t .$$

ח. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה?

ט. מהו הנתון הנדרש כדי לחשב את הסטטיסטי של WALD לבדיקת טענת החוקר?

י. בפלט האמידה של המשוואה החדשה לא היה ברור אם ערכו של נתון זה הוא 315968434 או 515968434 (בשל בעיה במדפסת). מהו הסטטיסטי של WALD לבדיקת טענת החוקר?

יא. מהם הנתונים הנדרשים לחישוב הסטטיסטי t?

החוקר רוצה לבדוק את הטענה כי השפעת ההשכלה על השכר גדולה פי 8 מהשפעת הגיל על השכר.

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEPT	1	-1995.0275	331.7857	-6.013	0.0001
HOURS	1	36.408461	4.710021	7.730	0.0001
AGE	1	13.674254	3.816426	3.583	0.0004
SCL	1	109.93799	10.63745	10.335	0.0001

יב. הנתונים בפלט אינם מספיקים לבדיקת ההשערה לפי מבחן t.
מהו הנתון החסר? באיזה פלט של SAS ניתן למצוא אותו?

יג. בהנחה שנתון זה הוא 8.3969, חשב את הסטטיסטי t לבדיקת הטענה.
מהי מסקנתך לגבי נכונות הטענה?

יד. אם תרצה לבדוק את הטענה לפי מבחן WALD, יהיה המודל המוגבל:

$Z_0=\gamma_0+\gamma_1\cdot Z_1+\gamma_2\cdot Z_2+v$, כאשר:

$Z_0=$ __________

$Z_1=$ __________

$Z_2=$ __________

טו. אם יש מספיק נתונים, חשב את הסטטיסטי של WALD לבדיקת הטענה?

2) נתון המודל: $Y_t=\alpha+\beta\cdot X_t+u_t$. ידוע כי כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.

נתון האומד: $\tilde{\beta}=\dfrac{S_{XY}}{\sum_{t=1}^{T}X_t^2}$.

א. אומד זה הוא הפתרון של המשוואות הנורמליות: $\sum_{t=1}^{T}\hat{u}_t=0$, $\sum_{t=1}^{T}\hat{u}_tX_t=0$. נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

ב. התוחלת של $\tilde{\beta}$ היא:

i. β.

ii. $\dfrac{\beta\cdot\sum_{t=1}^{T}X_t}{S_{XX}}$.

iii. $\dfrac{\beta\cdot\sum_{t=1}^{T}X_t^2}{S_{XX}}$.

iv. $\dfrac{\beta\cdot S_{XX}}{\sum_{t=1}^{T}X_t^2}$.

v. כל התשובות אינן נכונות.

ג. הטענה כי: $E\left(\tilde{\beta}\right)<\beta$:

i. תמיד נכונה.

ii. אינה נכונה.

iii. נכונה אם ורק אם: $\bar{X}>0$.

iv. נכונה אם ורק אם: $\bar{X}\neq 0$.

v. כל התשובות אינן נכונות.

ד. אם $\bar{X}=0$ אז השונות של $\tilde{\beta}$ היא:

i. $\frac{\sigma^2}{\left(\sum_{t=1}^{T} X_t\right)^2}$.

ii. $\frac{\sigma^2}{S_{XX}^2}$.

iii. $\frac{\sigma^2 \sum_{t=1}^{T} X_t^2}{S_{XX}}$.

iv. $\frac{\sigma^2}{S_{XX}}$.

v. כל התשובות אינן נכונות.

ה. אם $\bar{X}=O$, אז $\tilde{\beta}$ הינו האומד הלינארי חסר ההטיה בעל השונות הקטנה ביותר.

נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

3) נתון המודל: $Y_t=\alpha+\beta\cdot X_t+u_t$. ידוע כי כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.
נתון כי $\tilde{\beta}$ הוא אומד לינארי וחסר הטיה ל-β, אך איננו אומד עקיב ל-β.
מאחר ש-$\tilde{\beta}$ אינו אומד עקיב, לא נוכל להשתמש במשפט גאוס מרקוב ולקבוע כי: $\hat{\beta}=\frac{S_{XY}}{S_{XX}}$ (אר"פ) הינו אומד יעיל יותר.

נכון / לא נכון / לא ניתן לדעת

תשובות סופיות:

1) א. $PF = 0.00$.
ב. $\hat{\alpha} = -80.5246$.
ג. $H_0: \beta = 40$, $H_1: \beta \neq 40$.
ד. $t_{\hat{\beta}} = -0.75$.
ה. $WALD_{stat} = 0.5625$.
ו. $SALARY_t = 1903.16$.
ז. i. לא נכון. ii. נכון. iii. נכון. iv. לא נכון.
ח. $H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$.
ט. SSE .
י. $WALD_{stat} = 54.49$.
יא. לא ניתן לחשב.
יב. $S^2_{\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3}$, Covariance of Estimates.
יג. נכונה.
יד. $Z_0 = SALARY_t$, $Z_1 = HOURS_t$, $Z_2 = AGE_t + 8 \cdot SCL_t$.
טו. $WALD_{stat} = 0.000324$.

2) א. לא נכון. ב. ה. ג. ה. ד. ה. ה. לא נכון.

3) לא נכון.

מבוא לאקונומטריקה יישומית

פרק 9 - מבחן 3

תוכן העניינים

מבחן 3:

שאלות:

1) על מנת לאמוד את פונקציית הייצור נאספו נתונים על 150 פירמות בשנת 2007 ונאמדה המשוואה הבאה:

1. $\ln(Y_t) = \alpha + \beta_1 \cdot \ln(L)_t + U_t$.

כאשר:

$\ln(Y)_t$ - תפוקה שנתית באלפי ₪ בלוגים.

$\ln(L)_t$ - מספר העובדים בלוגים.

U_t - הטעות המקרית המקיימת את כל ההנחות הקלאסיות.

משוואה מס' 1 נאמדה בפלט מס' 1.

Dependent Variable: lnY

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Squares	F Value	Prob>F
Model	1	8.54211			0.0001
Error	35969	40.42584			
C Total	35970	48.96795			

Root MSE	0.52264	R-square	0.1744
Dep Mean	5.54003	Adj R-sq	0.1689
C. V.	9.43380		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>ITI
INTERCEP	1	4.389949	0.21003743	20.901	0.0001
lnL	1	0.257487	0.04767276		0.0001

א. סטטיסטי F לבדיקת מובהקות המודל:

i. לא ניתן לחשב את סטטיסטי F בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשב וערכו הוא: ________________

ב. סטטיסטי t לבדיקת מובהקות המודל:

i. לא ניתן להשתמש בסטטיסטי t בהשערה מסוג זה

ii. לא ניתן לחשב בעזרת הנתונים הקיימים.

iii. ניתן לחשב וערכו הוא: ________________.

הועלתה הטענה כי עליה ב-1% במסי' העובדים תגדיל את התפוקה בפחות מ-1%.

ג. ההשערות לבדיקת הטענה הן: $H_0:$ ________ $H_1:$ ________.

ד. הסטטיסטי לבדיקת הטענה הינו:

i. לא ניתן לחשבו בנתונים הקיימים.

ii. 5.5.

iii. -5.5.

iv. -15.5.

v. 15.5.

ה. הסטטיסטי של WALD לבדיקת הטענה:

i. לא ניתן לחשבו בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו הוא: ________________.

ו. לאור התשובות לסעיפים הקודמים, אחוז התפוקה קטן ככל שאחוז מסי' העובדים גדל: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

החוקרת טענה כי יש משתנים נוספים המסבירים את תפוקת הפירמה ואמדה את המשוואה הבאה:

2. $\ln(Y_t) = \alpha + \beta_1 \cdot \ln(L)_t + \beta_2 \cdot \ln(K)_t + \beta_3 \cdot \ln(PY)_t + U_t$.

כאשר:

$\ln(K)_t$ - מלאי ההון של הפירמה באלפי ₪ בלוגים.

$\ln(PY)_t$ - הוצאות למחקר ופיתוח באלפי ₪ בלוגים.

משוואה מסי' (2) נאמדה בפלט מס' 2 .

Dependent Variable: lnY

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Squares	F Value	Prob>F
Model	3	15.63370	5.21123	22.825	0.0001
Error	146	33.33425	0.22832		
C Total	149	48.96795			

Root MSE	0.47783	R-square	0.3193
Dep Mean	5.54003	Adj R-sq	0.3053
C. V.	8.62496		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>ITI
INTERCEP	1	0.542062	1.66317350	0.326	0.7450
lnL	1	0.267771	0.08146608	3.287	0.0013
lnK	1	0.405694	0.09700769	4.182	0.0001
lnPY	1	0.406149	0.30781185	1.319	0.1891

ז. ההשערות לבדיקת הטענה הינן :
$$H_0 : \_\_\_\_\_\_\_\_\_$$
$$H_1 : \_\_\_\_\_\_\_\_\_ .$$

ח. הסטטיסטי של WALD לבדיקת הטענה הינו :

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים

ii. ניתן לחישוב וערכו :________________________________.

ט. הסטטיסטי של t לבדיקת הטענה הינו :

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים

ii. לא ניתן לחשב סטטיסטי t לטענה מסוג זה

iii. ניתן לחישוב וערכו :________________________________.

החוקרת טענה כי השפעת הוצאות למחקר ופיתוח אינה מובהקת ולכן יש לאמוד את המשוואה הבאה :

3. $\ln(Y_t)=\alpha+\beta_1\cdot\ln(L)_t+\beta_2\cdot\ln(K)_t+U_t$.

כאשר :

משוואה מסי (3) נאמדה בפלט מסי 3.

Dependent Variable: lnY

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Squares	F Value	Prob>F
Model	2	15.23620	7.61810	33.199	0.0001
Error	147	33.73175	0.22947		
C Total	149	48.96795			

Root MSE	0.47903	R-square	0.3111
Dep Mean	5.54003	Adj R-sq	0.3018
C. V.	8.64667		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	2.681787	0.37024512	7.243	0.0001
lnL	1	0.177813	0.04470595	3.977	0.0001
lnK	1	0.465154	0.08612163	5.401	0.0001

Covariance of Estimates

COVB	INTERCEP	lnL	lnK
INTERCEP	0.1370814505	-0.003289697	-0.02723683
lnL	-0.003289697	0.0019986217	-0.001270417
lnK	-0.02723683	-0.001270417	0.0074169359

י. ההשערות לבדיקת הטענה הינן : $H_0 :$ _________ $H_1 :$ _________ .

יא. הסטטיסטי של WALD לבדיקת הטענה הינו :

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים

ii. ניתן לחישוב וערכו: ________________________________.

הועלתה הטענה כי גמישות התפוקה ביחס להון גדולה פי 2 מגמישות התפוקה ביחס לעבודה.
בדקו את הטענה במשוואה (3).

יב. השערת האפס לבדיקת הטענה היא : $H_0 :$ _________ .

יג. הסטטיסטי t לבדיקת הטענה הינו :

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחישוב וערכו: ________________________.

יד. הרגרסיה המוגבלת כאשר H_0 נכונה ("תחת H_0") למבחן WALD הינה: $Z_0 = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot Z_1 + V$.
כאשר:
$Z_1 =$ ________
$Z_0 =$ ________ .

טו. הסטטיסטי של WALD לבדיקת הטענה (חשבי ישירות) :

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחישוב וערכו: ________________________.

טז. נטען כי אם נמדוד את המשתנים הב"ת במודל בדולרים במקום בשקלים, האומדים ל- β ול- α יישארו ללא שינוי (הנח כי שער הדולר הוא 3.5 ₪) : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

יז. נטען שאם נוריד את משתנה PY מהמודל ה- $\overline{R}^2$ יעלה : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

2) ענו על כל השאלות הבאות. כל שאלה בפני עצמה. בכל השאלות מונח המודל: $Y = \alpha + \beta X + U$ (ומתקיימות כל ההנחות הקלאסיות).

א. במודל לוגריתמי כפול β מייצגת את שיעור השינוי השולי : נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

ב. במודל ללא חותך מתקיימת המשוואה הנורמאלית: $\sum \hat{u}_t x_t = 0$ בלבד : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ג. כאשר מוסיפים משתנה ב״ת למודל, עליה ב- $\bar{R}^2$ מעידה על כך שהמשתנה שהוסף מובהק באוכלוסייה: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ד. אם הנחה מס׳ 3)$E(\hat{u})=0$ לכל t) איננה מתקיימת, האומדים של המודל לא יהיו יעילים: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ה. ככל ש- S_{XX} גדול יותר, קל יותר לדחות את H_0 למובהקות ה- β: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ו. $R^2 > \bar{R}^2$ מתקיים תמיד: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ז. מבחן F למובהקות המודל מהווה מקרה פרטי של מבחן t למובהקות ה- β: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ח. ככל שגודל המדגם גדל כך האומד יהיה יעיל יותר לפרמטר באוכלוסייה: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ט. ה-PVALUE גדל ביחס הפוך לרמת המובהקות של המבחן (ה- α): נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

י. אם דחינו את H_0 במבחן t למובהקות ה- β כאשר האומד חיובי, נדחה אותה בהכרח גם ביחס להשערה כי מקדם השיפוע חיובי באוכלוסייה: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

יא. אם ידוע כי הקשר בין X ל-Y מובהק באוכלוסייה, הדבר מעיד בהכרח על מובהקות המודל: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

3) נתון המודל: $Y_t = \beta X_t + U_t$.

נתון האומד: $\tilde{\beta} = \dfrac{\sum (X_t - \bar{X}) Y_t}{\sum (X_t - \bar{X})^2}$.

א. $\tilde{\beta}$ הינו אומד חסר הטייה ל- β: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ב. שונותו של האומד: ________________________________.

ג. על סמך משפט גאוס מרקוב ניתן להסיק כי אר״פ הינו אומד יעיל יותר מ- $\tilde{\beta}$: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ד. המשוואות הנורמאליות: $\sum \hat{u}_t = 0$ ו- $\sum \hat{u}_t x_t = 0$ הינן המשוואות לאמידת הפרמטרים של המודל בשיטת הריבועים הפחותים: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ה. אם נתון ש: $\bar{X} = 0$ אזי $\tilde{\beta}$ הינו אומד הריבועים הפחותים: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

תשובות סופיות:

1) א. ii , $F=31.273$.
ב. iii , $t=5.5$.
ג. $H_0:\beta=1$, $H_1:\beta<1$.
ד. iv.
ה. i.
ו. לא נכון.
ז. ראו סרטון.
ח. ראו סרטון.
ט. ראו סרטון.
י. $H_0:\beta_3=0$, $H_1:\beta_3\neq 0$.
יא. ii , $WALD_{stat}=1.74$.
יב. $H_0:\beta_2=2\cdot\beta_1$.
יג. ii , $t=0.1417$.
יד. $Z_0=\ln(Y)_t$, $Z_1=\ln(L)_t+2\ln(K)_t$.
טו. ii , $WALD_{stat}=0.585$.
טז. לא נכונה.
יז. לא נכון.

2) א. לא נכון.
ב. נכון.
ג. לא נכון.
ד. לא נכון.
ה. נכון.
ו. נכון.
ז. נכון.
ח. נכון.
ט. לא נכון.
י. נכון.
יא. נכון.

3) א. נכון.
ב. $V(\tilde{\beta})=\frac{\sigma^2}{S_{XX}}$.
ג. נכון.
ד. לא נכון.
ה. נכון.

מבוא לאקונומטריקה יישומית

פרק 10 - מבחן 4

תוכן העניינים

מבחן 4:

שאלות:

1) בנק מעוניין לאמוד את סך הפעילות בכרטיסי אשראי של לקוחותיו.
לשם כך אסף נתונים על 35,971 מלקוחותיו ואמד את המשוואה הבאה:

$$CREDIT_t = \alpha + \beta \cdot SAVINGS_t + U_t \quad .1$$

כאשר:

$CREDIT_t$ - סך הפעילות בכרטיסי אשראי ב-₪.

$SAVINGS_t$ - סך הפעילות בחשבונות חיסכון ב-₪.

U_t - סטיה מקרית המקיימת את כל ההנחות הקלאסיות.

משוואה (1) נתונה בפלט מס' 1.

Dependent Variable: credit

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Squares	F Value	Prob>F
Model	---	-----	------	------	<0.0001
Error	---	-----	------		
C Total	---	-----			

Root MSE	43859	R-square	0.0106
Dep Mean	7433.60809	Adj R-sq	0.0106
C. V.	589.99662		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0:	Prob>ITI	95% Confidence	
INTERCEP	1	11151.91516	394.35144	2.92	0.0035	378.97	1924.8
savings	1	0.56719	0.02884	19.67		0.51	0.623

א. סטטיסטי F לבדיקת מובהקות המודל הינו:

i. לא ניתן לחשב את סטטיסטי F בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו הוא: ______________________.

ב. PVALUE של סטטיסטי t לבדיקת מובהקות ה- β :

i. לא ניתן לחשבו בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. לא ניתן להשתמש בסטטיסטי t בהשערה מסוג זה.

iii. ניתן לחשבו וערכו: ______________________.

הבנק טען שאם יגדילו לקוחותיו את הפעילות בחשבונות חיסכון שלהם אפילו בשקל אחד, הפעילות בכרטיסי אשראי תגדל ביותר מ 40 אגורות.

ג. ההשערות לבדיקת הטענה הינן: H_0 : ______ . H_1 : ______

ד. הסטטיסטי לבדיקת טענת הבנק הינו:

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. הסטטיסטי לבדיקת הטענה צריך להיות שלילי.

iii. 19.67.

iv. 5.797.

ה. הסטטיסטי של WALD לבדיקת טענת הבנק :

i. לא ניתן לחשב בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשוב וערכו: ______________________.

ו. ברמת ביטחון של 95% מהו טווח הגידול בפעילות בכרטיסי אשראי, על כל שקל נוסף בפעילות בחשבונות חיסכון?

ז. ברמת ביטחון 95% מהו האומד לתוחלת פעילות בכרטיסי אשראי עבור סך פעילות בחשבונות חיסכון של 50,000 ₪?

ח. אם פעילות כרטיסי האשראי של כל לקוח תגדל ב- 1000 ₪ :

i. האומד של α ישתנה: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

ii. האומד של β ירד : נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

iii. סטטיסטי F לבדיקת מובהקות המודל לא ישתנה: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

נטען שסה"כ פעילות הלקוח בחשבונות חיסכון איננו המשתנה המשפיע על הפעילות בכרטיסי האשראי, אלא הרכב החסכונות.
לשם כך נאמדה המשוואה הבאה:

2. $CREDIT_t = \alpha + \beta_1 \cdot PIKADON1_t + \beta_2 \cdot PIKADON2_t + U_t$.

כאשר:

$PIKADON1_t$ - סה"כ הפקדה לפקדונות יומיים ב-₪.

$PIKADON2_t$ - סה"כ הפקדה לפקדונות חודשיים ב-₪.

משוואה (2) נאמדה בפלט מס' 2.

Dependent Variable: lnY

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Squares	F Value	Prob>F
Model	2	1.00791E12	5.003955E11	261.10	0.0001
Error	35968	6.893195E13	1916479937		
C Total	35970	6.993274E13			

Root MSE	43778	R-square	0.0143
Dep Mean	7433.68809	Adj R-sq	0.0143
C. V.	588.90847		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>lTl
INTERCEP	1	1259.36230	379.00751	3.32	0.0009
Pikadon1	1	0.07552	0.05539	1.36	0.1728
Pikadon2	1	0.72350	0.03199	22.62	0.0001

Covariance of Estimates

COVB	INTERCEP	Pikadon1	Pikadon2
INTERCEP	143646.69097	-8.178835194	-9.154578973
Pikadon1	-8.176835154	0.0030678685	0.0003564263
Pikadon2	-9.15457897	0.0003564263	0.0010231462

ט. השערת האפס לבדיקת הטענה הינה : H_0 : ______.

י. הסטטיסטי של WALD לבדיקת הטענה :

i. לא ניתן לחשב בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשב וערכו :______________________.

יא. הסטטיסטי של t לבדיקת הטענה :

i. לא ניתן לחשב בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. לא ניתן להשתמש בסטטיסטי t בהשערה מסוג זה.

iii. ניתן לחישוב וערכו :__________________________.

נטען שהגדלת הפעילות בחשבונות חיסכון של הלקוח על ידי העברה לפקדונות חודשיים משפיעה על הפעילות בכרטיסי אשראי פי 10 מאשר הגדלת הפעילות בחשבונות חיסכון על ידי העברה לפקדונות יומיים.

יב. השערת האפס לבדיקת הטענה הינה : H_0 : ______.

יג. הסטטיסטי t לבדיקת הטענה הינו :

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשב וערכו הוא :__________________.

יד. PVALUE של סטטיסטי t מהסעיף הקודם :

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי t בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשב וערכו הוא :__________________________.

טו. הרגרסיה המוגבלת כאשר H_0 נכונה למבחן WALD

הינה: $D_0 = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot D_1 + \gamma_2 \cdot D_2 + v$.

כאשר:

D_0: ______

D_1: ______ .

D_2: ______

טז. על פי משוואה מס' 2, כל שקל שיועבר לפיקדון הראשון יוסיף כ-0.07552 ₪ לסה"כ הפעילות בכרטיסי אשראי: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

2) ענו על השאלות הבאות (כל שאלה בפני עצמה, בכל שאלה מונח המודל: $Y = \alpha + \beta \cdot X + U$ ומתקיימות כל ההנחות הקלאסיות).

א. אם המודל מובהק אזי שיפוע הרגרסיה מובהק בהכרח: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ב. הגמישות במודל חצי לוגרתמי היא קבועה: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ג. אם X_2 מהווה קומבינציה ליניארית של X_1 לא ניתן לאמוד את הרגרסיה המרובה: $Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + U$: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ד. $\bar{R}^2 > R^2$ רק בתנאי שהמודל מובהק: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ה. ליניאריות וחוסר הטיה של האומדים מהווים תנאי הכרחי לעקיבותם: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

ו. נתון כי רווח הסמך לאמידת β ברמת סמך של 95% הוא: [-2,-5].
מכך ניתן להסיק כי שיפוע הרגרסיה מובהק ברמת מובהקות של 5%: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ז. ככל שפיזור U_t גדול יותר כך קשה יותר לדחות את H_0 למובהקות המודל: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

ח. מודלים לא ליניאריים מתארים קשרים שאינם ליניאריים בין המשתנה המסביר למוסבר: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ט. אם הנחה 5 (שונות קבועה) לא מתקיימת, אומדי הריבועים הפחותים אינם חסרי הטיה: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

י. אם דחינו את H_0 לבדיקת הטענה כי שיפוע הרגרסיה הוא שלילי בוודאי שמודל הרגרסיה הוא מובהק: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

3) נתון המודל: $Y_t = \beta \cdot X_t + U_t$, כאשר כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.

נתון האומד: $\tilde{\beta} = \dfrac{\sum Y_t}{S_{XX}}$.

א. $E\left(\tilde{\beta}\right) = \_\_\_\_\_\_\_$.

ב. על סמך משפט גאוס מרקוב אומד זה יעיל פחות מאומד הריבועים הפחותים: נכון/ לא נכון/אי אפשר לדעת

ג. אומד $\tilde{\beta}$ מוגדר רק כאשר $S_X^2 \neq 0$: נכון/ לא נכון/אי אפשר לדעת

ד. חשבו את השונות של $\tilde{\beta}$ עבור מודל שבו $\alpha \neq 0$.

ה. שונות האומד (שחושבה בסעיף הקודם) הינה גדולה משונות המודל הנתון: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

תשובות סופיות:

1) א. ii , $F = 386.9089$. ב. iii , $PF < 0.0001 = Pt$. ג. $\begin{matrix} H_0 : \beta = 0.4 \\ H_1 : \beta > 0.4 \end{matrix}$.

ד. iv. ה. i. ו. $p\left(0.51 \le \beta \le 0.623\right) = 0.95$.

ז. $p\left(-32,387,174.83 \le E\left(Y\right) \le 32,458,197.67\right) = 0.95$.

ח. i. נכון. ii. לא נכון. iii. נכון. ט. $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$.

י. i. יא. ii. יב. $H_0 : \beta_2 = 10 \cdot \beta_1$. יג. ii , $t = -0.0574$.

יד. ii , $PVALUE > 0.1$. טו. $\begin{matrix} D_0 : CREDIT_t \\ D_1 : SAVINGS_t \\ D_2 : PIKADON1_t + 10 \cdot PIKADON2_t \end{matrix}$.

טז. נכון.

2) א. נכון. ב. לא נכון. ג. נכון. ד. לא נכון.
ה. לא נכון. ו. נכון. ז. נכון. ח. לא נכון.
ט. לא נכון. י. לא נכון.

3) א. $E\left(\tilde{\beta}\right) = \frac{\beta \sum X_t}{S_{XX}}$. ב. לא ניתן לדעת. ג. נכון.

ד. $V\left(\tilde{\beta}\right) = \frac{T\sigma^2}{S_{XX}^2}$. ה. לא נכון.

מבוא לאקונומטריקה יישומית

פרק 11 - מבחן 5

תוכן העניינים

מבחן 5:

שאלות:

1) על מנת לאמוד את הקשר בין רמת המחירים במשק (P) לכמות הכסף (M), נאספו נתונים חודשיים בשנים 86-94 (סה"כ 105 תצפיות) ונאמדה המשוואה הבאה:

.1 $M_t = e^{\alpha} + p^{\beta} + e^{u}$.

כאשר:

m - כמות הכסף במשק לחודש (מזומנים + עו"ש).

p - מדד המחירים לצרכן במשק.

U_t - סטיה מקרית המקיימת את כל ההנחות הקלאסיות.

משוואה מס' (1) נאמדה בפלט מס' 1.

Dependent Variable: lnm

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Squares	F Value	Prob>F
Model	1				<0.0001
Error	103				
C Total	104	44.91976			

Root MSE	0.09251	R-square	0.9804
Dep Mean	8.53854	Adj R-sq	0.9802
C. V.	1.08344		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Paramete r=0	Prob>lTl
INTERCE					
P	1	1.49372	0.09862	15.15	<.0001
lnp	1	1.69267	0.02360		<.0001

א. כתבו את המשוואה בצורה ליניארית בעזרת הטרנספורמציה המתאימה.

ב. האומדן למשוואה (1) הינו: ________________________.

ג. המשמעות הכלכלית של β היא: _______________

ד. גבולות רווח-סמך ברמת סמך של 95% עבור β הינם:

גבול תחתון: _____________________.

גבול עליון: ______________________.

ה. ערך t לחישוב מובהקות ה-β הינו:

i. לא ניתן לחשב ערך זה בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו הוא: _____________________.

ו. אם נגדיל את מדד המחירים לצרכן ביחידה אחת, כמות הכסף במשק תגדל ב:

i. 71.7233.
ii. 1.69267.
iii. 169.267.
iv. 1.69267%.
v. אף תשובה איננה נכונה.

הועלתה הטענה שתוספת של אחוז אחד במדד המחירים לצרכן תגדיל את כמות הכסף במשק ביותר מאחוז אחד.

ז. ההשערות לבדיקת הטענה: ____________________.

ח. סטטיסטי t לבדיקת הטענה הינו:

i. לא ניתן לחשב באמצעות הנתונים הקיימים.
ii. ניתן לחשב וערכו הוא: ________________________________.

ט. על פי התשובות לסעיפים הקודמים ניתן להסיק כי ערכו של סטטיסטי F לבדיקת מובהקות המודל הינו:

i. לא ניתן לחשב את ערכו של סטטיסטי F על סמך סטטיסטי t.
ii. 861.4225.
iii. 5144.23.
iv. 71.7233 4.

י. אם נוציא שורש ריבועי למדד המחירים לצרכן במשק:

i. האומד של α ישתנה: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת
ii. האומד של β יעלה: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת
iii. סטטיסטי F לבדיקת מובהקות המודל לא ישתנה: נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

הועלתה הטענה כי יש צורך להוסיף למשוואה גם את הפעילות הכלכלית במשק (Y) כמשתנה מסביר, ולכן יש לאמוד את המשוואה הבאה:

2. $LN(M)_t = \alpha + \beta_1 \cdot LN(P)_t + \beta_2 \cdot LN(Y)_t + U_t$.

משוואה (2) נתונה בפלט מס' 2.

Dependent Variable: lnm

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Squares	F Value	Prob>F
Model	2	44.05069	22.02535	2585.05	<0.0001
Error	102	0.86907	0.00852		
C Total	104	44.91976			

Root MSE	0.09231	R-square	0.9807
Dep Mean	8.53854	Adj R-sq	0.9803
C. V.	1.08104		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>lTl
INTERCEP	1	0.78242	0.59739	1.31	0.1932
lnp	1	1.63491	0.05332	30.66	<.0001
lny	1	0.20001	0.16568	-----	0.2302

Covariance of Estimates

COVB	INTERCEP	lnp	lny
INTERCEP	0.35687	0.025884	-0.09762
lnp	0.02588	0.002843	-0.00792
lny	-0.09762	-0.00792	0.02745

יא. סטטיסטי t לבדיקת הטענה הינו :

i. לא ניתן לחשב בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשב וערכו הוא :_______________________.

יב. על פי התשובה לסעיף הקודם, ניתן להסיק את ערכו של סטטיסטי F למובהקות המודל. נכון/ לא נכון/ אי אפשר לדעת

יג. על פי התשובה לסעיף יא' ניתן להסיק את ערכו של סטטיסטי WALD לבדיקת הטענה. נכון/לא נכון/ אי אפשר לדעת

הועלתה הטענה כי הגמישות ביחס למחיר גבוהה פי 10 מהגמישות ביחס לפעילות הכלכלית במשק.

יד. סטטיסטי WALD לבדיקת הטענה הינו :

i. לא ניתן לחשב בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשב וערכו הוא :__________________________.

טו. הרגרסיה המוגבלת כאשר H_0 נכונה למבחן WALD הינה :__________

כאשר : D_0 : _______
D_1 : _______ .

טז.

i. איזה מבין המודלים המוצעים במשוואות 1 ו-2 עדיף?

משוואה 1/משוואה2/אין הבדל בין המודלים

ii. אם משתנה רמת המחירים במשק היה מובהק במשוואה מס' 1, הוא יהיה מובהק בהכרח גם במשוואה מס' 2 : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

2) ענו על השאלות הבאות (כל שאלה בפני עצמה, בכל שאלה מונח המודל : $Y=\alpha+\beta\cdot X+U$ ומתקיימות כל ההנחות הקלאסיות).

א. $\bar{R}^2<R^2$ מתקיים תמיד : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ב. אם דוחים H_0 במבחן חד צדדי ברמת מובהקות α, אזי בהכרח גם נדחה H_0 במבחן הדו צדדי באותה רמת מובהקות : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ג. אם ערך האומד ל-β גבוה, השערת האפס למובהקות השיפוע תידחה בוודאות : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ד. הוספת משתנה מסביר למשוואת הרגרסיה עשויה להקטין את R^2 : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ה. אם דוחים H_0 במבחן דו צדדי ברמת מובהקות α, אזי בהכרח גם נדחה H_0 במבחן החד צדדי באותה רמת מובהקות : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ו. אם רווח בר סמך לשיפוע כולל את הערך אפס, ניתן לומר כי השערת האפס למובהקות השיפוע מתקבלת בהכרח : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ז. האומדים היעילים ביותר לפרמטרים באוכלוסייה יהיו בהכרח אומדי הריבועים הפחותים : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ח. בהוספת משתנה מסביר מובהק למודל, ערך $\bar{R}^2$ יעלה בהכרח. נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

ט. מבחן WALD הוא מקרה פרטי של מבחן F למובהקות המודל : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

י. שיטת הריבועים הפחותים מביאה למקסימום את $\bar{R}^2$: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת.

3) נתון המודל: $Y_t = \alpha + \beta X_t + U_t$.

נתון כי אר"פ למודל זה הינו: $\hat{\beta} = \frac{S_{XY}}{S_{XX}}$.

א. הוכיחו כי $\hat{\beta}$ אומד ליניארי וחסר הטיה של β.

ב. חשבו את $VAR\left(\hat{\beta}\right)$.

ג. נתון האומד: $\tilde{\beta} = \frac{\sum X_t Y_t}{\sum X_t^2}$.

הוכיחו כי $\tilde{\beta}$ אומד ליניארי אך איננו חסר הטיה ל- β.

ד. מהם התנאים בהם מתקיים: $E\left(\tilde{\beta}\right) = \beta$?

תשובות סופיות:

1) א. $LN(M)_t = \alpha + \beta \cdot LN(P)_t + U_t$. ב. $LN(M)_t = 1.49372 + 1.69267 \cdot LN(P)_t$.

ג. גמישות. ד. גבול תחתון: 1.64527 , גבול עליון: 1.73987.

ה. ii, $t_{\beta=0} = 71.7233$. ו. v. ז. $\begin{matrix} H_0: \beta = 1 \\ H_1: \beta > 1 \end{matrix}$.

ח. ii, $t = 29.35$. ט. i. י.i. לא ניתן לדעת.

ii. אי אפשר לדעת. iii. אי אפשר לדעת. יא. ii, $t = 1.2$.

יב. לא נכון. יג. נכון. יד. ii, $WALD = 0.048$.

טו. $\begin{matrix} D_0 = LN(M)_t \\ D_1 = 10 \cdot LN(P)_t + LN(Y)_t \end{matrix}$. טז.i. משוואה 1.

ii. לא נכון.

2) א. נכון. ב. לא נכון. ג. לא נכון. ד. לא נכון.

ה. לא נכון. ו. לא נכון. ז. לא נכון. ח. נכון.

ט. לא נכון. י. נכון.

3) א. הוכחה. ב. $V(\hat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{S_{XX}}$. ג. הוכחה.

ד. ראו סרטון.

מבוא לאקונומטריקה יישומית

פרק 12 - בעיות ספציפיקציה

תוכן העניינים

בעיות ספציפיקציה:

רקע:

טעויות ספציפיקציה הן טעויות בניסוח משוואת הרגרסיה.

1. הוספת משתנה לא רלוונטי:

למשל, המודל האמיתי: $Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \varepsilon$.

המודל הנאמד (הטעותי): $Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \varepsilon$.

אם נקבל את H_0 במבחן t למובהקות β_3 נסיק כי המשתנה איננו רלוונטי ונאמוד את המודל מחדש הפעם ללא המשתנה השלישי. אולם, גם אם לא נוכל לאמוד מחדש, הימצאותו של משתנה שאיננו רלוונטי במודל הרגרסיה איננה פוגמת ברלוונטיות של המשתנים האחרים במודל ולא בתכונות החיוניות למבחני המובהקות שלהם.

2. השמטת משתנה רלוונטי:

למשל, המודל האמיתי: $Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \varepsilon$.

המודל הנאמד (הטעותי): $Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \varepsilon$.

בהיעדר x_2, בדיקות ההשערות לפרמטרים של המודל הטעותי אינן תקפות:

	אומד ל- β_1	אומד ל- α	אומד לשונות הפרמטרים
$S_{12}=0$	חסר הטיה	מוטה אלא אם: $\bar{x}_2=0$	מוטה (כלפי מעלה)
$S_{12}\neq 0$	מוטה <u>כיוון ההטיה:</u> חיובי: S_{12} ו- β_2 שווי סימן שלילי: S_{12} ו- β_2 מנוגדי סימן	מוטה	

מבוא לאקונומטריקה יישומית

פרק 13 - תיאוריה מולטיקוליניאריות

תוכן העניינים

מולטיקוליניאריות:

רקע:

מולטיקוליניאריות היא תופעה סטטיסטית בעייתית המתייחסת למתאם בין המשתנים המסבירים במודל.

נבחין בין מולטיקוליניאריות מלאה לחלקית.

מולטיקוליניאריות מלאה:

מתאם מלא בין המשתנים המסבירים במודל.

הדבר קורה כאשר משתנה מסביר אחד הוא קומבינציה ליניארית מלאה של המשתנה המסביר השני: $x_1 = a + bx_2$ (x_1 הוא קומבינציה ליניארית מלאה של x_2)

מכאן ש: $r_{12} = 1$.

- שימו לב כי מדובר בטרנספורמציה ליניארית ולא בטרנספורמציה אחרת (למשל: $x_1 = x_2^2$), אז בהכרח: $r_{12} \neq 1$.

במצב של מולטיקוליניאריות מלאה אין כל השפעה של המשתנה האחד מעבר לשני.
מדוע זה בעייתי?
כיוון שלא ניתן לאמוד את המודל שכן אר"פ אינם מוגדרים.
פתרון: הורדת אחד המשתנים ואמידת המשוואה מחדש בלעדיו.

מולטיקוליניאריות חלקית:

כאשר יש מתאם גבוה מאוד בין משתנים מסבירים במודל (אך לא מושלם) עלולה להיווצר בעיה של מולטיקוליניאריות חלקית.

מכיוון שיש מתאם גבוה בין המשתנים הב"ת לא נוכל לבודד באופן מלא את ההשפעה המדויקת של כל אחד מהם על ציוני המשתנה התלוי.
כל אחד מהמשתנים הב"ת "יגזול" מן ההשפעה הייחודית שיש למשתנה הב"ת השני על המשתנה התלוי, כך שבסופו של דבר, למרות שהמודל עם שני המשתנים הב"ת יהיה מובהק, התרומה הייחודית של כל משתנה ב"ת לניבוי התלוי לא תהיה מובהקת.

זיהוי מולטיקוליניאריות חלקית:

1. כאשר קיימת סתירה בין התוצאה במבחן F למובהקות המודל (המודל מובהק) לבין מבחני t למובהקות השיפועים (אף אחד מן השיפועים איננו מובהק).
   הסתירה נוצרת כתוצאה מהגדלת השונות של כל אחד מהשיפועים בשל המתאם הגבוה בין הב״ת, באופן שלא מאפשר לדחות את השערת האפס למובהקות השיפועים: $S^2_{\hat{\beta}_1} = \dfrac{MSE}{SSX_1\left(1-r_{12}\right)}$, $t = \dfrac{\hat{\beta}_1}{S_{\hat{\beta}_1}}$.
2. רגישות לספציפיקציה – הורדת משתנה ב״ת שאיננו מובהק תהפוך משתנים ב״ת אחרים במודל למובהקים. אם אין בעיה של מולטיקוליניאריות, הורדת משתנים ב״ת שאינם רלוונטיים מהמודל, לא אמורה להשפיע על מובהקותם של המשתנים הב״ת האחרים.
3. סימנים הפוכים – כאשר השיפועים של המשתנים הב״ת מקבלים סימנים הפוכים מכיוון ההשפעה שלהם על המשתנה התלוי. אם למשל, x_1 משפיע חיובית על Y ואילו x_2 משפיע שלילית על Y אבל הם יופיעו במשוואת הרגרסיה עם סימנים הפוכים ($\hat{\beta}_1$ שלילית ואילו $\hat{\beta}_2$ חיובית), יש לחשוד שקיימת בעיה.

השלכות של מולטיקוליניאריות חלקית:
מולטיקוליניאריות חלקית איננה פוגעת בתכונות של אר״פ (הם נותרים ליניאריים, חסרי הטיה, יעילים ועקיבים) ולא באומד השונות של האומדים (שנותר חסר הטיה) כך שבדיקת השערות תוך שימוש באומדים הללו תהיה תקפה (זאת בניגוד למולטיקוליניאריות מלאה).
במובן הזה, בעיה של מולטיקוליניאריות חלקית דומה לבעיה של הוספת משתנה ב״ת שאיננו רלוונטי.

פתרונות למולטיקוליניאריות חלקית:

1. ברוב המקרים נשקול להוריד את אחד המשתנים.
   יחד עם זאת, כאשר המובהקות של המשתנים היא גבולית: $1 < t_{\hat{\beta}} < 2$, יתכן ונותיר את שניהם בתוך המודל כיוון שבסך הכל יש עליה ב- $AdjR^2$ (לפי חוק חיטובסקי).
2. ניתן לעיתים לאחד את שני המשתנים למשתנה אחד.

שלבי בדירת ההשערות:

1. מבצעים מבחן F לבדיקת מובהקות המודל.
2. במידה והמודל מובהק, מבצעים מבחן t למובהקות כל אחד מהשיפועים.
3. ביצוע מבחן WALD לבדיקת כל השיפועים שלא יצאו מובהקים:

א. אם מקבלים את H_0: אין סתירה בין מבחן WALD למבחני t - אין בעיה של מולטיקוליניאריות חלקית, נוריד את קבוצת המשתנים הלא רלוונטיים מהמודל.

ב. אם דוחים את H_0: יש סתירה בין מבחן WALD למבחני t - קיימת בעיה של מולטיקוליניאריות חלקית, יש להוריד מן המודל כל פעם משתנה אחד ולבצע מבחן WALD בלעדיו, עד שמזהים את המשתנה / משתנים שיש להוריד מהמודל.

מבוא לאקונומטריקה יישומית

פרק 14 - סיכום ותרגול של בעיות ספציפיקציה ומולטיקוליניאריות

תוכן העניינים

סיכום ותרגול של בעיות ספציפיקציה ומולטיקוליניאריות:

רקע:

<table>
<tr><th>הבעיה</th><th>הגדרה</th><th>זיהוי</th><th>השלכות</th><th>פתרון</th></tr>
<tr>
<td>הוספת משתנה לא רלוונטי</td>
<td>המודל האמיתי:
$Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \varepsilon$
המודל הנאמד (הטעותי):
$Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \varepsilon$</td>
<td>קבלת H_0 במבחן t למובהקות β_2</td>
<td>ניתן לבצע בדיקת השערות
אר"פ $\left(\hat{\alpha}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right)$ חסרי הטיה
אומדי השונות $\left(S^2_{\hat{\alpha}}, S^2_{\hat{\beta}_1}, S^2_{\hat{\beta}_2}\right)$ חסרי הטיה</td>
<td>*הורדת המשתנה</td>
</tr>
<tr>
<td>השמטת משתנה רלוונטי</td>
<td>המודל האמיתי:
$Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \varepsilon$
המודל הנאמד (הטעותי):
$Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \varepsilon$</td>
<td>דחיית H_0 במבחן t למובהקות β_2</td>
<td>
<table>
<tr><th>בהיעדר x_2:</th><th>אומד ל- β_1</th><th>אומד ל- α</th><th>אומד לשונות הפרמטרים</th></tr>
<tr><td>$S_{12} = 0$</td><td>חסר הטיה</td><td>מוטה
אלא אם:
$\bar{x}_2 = 0$</td><td>מוטה חיובית</td></tr>
<tr><td>$S_{12} \neq 0$</td><td>מוטה חיובית:
S_{12} ו- β_2 שווי סימן
מוטה שלילית:
S_{12} ו- β_2 מנוגדי סימן</td><td>מוטה</td><td>מוטה חיובית</td></tr>
</table>
לא ניתן לבצע בדיקת השערות
</td>
<td>הוספת המשתנה</td>
</tr>
<tr>
<td>מולטיקוליניאריות מלאה</td>
<td>מתאם מלא בין המשתנים המסבירים במודל
$Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \varepsilon$
כאשר: $r_{12} = \pm 1$</td>
<td>אם:
$x_1 = a + b x_2$
אז: $r_{12} = 1$</td>
<td>לא ניתן לבצע בדיקת השערות
אר"פ $\left(\hat{\alpha}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right)$ בלתי מוגדרים.</td>
<td>הורדת אחד המשתנים</td>
</tr>
<tr>
<td>מולטיקוליניאריות חלקית</td>
<td>מתאם חזק בין המשתנים המסבירים במודל
$Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \varepsilon$
כאשר: $0.7 < \left|r_{12}\right| < 1$</td>
<td>א. סתירה בין מבחן F ל-t
ב. רגישות לספציפיקציה
ג. סימנים הפוכים</td>
<td>ניתן לבצע בדיקת השערות
אין פגיעה בתכונות אר"פ ושונותם</td>
<td>**הורדת אחד המשתנים
או
איחוד</td>
</tr>
</table>

*במידה והמובהקות גבולית ($1<t_{\hat{\beta}}<2$) נשקול להשאיר משתנה לא רלוונטי כי מעלה את $AdjR^2$ (חוק חיטובסקי).

** במידה ומובהקותם גבולית ($1<t_{\hat{\beta}}<2$) נשקול להשאיר את שניהם בשל העלייה ב- $AdjR^2$ (חוק חיטובסקי).

שאלות:

1) להלן מודל של שכר W_t, כפונקציה של שנות לימוד S_t:

1. $W_t = \alpha + \beta \cdot S_t + u_t$.

להלן מודל של שכר W_t, כפונקציה של שנות לימוד S_t ושל גיל A_t:

2. $W_t = \alpha + \beta_1 \cdot S_t + \beta_2 \cdot A_t + v_t$.

כל האומדים חיוביים ומובהקים וקיים קשר שלילי בין גיל להשכלה.

א. $\hat{\beta}_1$ במשוואה (1) הוא:

i. אומד חסר הטיה.

ii. אומד מוטה שלילית.

iii. אומד מוטה חיובית.

iv. אומד מוטה, אך לא ניתן לדעת את כיוון ההטיה.

ב. ניתן להשתמש במבחן t לבדיקת מובהקות השיפוע במשוואה (1). נכון/לא נכון/לא ניתן לדעת

ג. בנוסף למשתנים במשוואה השנייה, החליט החוקר להוסיף גם את משתנה הוותק, EXP_t. מכיוון שלא היו בידו נתונים על הוותק, החליט החוקר להעריכו עבור כל עובד על ידי הגיל של העובד פחות 24 שנים (מתוך ההנחה שהחיים המקצועיים מתחילים בגיל זה לערך).

להלן משוואה מס' 3:

3. $W_t = \alpha + \beta_1 \cdot S_t + \beta_2 \cdot A_t + \beta_3 \cdot EXP_t + w_t$.

חווה דעתך על המשוואה השלישית.

2) נתונות ארבע משוואות הרגרסיה הבאות (כאשר הסטיות במודל האמיתי מקיימות את הנחות הרגרסיה הקלאסיות):

1. $X_{2t} = \lambda + \delta \cdot X_{1t} + V_t$. כאשר התקבל: $\sum \hat{V}_t^2 = \sum \left(X_{2t} - \bar{X}_{2t}\right)^2$.

2. $$\underset{\qquad\qquad(10.3)\quad(19.8)}{Y_t = \alpha + \beta_1 \cdot X_{1t} + \beta_2 \cdot X_{2t} + U_t}.$$

3. $$\underset{\qquad\qquad(9.9)\quad(17.3)\quad(0.37)}{Y_t = \alpha + \beta_1 \cdot X_{1t} + \beta_2 \cdot X_{2t} + \beta_3 \cdot X_{3t} + W_t}.$$

4. $$\underset{\qquad\qquad(6.3)}{Y_t = \alpha + \beta_1 \cdot X_{1t} + \sum\nolimits_t}.$$

(המספרים בסוגריים הם ערכי t של אומדני המקדמים).

לגבי הטענות הבאות, קבעו לגבי כל טענה אם היא נכונה או לא, והסבירו:

א. האומד של β_1 במשוואה (2) הינו חסר הטיה, אך אומד השונות של β_1 מוטה.

ב. האומד של β_1 במשוואה (3) הינו חסר הטיה, אך אומד השונות של β_1 מוטה.

ג. האומד של β_1 במשוואה (4) הינו חסר הטיה, אך אומד השונות של β_1 מוטה.

ד. האומדן $\hat{\beta}_1$ במשוואה (4) זהה ל-$\hat{\beta}_1$ במשוואה (2).

ה. השונות התיאורטית של האומדן $\hat{\beta}_1$ במשוואה (4) זהה לשונות התיאורטית של $\hat{\beta}_1$ במשוואה (2), אך אומדני השונויות שונים.

ו. האומד ל- α במשוואה (4) הינו חסר הטיה.

ז. האומד ל- α במשוואה (3) הינו חסר הטיה.

ח. R^2 של משוואה (2) גדול מ- R^2 של משוואה (3).

ט. $\bar{R}^2$ של משוואה (2) גדול מ- $\bar{R}^2$ של משוואה (3).

3) נתון המודל : $Y_t = \alpha + \beta_1 \cdot X_{1t} + \beta_2 \cdot X_{2t} + U_t$.

חוו דעתכם על הטענות הבאות (כל סעיף עומד בפני עצמו) :

א. בהנחה כי מתקיים : $Y_t = \alpha + \beta_1 \cdot X_{1t} + \beta_2 \cdot X_{2t} + U_t$ $\quad R^2 = 0.92$

(0.3) (0.5)

הערכים בסוגריים הם ערכי t.

למובהקות הבטות יש טעות במודל

כי המודל מובהק והמקדמים לא : נכון/לא נכון/לא ניתן לדעת

ב. בהנחה כי מתקיים : $X_{1t} - 2X_{2t} = 1$ לא ניתן לאמוד

את המודל בשיטת הריבועים הפחותים : נכון/לא נכון/לא ניתן לדעת

ג. בהנחה כי מתקיים : $X_{1t} = X_{2t}^2$ לא ניתן לאמוד

את המודל בשיטת הריבועים הפחותים : נכון/לא נכון/ לא ניתן לדעת

ד. הוכיחו תשובותיכם לסעיפים א' ו-ב'.

ה. בהנחה כי מתקיים : $r_{12} = 0.98$.

i. לא ניתן לאמוד את המודל בשיטת הריבועים הפחותים : נכון/לא נכון/ לא ניתן לדעת.

ii. איזו בעיה עלולה להיווצר במודל ומהן השלכותיה.

iii. בהנחה שהמודל יצא מובהק אולם הבטות אינן מובהקות וערכי t למובהקות הבטות הן כדלקמן : $t_{\hat{\beta}_2} = 1.45$, $t_{\hat{\beta}_1} = 1.31$, מה יהיה הפתרון הטוב ביותר, לדעתכם, לבעיה במודל (אליה התייחסתם בסעיף ii)?

1. להוריד את x_1.
2. להוריד את x_2.
3. להוריד את שני המשתנים.
4. להותיר את שני המשתנים.

תשובות סופיות:

1) א. ii. ב. לא נכון. ג. קיימת בעיית מולטיקוליניאריות מלאה.
2) א. לא נכון. ב. לא נכון. ג. נכון. ד. נכון. ה. נכון.
ו. לא נכון. ז. נכון. ח. לא נכון. ט. נכון.
3) א. לא נכון. ב. נכון. ג. לא נכון. ד. הוכחה. ה.i. לא נכון.
ii. מולטיקוליניאריות חלקית. iii. 4.

מבוא לאקונומטריקה יישומית

פרק 15 - משתנה דמי

תוכן העניינים

משתנה דמי:

רקע:

הכנסת משתנים ב"ת איכותיים למודל הרגרסיה.
למשל, נתונה משוואת הרגרסיה: $W_t = \alpha + \beta \cdot S_t$.
W_t = השכר (התלוי).
S_t = שנות לימוד (הב"ת) שניהם כמותיים.
נניח שאנו סבורים שגם משתנה המגדר (משתנה איכותי) משפיע על השכר.
כדי להכניסו למשוואת הרגרסיה יש להגדיר משתני דמי (dummy variable):
נגדיר משתנה D שיקבל את הערך 0 אם מדובר ב"אישה" ואת הערך 1 אם מדובר ב"גבר".
ניתן להכניס את משתנה הדמי למודל בשלושה אופנים שונים:

1. משתנה דמי לחותך – המגדר משפיע על השכר ההתחלתי בלבד.
2. משתנה דמי לשיפוע – המגדר משפיע על התוספת לשכר בגין שנות הלימוד.
3. משתנה דמי לכל הפונקציה – המגדר משפיע גם על החותך וגם על השיפוע.

משתנה דמי לחותך:

המין משפיע על השכר ההתחלתי בלבד.
המודל: $W_t = \alpha_0 + \alpha_1 D + \beta \cdot S_t + u_t$ החותך מייצג כאן את השכר ההתחלתי.
שכר ההתחלתי של אישה: α_0.
שכר התחלתי של גבר: $\alpha_0 + \alpha_1$.
הבדל בשכר בין נשים וגברים: α_1 (הפרש בין החותכים).
בדיקת השערות על משתנה הדמי: מבחן t למובהקות הפרש החותכים: $H_0 : \alpha_1 = 0$.

- השיפוע מייצג את התוספת בשכר כפונקציה של מס' שנות הלימוד והוא זהה עבור נשים וגברים.

פונקציית רגרסיה המכילה משתנים איכותיים בלבד:

המגדר הוא המשתנה היחיד במשוואה: $W_t = \alpha_0 + \alpha_1 D + u_t$.
החותך מייצג כאן את השכר הממוצע עבור כל קטגוריה:
שכר הממוצע של אישה: α_0.
שכר הממוצע של גבר: $\alpha_0 + \alpha_1$.
הבדל בשכר הממוצע בין נשים וגברים: α_1 (הפרש בין החותכים).
בדיקת השערות על משתנה הדמי: מבחן t: $H_0 : \alpha_1 = 0$ (מבחן זהה למבחן t להבדל בין ממוצעים).

משתנה דמי לשיפוע:

המגדר משפיע על התוספת לשכר בגין שנות הלימוד: $W_t = \alpha + \beta_0 S_t + \beta_1 DS_t + u_t$.
השיפוע מייצג כאן את התוספת לשכר בגין שנות לימוד.
אצל אישה: התוספת לשכר בגין שנות לימוד: β_0.
אצל גבר: התוספת לשכר בגין שנות לימוד: $\beta_0 + \beta_1$.
הבדל בין גברים לנשים בתוספת לשכר בגין שנות הלימוד: β_1 (הפרש השיפועים).
בדיקת השערות על משתנה הדמי: מבחן t למובהקות הפרש השיפועים: $H_0 : \beta_1 = 0$.

- החותך, המייצג את השכר ההתחלתי, יהיה זהה עבור גברים ונשים.

משתנה דמי לכל הפונקציה:

המין משפיע גם על החותך וגם על השיפוע – גם על השכר ההתחלתי וגם על התוספת לשכר ההתחלתי בגין שנות הלימוד.
המודל: $W_t = \alpha_0 + \alpha_1 D + \beta_0 S_t + \beta_1 DS_t + u_t$.
השכר ההתחלתי של אישה: α_0.
השכר ההתחלתי של גבר: $\alpha_0 + \alpha_1$.
הבדל בשכר ההתחלתי בין המינים: α_1 (הבדל בחותכים).
אצל אישה: התוספת לשכר בגין שנות הלימוד: β_0.
אצל גבר: התוספת לשכר בגין שנות הלימוד: $\beta_0 + \beta_1$.
הבדל בין המינים בתוספת לשכר בגין שנות הלימוד: β_1 (הבדל בשיפועים).

2 דרכים לבדיקה האם יש השפעה למשתנה האיכותי:

1. בדיקת השערות למשתני הדמי:
באמצעות מבחן WALD יש לבדוק: $H_0 : \alpha_1 = \beta_1 = 0$.
לפחות אחד הפרמטרים שונה מ-0: H_1.
אם דוחים את השערת האפס, יש לבצע מבחני t עבור כל אחד מהפרמטרים בנפרד: $H_0 : \alpha_1 = 0$ ו- $H_0 : \beta_1 = 0$.

2. מבחן CHOW:
דרך נוספת לבדיקת ההבדל בין הקטגוריות בלא יצירת משתני דמי:
חלוקת המדגם לפי הקטגוריות של המשתנה האיכותי.
מדגם של גברים (T_m) ושל נשים (T_f).
עבור כל קבוצה לאמוד משוואות רגרסיה לניבוי שכר על ידי שנות לימוד:
נשים: $W_t = \alpha_f + \beta_f X_t + u_t$.
גברים: $W_t = \alpha_m + \beta_m X_t + u_t$.
השערות: $H_0 : \alpha_f = \alpha_m ; \beta_f = \beta_m$.

לבדיקת ההשערה נשתמש במבחן CHOW (הזהה למבחן WALD):
המודל המוגבל (R) לא לוקח בחשבון את השפעת המגדר ולכן יכלול את המדגם המאוחד: $W_t = \alpha + \beta X_t + u_t$.

המודל הלא מוגבל (U) כולל את שני חלקי המדגם: $ESS_U = ESS_f + ESS_m$, $DF_U = DF_f + DF_m$.

סטטיסטי המבחן: $WALD_{stat} = \dfrac{\dfrac{ESS_R - (ESS_f + ESS_m)}{DF_R - (DF_f + DF_m)}}{\dfrac{ESS_f + ESS_m}{DF_f + DF_m}} = CHOW_{stat}$.

למרות התוצאות הזהות בשתי הדרכים, שיטת משתני הדמי עדיפה:

1. אם דחינו את H_0 במבחן CHOW נתקשה לברר את מקור ההבדל שנמצא.
2. בהרצת שתי רגרסיות נפרדות אנו בודקים הבדל בכל הפונקציה ואילו שיטת משתני הדמי מאפשרת לבדוק הבדל רק בחותך או רק בשיפוע.

סיכום ביניים:

	משתנה דמי לחותך	משתנה דמי לשיפוע	משתנה דמי לכל הפונקציה
המודל	$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 D + \beta \cdot X_t + u_t$	$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 DX_t + u_t$	$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 D + \beta_0 X_t + \beta_1 DX_t + u_t$
ההשערה במילים	קיים הבדל בין הקטגוריות ב-Y ההתחלתי (בחותך).	קיים הבדל בין הקטגוריות בתוספת ל- Y בגין X (בשיפוע).	קיים הבדל בין הקטגוריות במשוואת הרגרסיה כולה (בחותך ובשיפוע).
בדיקת ההשערה	מבחן t להפרש החותכים: $H_0: \alpha_1 = 0$	מבחן t להפרש השיפועים: $H_0: \beta_1 = 0$	מבחן WALD להפרש בין הפונקציות (החותכים והשיפועים): $H_0: \alpha_1 = \beta_1 = 0$ **ניתן לבדוק את ההשערה בדבר הבדל בין הפונקציות גם במבחן CHOW. אם דוחים את H_0 יש לברר את מקור ההבדל באמצעות מבחני t (אפשרי רק ב- WALD): $H_0: \alpha_1 = 0$, $H_0: \beta_1 = 0$

משתני דמי אם המשתנה האיכותי יכול לקבל יותר משני ערכים:

כאשר המשתנה האיכותי כולל יותר משני ערכים/קטגוריות נגדיר מס' משתני דמי כמספר הקטגוריות פחות אחד.

למשל, את המשתנה האיכותי של עונות השנה הכולל 4 ערכים: אביב, קיץ, סתיו, חורף נייצג באמצעות 3 משתני דמי:

D_1 יקבל את הערך 1 אם מדובר באביב ו-0 אחרת.

D_2 יקבל את הערך 1 אם מדובר בקיץ ו-0 אחרת.

D_3 יקבל את הערך 1 אם מדובר בסתיו ו-0 אחרת.

אם מדובר בחורף אז כל משתני הדמי יקבלו את הערך 0 ולכן החורף היא קבוצת הייחוס.

נניח שאנו רוצים לבדוק עונתיות במחירי הירקות:

$V_t=$ מדד מחירי הירקות.

$p_t=$ מדד המחירים לצרכן.

1. משתני דמי לחותך:

הטענה: יש הבדל בין עונות השנה במחיר ההתחלתי של הירקות.

המודל: $V_t=\alpha_0+\alpha_1 D_{1t}+\alpha_2 D_{2t}+\alpha_3 D_{3t}+\beta\cdot P_t+u_t$.

כל עליה של יחידה אחת במדד המחירים לצרכן תעלה את מחירי הירקות ב-β. למחיר זה יתווסף α_0 בחורף, $\alpha_0+\alpha_1$ באביב, $\alpha_0+\alpha_2$ בקיץ ו-$\alpha_0+\alpha_3$ בסתיו.

ניתן לראות כי: α_0 - החותך בקטגוריה שהושמטה, $\alpha_0+\alpha_1$ - החותך בקטגוריה i.

בדיקת השערות:

השערות: $$\begin{aligned}&H_0:\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=0\\&H_1:OTHERWISE\end{aligned}$$

המבחן הסטטיסטי – מבחן WALD:

(U): $V_t=\alpha_0+\alpha_1 D_{1t}+\alpha_2 D_{2t}+\alpha_3 D_{3t}+\beta\cdot P_t+u_t$.

(R): $V_t=\alpha+\beta\cdot P_t+u_t$.

- שימו לב שהחותך במשוואה המוגבלת איננו α_0 שכן המשתנה המסביר של עונות השנה ירד.

אם נדחה את H_0 במבחן הסטטיסטי של הסעיף הקודם, יש לבדוק מה מקור ההבדל בין החותכים על ידי מבחני t:

1. האם יש הבדל במחיר ההתחלתי של הירקות בין האביב לחורף:
   $H_0:\alpha_1=0$.
2. האם יש הבדל במחיר ההתחלתי של הירקות בין הקיץ לחורף:
   $H_0:\alpha_2=0$.
3. האם יש הבדל במחיר ההתחלתי של הירקות בין הסתיו לחורף:
   $H_0:\alpha_3=0$.

2. משתני דמי לשיפוע:

הטענה: יש הבדל בין עונות השנה בתוספת למחיר הירקות בגין המחיר לצרכן.

המודל: $V_t=\alpha+\beta_0P_t+\beta_1\left(D_{1i}P_t\right)+\beta_2\left(D_{2i}P_t\right)+\beta_3\left(D_{3i}P_t\right)+u_t$.

המחיר ההתחלתי של הירקות שווה בין עונות השנה (α) אולם כל עליה של יחידה אחת במדד המחירים לצרכן תעלה את מחירי הירקות

ב: β_0 בחורף, $\beta_0+\beta_1$ באביב, $\beta_0+\beta_2$ בקיץ ו- $\beta_0+\beta_3$ בסתיו.

ניתן לראות כי- β_0: השיפוע בקטגוריה שהושמטה $\beta_0+\beta_i$: השיפוע בקטגוריה i.

בדיקת השערות:

השערות: $H_0:\beta_1=\beta_2=\beta_3=0$; $H_1:OTHERWISE$.

המבחן הסטטיסטי – מבחן WALD:

(U): $V_t=\alpha+\beta_0P_t+\beta_1\left(D_{1i}P_t\right)+\beta_2\left(D_{2i}P_t\right)+\beta_3\left(D_{3i}P_t\right)+u_t$.

(R): $V_t=\alpha+\beta\cdot P_t+u_t$.

- שימו לב שהשיפוע במשוואה המוגבלת איננו β_0 שכן המשתנה המסביר של עונות השנה ירד.

אם נדחה את H_0 במבחן הסטטיסטי של הסעיף הקודם, יש לבדוק מה מקור ההבדל בין השיפועים על ידי מבחני t.

3. משתני דמי לכל הפונקציה:
הטענה: יש הבדל בין עונות השנה בפונקציית הרגרסיה לניבוי מחיר הירקות באמצעות המחיר לצרכן.
המודל:
$$V_t = \alpha_0 + \alpha_1 D_{1i} + \alpha_2 D_{2i} + \alpha_3 D_{3i} + \beta_0 P_t + \beta_1 (D_{1i} P_t) + \beta_2 (D_{2i} P_t) + \beta_3 (D_{3i} P_t) + u_t.$$

בדיקת השערות:
השערות: $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$.
המבחן הסטטיסטי - מבחן WALD:
(U):
$$V_t = \alpha_0 + \alpha_1 D_{1i} + \alpha_2 D_{2i} + \alpha_3 D_{3i} + \beta_0 P_t + \beta_1 (D_{1i} P_t) + \beta_2 (D_{2i} P_t) + \beta_3 (D_{3i} P_t) + u_t.$$
(R): $V_t = \alpha + \beta \cdot P_t + u_t$.

אם דוחים את H_0, יש לבדוק במבחני WALD האם ההבדל הוא בין החותכים או בין השיפועים: $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$, $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$.
אם דוחים את H_0 יש להמשיך לבדוק באמצעות מבחני t:
$H_0 : \alpha_j = 0$, $H_0 : \beta_j = 0$.

משתני דמי עבור שני משתנים איכותיים:

לדוגמא – שני משתנים איכותיים המשפיעים על פונקציית השכר:
מגדר (אישה, גבר) וגזע (לבן, שחור).
נגדיר משתנה דמי G שיקבל 1 אם מדובר בגבר ו-0 אחרת (אישה).
נגדיר משתנה דמי R שיקבל 1 אם מדובר בלבן ו-0 אחרת (שחור).
נבדוק כיצד מגדר וגזע משפיעים על השכר ההתחלתי (החותך), כאשר השכר תלוי גם בשנות לימוד (S_t).

1. הבדל בחותך ללא אינטראקציה:
המודל: $W_t = \alpha_0 + \alpha_1 G + \alpha_2 R + \beta \cdot S_t + u_t$.
במודל זה – אין השפעה משולבת של מגדר וגזע על השכר ההתחלתי.
ניתן לבדוק השערות על כל אחד מהמשתנים הב"ת האיכותיים בנפרד:

1. הבדל בשכר ההתחלתי בין גברים לנשים: $H_0 : \alpha_1 = 0$.

2. הבדל בשכר ההתחלתי בין שחורים ללבנים: $H_0 : \alpha_2 = 0$.

2. הבדל בחותך עם אינטראקציה:
המודל: $W_t = \alpha_0 + \alpha_1 G + \alpha_2 R + \alpha_3 G \cdot R + \beta \cdot S_t + u_t$.
במודל זה הטענה היא כי קיימת, בנוסף להשפעה של מגדר וגזע בנפרד על השכר, גם השפעה משולבת (אינטראקציה) של מגדר וגזע על השכר ההתחלתי.
במודל זה, לעומת הקודם, נוספת ההשערה לבדיקת השפעת האינטראקציה בין מגדר לגזע על השכר ההתחלתי:

3. $H_0 : \alpha_3 = 0$.

3. דרך נוספת ליצירת מודל עם אינטראקציה:
הגדרת משתני דמי המייצגים שילוב בין המשתנים האיכותיים גזע ומגדר באופן הבא:
D_1 יקבל 1 אם מדובר בגבר לבן ו-0 אחרת.
D_2 יקבל 1 אם מדובר בגבר שחור ו-0 אחרת.
D_3 יקבל 1 אם מדובר באשה לבנה ו-0 אחרת.
הנשים השחורות מהוות כאן את קבוצת הייחוס.
המודל: $W_t = \gamma_0 + \gamma_1 D_1 + \gamma_2 D_2 + \gamma_3 D_3 + \delta \cdot S_t + u_t$.
נעזר בטבלה בכדי לנסח את ההשערות לבדיקת האינטראקציה:

	גבר	אישה	הפרש
לבן	$\gamma_0 + \gamma_1$	$\gamma_0 + \gamma_3$	$\gamma_1 - \gamma_3$
שחור	$\gamma_0 + \gamma_2$	γ_0	γ_2
הפרש	$\gamma_1 - \gamma_2$	γ_3	

ההשערות לבדיקת קיום האינטראקציה: $H_0 : \gamma_1 - \gamma_3 = \gamma_2$ או $H_0 : \gamma_1 - \gamma_2 = \gamma_3$
התוצאות שיתקבלו כאן יהיו כמובן זהות לחלוטין לתוצאות שהתקבלו בדרך הקודמת: $WALD = t^2$, $PF = Pt$.

שאלות:

משתנה דמי לחותך:

1) על בסיס מדגם של 50 איש העובדים בחברה מסוימת התקבלו התוצאות הבאות:
$W_t = 5500 + 1043 \cdot D + 119 \cdot S_t$.
(S.E) (134) (56) (24)
המספרים בסוגריים הם טעויות התקן של מבחני המובהקות לפרמטרים.
א. מהו השכר ההתחלתי של גבר בעל 12 שנות לימוד?
ב. מה ההבדל בשכר ההתחלתי בין גברים לנשים?
ג. האם הבדל זה מובהק באוכלוסייה?
ד. בדקו את הטענה כי השכר ההתחלתי של גברים גבוה ביותר מ-500 ₪ מזה של נשים.
ה. בדקו את הטענה שהשכר ההתחלתי של נשים נמוך ב-600 ₪ מזה של גברים.

פונקציית רגרסיה המכילה משתנים איכותיים בלבד:

2) על אותו המדגם של 50 איש העובדים בחברה מסוימת ביקש החוקר לבדוק האם יש הבדל בשכר הממוצע בין גברים לנשים.
תוצאות האמידה: $W_t = 5200 + 1120 \cdot D$.
נתון: $S_{\hat{\alpha}_1} = 63$.
בדקו האם קיים הבדל מובהק בשכר הממוצע בין נשים וגברים?

משתנה דמי לשיפוע:

3) על בסיס אותו מדגם, ביקש החוקר לדעת האם קיים הבדל מובהק בין גברים לנשים בתוספת לשכר בגין שנות הלימוד.
תוצאות האמידה נתונות להלן:
$W_t = 5000 + 110 \cdot S_t + 120 \cdot D \cdot S_t + u_t$
(68) (23) (25)
בדוק את ההשערה.

משתנה דמי לכל פונקציה:

4) חוקר רצה לבדוק את הטענה שסוג הכביש משפיע על מס' תאונות הדרכים בקטעי כביש בינעירוניים, בהינתן נפח התנועה.
החוקר בדק האם הפונקציה של מס' התאונות בהינתן נפח התנועה, שונה בין כבישים מהירים לבין כבישים שאינם מהירים. לשם כך אמד החוקר את ארבע המשוואות הבאות:

1. $NUM_t = \gamma_1 + \delta_1 \cdot AVGD_t + \varepsilon_{1t}$ כבישים מהירים בלבד.
2. $NUM_t = \gamma_2 + \delta_2 \cdot AVGD_t + \varepsilon_{2t}$ כבישים לא מהירים בלבד.
3. $NUM_t = \gamma_3 + \delta_3 \cdot AVGD_t + \varepsilon_{3t}$ שני סוגי הכביש (כל המדגם).
4. $NUM_t = \alpha + \beta_1 \cdot TYPE_t + \beta_2 \cdot AVGD_t + \beta_3 \cdot (AVGD \cdot TYPE)_t + U_t$

כאשר:

NUM_t - מס' תאונות הדרכים הקטלניות בקטע כביש t בשנה.

$AVGD_t$ - נפח התנועה בקטע כביש t ליום באלפים.

$TYPE_t$ - משתנה דמי המקבל את הערך 1 כאשר הכביש מהיר, ו-0 כאשר הכביש לא מהיר.

תוצאות אמידת המשוואות מופיעות בהמשך השאלה.

א. בדקו את טענת החוקר בשתי דרכים שונות. ציינו איזה מן המשוואות רלוונטיות עבור כל דרך.

ב. חשבו את הערכים המספריים עבור אומדני משוואה (4).

ג. מהו האומדן הנקודתי למס' התאונות בכביש מהיר כאשר נפח התנועה עומד על ארבעת מכוניות ליום בקטע הכביש האמור?

הועלתה הטענה כי המקדם להשפעה של נפח התנועה בדרכים מהירות הינו כפול מזה שבדרכים לא-מהירות.

ד. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה (במונחי משוואה (4))?

ה. מהי הרגרסיה "תחת H_0" למבחן WALD?

משוואה (1) - כבישים מהירים בלבד:

The REG Procedure

Model: MODEL1

Dependent Variable: num num

Number of Observations Read 344

Number of Observations Used 344

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	4700.81174	4700.81174	89.12	<.0001
Error	342	18039	52.74684		
Corrected Total	343	22740			

Root MSE	7.26270	R-Square	0.2067
Dependent Mean	5.10465	Adj R-Sq	0.2044
Coeff Var	142.27617		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > |t|
Intercept	1	1.55289	0.54303	2.86	0.0045
avgd	1	0.02098	0.00222	9.44	<.0001

משוואה (2) - כבישים לא מהירים בלבד:

The REG Procedure

Model: MODEL1

Dependent Variable: num num

Number of Observations Read	410
Number of Observations Used	410

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	971.99073	971.99073	145.83	<.0001
Error	408	2719.34830	6.66507		
Corrected Total	409	3691.33902			

Root MSE	2.58168	R-Square	0.2633
Dependent Mean	1.38780	Adj R-Sq	0.2615
Coeff Var	186.02612		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > |t|
Intercept	1	0.14978	0.16360	0.92	0.3605
avgd	1	0.02877	0.00238	12.08	<.0001

משוואה (3) - שני סוגי הכביש (כל המדגם):

The REG Procedure

Model: MODEL1

Dependent Variable: num num

Number of Observations Read	754
Number of Observations Used	754

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	8052.00804	8052.00804	288.84	<.0001
Error	752	20964	27.87730		
Corrected Total	753	29016			

Root MSE	5.27990	R-Square	0.2775
Dependent Mean	3.08355	Adj R-Sq	0.2765
Coeff Var	171.22758		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > |t|
Intercept	1	0.73903	0.23665	3.12	0.0019
avgd	1	0.02330	0.00137	17.00	<.0001

משוואה (4):

The REG Procedure

Model: MODEL1

Dependent Variable: num num

Number of Observations Read	754
Number of Observations Used	754

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	3	8256.966	2752.322	99.44	<.0001
Error	750	20759	27.678		
Corrected Total	753	29016			

Root MSE	5.26102	R-Square	0.2846
Dependent Mean	3.08355	Adj R-Sq	0.2817
Coeff Var	170.61553		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > |t|
Intercept	1	0.14978	0.33340	0.45	0.6534
type	1				0.0067
avgd	1				<.0001
avgdtype	1				0.1283

משתנה איכותי עם יותר משתי קטגוריות:

5) ענה על הסעיפים הבאים:

א. הועלתה הטענה כי יש הבדל במחיר ההתחלתי בין האביב לקיץ.

i. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה?

ii. פרטו שני מבחנים סטטיסטיים בעזרתם ניתן לבדוק את הטענה.

ב. הועלתה הטענה כי יש רק שתי עונות המשפיעות על מחיר הירקות ההתחלתי: קיץ + אביב, חורף + סתיו.

i. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה?

ii. מהו המבחן הסטטיסטי המתאים? פרטו.

משתנה דמי עבור שני משתנים איכותיים:

6) חוקר בדק השפעות של השכלה, גזע (שחור, לבן) וניסיון (EXP) על לוג השכר (ln(Y)) במדגם בן 306 תצפיות:

$\ln(Y)_t = \alpha_0 + \alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2 + \alpha_3 D_3 + \beta_1 EXP_t + \beta_2 EXP_t^2 + u_t$.

$\ln(Y)$ - לוג השכר.

EXP - שנות ניסיון.

D_1 - מקבל את הערך 1 עבור שחורים בעלי השכלה גבוהה (ו-0 אחרת).

D_2 - מקבל את הערך 1 עבור שחורים בעלי השכלה נמוכה (ו-0 אחרת).

D_3 - מקבל את הערך 1 עבור לבנים בעלי השכלה גבוהה (ו-0 אחרת).

תוצאות אמידת משוואת הרגרסיה מוצגות בפלט להלן:

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	5	---------	------	------	------
Error	300	140	------		
Corrected Total	305	210			

Root MSE	-------	R-Square	-------
Dependent Mean	-------	Adj R-Sq	-------
Coeff Var	-------		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > |t|
Intercept	1	-------	--------	60.84	0.00
D1	1	-------	--------	-3.20	0.00
D2	1	-------	--------	-5.56	0.00
D3	1	-------	--------	7.23	0.00
EXP	1	-------	--------	8.11	0.00
EXP^2	1	--------	--------	-7.45	0.00

א. לפי המשוואה הניסיון זהה עבור שחורים ולבנים: נכון/לא נכון/ לא ניתן לדעת

ב. בדוק את הטענה כי בקרב אנשים בעלי השכלה נמוכה אין השפעה לגזע.

ג. בדוק את הטענה כי אין השפעות השכלה בקרב לבנים.

ד. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה כי אין אינטראקציה בין גזע להשכלה?

ה. לבדיקת ההשערה של הסעיף הקודם בוצע מבחן WALD.
הרגרסיה המוגבלת תחת השערת האפס הינה:
$Z_0 = \gamma_0 + \gamma_1 Z_1 + \gamma_2 Z_2 + \gamma_3 Z_3 + \gamma_4 Z_4 + v$.
מהם ה-Zים?

ו. בדוק את ההשערה אם ידוע שבמודל המוגבל $R^2 = 0.33$.

ז. החוקר החליט לאמוד במקום את המשוואה המקורית את המשוואה:
$$\ln(Y)_t = \lambda_0 + \lambda_1 S + \lambda_2 E + \lambda_3 (S \cdot E) + \delta_1 EXP + \delta_2 EXP^2 + \omega_t$$
כאשר:
S מקבל את הערך 1 עבור שחורים ו-0 אחרת (לבנים).
E מקבל את הערך 1 עבור השכלה גבוהה ו-0 אחרת (השכלה נמוכה).
מה הקשר בין המקדמים של שני המודלים?

ח. אם יאמוד החוקר את המשוואה:
$\ln(Y)_t = \lambda_0 + \lambda_1 S + \lambda_2 E + \delta_1 EXP + \delta_2 EXP^2 + \omega_t$, האם תהיה טעות ספציפיקציה של השמטת משתנה רלוונטי (היעזר בסעיפים ד', ו' ו-ז').

7) חוקרת בדקה השפעות השכלה, מגדר וניסיון על הכנסה מעבודה לפי המשוואה הבאה :

$$\ln(MWAGE)=\alpha_0+\alpha_1\cdot S+\alpha_2\cdot E+\alpha_3\cdot(S\cdot E)+\beta_0\cdot EXP+\beta_1\cdot(EXP\cdot S)+\beta_2\cdot(EXP\cdot S)+$$
$$\beta_3\cdot(EXP\cdot S\cdot E)+U\,,$$

כאשר :

S משתנה דמי : 1= עבור נשים, 0=גברים.

E משתנה דמי : 1= עבור השכלה גבוהה $(scl>12)$, 0=השכלה נמוכה.

א. רשמו את הפונקציה לחישוב :

i. תחזית לוג השכר עבור גבר בעל השכלה נמוכה ו- 10 שנות ניסיון.

ii. תחזית לוג השכר ההתחלתי עבור נשים משכילות.

iii. לאחר כמה שנות ניסיון ישתווה השכר של נשים משכילות לזה של גברים משכילים?

ב. רשמו את השערות האפס המתאימות לבדיקת הטענות הבאות :

i. אין השפעה של מגדר והשכלה על השכר.

ii. השפעת ההשכלה אינה תלויה במגדר.

iii. אין השפעות השכלה אצל גברים.

iv. אין הבדל בשיעורי התשואה לניסיון, בקרב הנשים.

תשובות סופיות:

1) א. $W_t = 7971$. ב. 1,043 ₪. ג. כן. ד. יש עדות לכך.
ה. יש עדות לכך.

2) יש עדות לכך.

3) יש עדות לכך.

4) א. יש עדות לכך, מבחן CHOW : 1 , 2 ו-3, משתנה דמי : 3 ו-4.
ב. $\hat{\alpha} = 0.14978$, $\hat{\beta}_1 = 1.40311$, $\hat{\beta}_2 = 0.002877$, $\hat{\beta}_3 = -0.008$.
ג. $NUM_t = 1.532398$. ד. $H_0 : \beta_2 + \beta_3 = 2 \cdot \beta_2$, $H_0 : \beta_3 = \beta_2$.
ה. $NUM_t = \alpha + \beta_1 \cdot TYPE_t + \beta_3 \cdot \left(AVGD_t + AVGD \cdot TYPE\right)_t + U_t$.

5) א.i. $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2$. ii. WALD ו-t. ב.i. $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 , \alpha_3 = 0$.
ii. WALD.

6) א. נכון. ב. יש עדות לכך. ג. יש עדות לכך.
ד. $H_0 : \alpha_2 = \alpha_1 - \alpha_3$ או $H_0 : \alpha_3 = \alpha_1 - \alpha_2$.
ה. $Z_0 = \ln(Y)_t$, $Z_1 = D_1 + D_3$, $Z_2 = D_2 - D_3$, $Z_3 = EXP_t$, $Z_4 = EXP_t^2$
ו. אין עדות לכך. ז. $\lambda_0 = \alpha_0$, $\lambda_1 = \alpha_2$, $\lambda_2 = \alpha_3$, $\lambda_3 = \alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3$.
ח. לא.

7) א.i. $\hat{\ln}\left(MWAGE\right) = \hat{\alpha}_0 + \hat{\beta}_0 \cdot 10$.
ii. $\hat{\ln}\left(MWAGE\right) = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2 + \hat{\alpha}_3$. iii. $EXP_t = \dfrac{-\left(\alpha_1 + \alpha_3\right)}{\beta_1 + \beta_3}$.
ב.i. $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$. ii. $H_0 : \alpha_3 = \beta_3 = 0$.
iii. $H_0 : \alpha_2 = \beta_2 = 0$. iv. $H_0 : \beta_2 + \beta_3 = 0$.

מבוא לאקונמטריקה יישומית

פרק 16 - מבחן לדוגמה - המכללה למנהל

תוכן העניינים

מבחן לדוגמא מס' 2:

שאלות:

1) על מנת לאמוד השפעת מגדר ומצב משפחתי על השכר, נאמדה המשוואה הבאה:

$$WAGE = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot GENDER + \alpha_2 \cdot FS + \alpha_3 \cdot (GENDER \cdot FS) + \beta_1 \cdot EDUC + \beta_2 \cdot AGE + U$$

כאשר:

$GENDER$ = מגדר: 1=גבר, 0=אישה.

FS = מצב משפחתי: 1=נשואים, 0=לא נשואים.

$EDUC$ = מס' שנות לימוד של העובד.

AGE = גיל העובד.

$WAGE$ = שכר העובד.

משוואה (1) נאמדה בפלט מס' 1.

בנוסף נאמד גם פלט מס' 2.

א. החוקרת הניחה כי פערי השכר, באים לידי ביטוי בשכר ההתחלתי בלבד: נכון/ לא נכון/ לא ניתן לדעת.

ב. החוקרת הניחה כי הפערים בין נשים לגברים בשכר אינם תלויים בגיל: נכון/ לא נכון/ לא ניתן לדעת.

ג. השערת האפס לבדיקת הטענה היא: ____________________.

ד. המשתנה המוסבר ברגרסיה מס' 2 הינו: ____________________.
(כתבו את המודל שבו מחושב המשתנה המוסבר).

ה. הסטטיסטי של LM לבדיקת הטענה:

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו הוא: __________________.

ו. המקדם של GENDER בפלט מס' 2 הינו: ____________.

הועלתה הטענה כי הפערים בין גברים לנשים בקרב העובדים הנשואים גבוהים ביותר מ-1500 ₪ מאשר הפערים בקרב העובדים שאינם נשואים.

ז. ההשערות לבדיקת הטענה הינן: ____________________.

ח. הסטטיסטי לבדיקת הטענה:

i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחשבו וערכו הוא: ________________.

ט. ההשערות לבדיקת הטענה הן: __________________.

י. המודל המוגבל לבדיקת הטענה הוא: __________________.

יא. הסטטיסטי לבדיקת הטענה:

i. לא ניתן לחשבו בעזרת הנתונים הקיימים.

ii. ניתן לחישוב וערכו הוא: ____________.

פלט מס' 1 - משוואה 1:

Dependent variable: WAGE
Number of observations used: 17495
Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	5	1.504815E11	30096294654	646.42	<.0001
Error	17489	8.142567E11	46556220		
C Total	17494	9.647382E11			

Root MSE	6823.35843	R-square	0.1560
Dep Mean	7286.58004	Adj R-sq	0.1557
C.V.	93.64281		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	-3642.10108	260.72351	-13.97	<.0001
GENDER	1	2006.13583	187.64224	10.69	<.0001
FS	1	899.68055	159.19316	5.65	<.0001
GENDER*FS	1	1964.31810	227.43348	8.64	<.0001
EDUC	1	428.20041	12.45434	34.38	<.0001
AGE	1	64.72379	4.43948	14.58	<.0001

פלט מס' 2 - מבחן LM:

Dependent variable :
Number of observations used: 17495
Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	5	66653745252	13330749050	286.32	<.0001
Error	17489	8.142567E11	46558220		
C Total	17494	8.809105E11			

Root MSE	6823.35843	R-square	0.0757
Dep Mean	2.29222E-12	Adj R-sq	0.0754
C.V.	2.97675E17		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	-1244.40187	260.72351	-4.77	<.0001
GENDER	1				
FS	1	899.68055	159.19316	5.65	<.0001
GENDER*FS	1	1964.31810	227.43348	8.64	<.0001
EDUC	1	23.18457	12.45434	1.86	0.0627
AGE	1	-38.13257	4.43948	-8.59	<.0001

תשובות סופיות:

1) א. נכון. ב. נכון. ג. $H_0:\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=0$.

ד. ראו סרטון. ה. ראו סרטון. ו. ראו סרטון.

ז. $\begin{matrix} H_0:\alpha_3=1500 \\ H_1:\alpha_3>1500 \end{matrix}$. ח. ii, $t_{stat}=2.04$. ט. $\begin{matrix} H_0:\alpha_1=\alpha_2 \\ H_1:\alpha_1\neq\alpha_2 \end{matrix}$.

י. $WAGE=\alpha_0+\alpha_2\cdot(GENDER+FS)+\alpha_3\cdot(GENDER\cdot FS)+\beta_1\cdot EDUC+\beta_2\cdot AGE+U$.

יא. i.

מבוא לאקונמטריקה יישומית

פרק 17 - שאלות חזרה למבחן מבוססות על תוכנת STATA

תוכן העניינים

שאלות חזרה למבחן מבוססות על תוכנת STATA:

שאלות:

1) כדי לבדוק האם יש קשר בין שכר המורים וההוצאה לתלמיד בבי"ס ציבוריים נאמד המודל הבא: $Pay_i = \beta_1 + \beta_2 Spend + u_i$. כאשר pay הוא שכר המורים ו-Spend מייצג את ההוצאה לתלמיד שנמדדו בדולרים לשנה:

```
. reg pay  spending

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      51
-------------+------------------------------           F(  1,    49) =  112.60
       Model |  608555015     1   608555015            Prob > F      =  0.0000
    Residual |  264825250    49  5404596.94            R-squared     =  0.6968
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.6906
       Total |  873380265    50  17467605.3            Root MSE      =  2324.8

------------------------------------------------------------------------------
         pay |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
    spending |   3.307585   .3117043    10.61   0.000     2.681192    3.933978
       _cons |   12129.37   1197.351    10.13   0.000     9723.204    14535.54
------------------------------------------------------------------------------
```

א. פרשו את הרגרסיה (רמז: משמעות האומדים לפרמטרים, האם התוצאות מובהקות?). האם יש הגיון כלכלי לתוצאות שהתקבלו?

ב. מצאו תחזית נקודתית לשכר בממוצע אם ההוצאה לתלמיד היא $5000.

ג. נבדקו מדדים תיאוריים לגבי המשתנה הב"ת:

```
. su  spending

    Variable |       Obs        Mean    Std. Dev.       Min        Max
-------------+--------------------------------------------------------
    spending |        51    3696.608    1054.761       2297       8349
```

ד. הסבירו את משמעות ההנחות הקלאסיות במונחי המשתנים.

ה. האם ההוצאה הממוצעת לתלמיד מסבירה הרבה משונות שכר המורים?

ו. מהו הפער החזוי בשכר המורים בין שני בתי ספר שהפער בהוצאה לתלמיד ביניהם הוא $20?

ז. האם ניתן לומר על סמך התוצאות כי המודל מובהק? אם כן, באיזה רמת מובהקות?

ח. חוקר ביצע מבחן שמטרתו לבדוק האם המודל יוצא מראשית הצירים:

i. השערת האפס וההשערה האלטרנטיבית לבדיקת המבחן.

ii. ערך t סטטיסטי לבדיקת המבחן.

iii. מסקנת המבחן: דוחים/לא דוחים את H_0 ברמת סמך של 95%.

ט. חוקר ביצע מבחן שמטרתו לבדוק כי עבור עליה בדולר אחד בהוצאה השנתית הממוצעת לתלמיד שכר המורים הממוצע עולה בלפחות 3 דולר:

i. השערת האפס וההשערה האלטרנטיבית לבדיקת המבחן.

ii. ערך t סטטיסטי לבדיקת המבחן.

iii. ערך t קריטי לבדיקת המבחן.

iv. מסקנת המבחן: דוחים/לא דוחים את H_0 ברמת ביטחון של 95%.

י. חשבו רווח בר סמך לאמידת השיפוע ברמת סמך של 90%.

יא. חוקר רצה לאמוד את המשוואה בשקלים במקום בדולרים ולכן אמד את המשוואה הבאה: $p\hat{a}y1 = \alpha_0 + \alpha_1 spend1$.

הניחו כי שער הדולר עומד על 3.5 ₪.

i. מהי הפקודה ב-stata ליצירת המשתנים החדשים?

ii. מה יהיה האומדן ל- α_1? מה יהיה האומדן לסטיית התקן של α_1?

על אותם הנתונים נאמדה גם המשוואה הבאה:

$Pay_i = \beta_0 + \beta_1 Spend + \beta_2 Spend2 + u_i$, כאשר: $spend2 = spend^2$.

יב. כתוב את הפקודה ב-STATA ליצירת המשתנה החדש.

יג. מתוצאות האמידה התקבל ש:

3. $p\hat{a}y_i = 23128.44 + 1.223 spend_i - 0.0000635 spend2$

(9.55) (10.55) (8.78)

הערכים בסוגריים הם ערכי t סטטיסטי.

השערת האפס לבדיקה האם יש השפעה ליניארית של ההוצאה על התשלום למורים? T סטטיסטי?

מסקנת הבדיקה: דוחים/לא דוחים את H_0.

יד. מהי הפקודה ב-STATA לבדיקת המתאם בין שני המשתנים הב"ת?

טו. בהינתן תוצאות המודל כיצד נראה פרופיל השכר כפונקציה של ההוצאה על התלמיד (אין צורך בציור מדויק רק במגמה).

טז. מהי ההוצאה לתלמיד שאחריה שכר המורים מתחיל לרדת?

יז. התקבל מתאם של 0.97 בין שני המשתנים הב"ת. לנוכח המתאם הגבוה החוקר טען כי האומדים במשוואה (3) הם מוטים.

הטענה נכונה/הטענה אינה נכונה.

יח. לאור תוצאות האמידה של משוואה (3) ניתן להסיק כי האומדים של משוואה (1) הינם מוטים.

הטענה נכונה/הטענה איננה נכונה.

יט. הניחו כי יש הטרוסקדסטיות במשוואה (3).

מה יהיו ההשלכות לגבי האומדים של המשוואה:

i. האומדים יהיו חסרי הטיה ויעילים.

ii. האומדים יהיו חסרי הטיה אך לא יעילים.

iii. האומדים יהיו מוטים אך יעילים.

iv. האומדים יהיו מוטים ולא יעילים.

2) נתונים 2 המודלים הבאים:

1. $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$.

2. $Y_t = \beta X_t + u_t$.

א. בהנחה כי R^2 של המודל הראשון גבוה מזה של המודל השני, האם ניתן לומר שהמודל הראשון טוב יותר?

הניחו כי מודל (1) הוא המודל האמיתי.

ב. מהן תכונות האומד לשיפוע של מודל (2)? מוטה/חסר הטיה?

ג. האם ניתן לומר כי האומד הינו עקיב?

ד. חוו דעתכם על הטענה: "על סמך משפט גאוס מרקוב, ניתן להסיק כי אומד הריבועים הפחותים של משוואה (1) הינו יעיל יותר מאומד הריבועים הפחותים של משוואה (2)". הסבירו את תשובתכם.

ה. חשבו את שונות האומד.

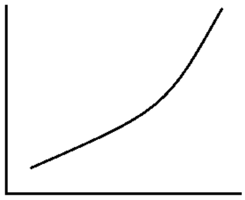
ו. לאיזה משני המודלים יהיה אומד לשיפוע גבוה יותר? לראשון/לשני/לא ניתן לדעת.

3) על מנת לאמוד את הקשר שבין השכלה (בשנים) להכנסה (באלפי שקלים) נאמדו שני המודלים הבאים:

```
. reg wage educ

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =    1000
-------------+------------------------------           F(  1,   998) =  253.20
       Model |  7888.51144     1  7888.51144           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  31092.9858   998  31.1552964           R-squared     =  0.2024
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.2016
       Total |  38981.4972   999  39.0205177           Root MSE      =  5.5817

------------------------------------------------------------------------------
        wage |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
        educ |   1.138517   .0715497    15.91   0.000      .998112    1.278922
       _cons |  -4.912181   .9667875    -5.08   0.000     -6.80935   -3.015011
------------------------------------------------------------------------------
```

```
. reg lwage educ

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =    1000
-------------+------------------------------           F(  1,   998) =  272.72
       Model |  65.5213155     1  65.5213155           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  239.767622   998  .240248118           R-squared     =  0.2146
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.2138
       Total |  305.288937   999  .305594532           Root MSE      =  .49015

------------------------------------------------------------------------------
       lwage |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
        educ |   .1037608   .0062831    16.51   0.000     .0914313    .1160904
       _cons |   .7883743   .0848975     9.29   0.000     .6217761    .9549724
------------------------------------------------------------------------------
```

א. ידוע כי ניתן לתאר את הקשר בין שכר להשכלה על ידי הגרף הבא:



באיזה מודל כדאי לבחור? תנו 3 נימוקים לבחירתכם.

ב. מהי התשואה להשכלה על סמך המודל הנבחר?

ג. על פי מודל (1), מהי גמישות השכר ביחס להשכלה בנקודת הממוצעים: (7,12)?

ד. על בסיס נתוני המדגם חושב השכר הממוצע עבור התצפיות שלהן 16 שנות השכלה.

```
. su  wage if educ==16
```

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
wage	$\boxed{186}$	13.30328	7.575015	2.54	60.19

הממוצע הוא 13.303.
שימו לב: סימן ה- "=" משמש להשוואה בין משתנים (למשל: gen price_new= price*1.2), לעומת זאת, סימן ה- "==" משמש להגדרת ערך משתנה (l educ if educ == 8).

i. מהי התחזית לשכר לעובד עם 16 שנות השכלה עבור כל אחד מהמודלים?

ii. איזה מהמודלים נותן תחזית נקודתית מדויקת יותר: המודל הראשון/המודל השני/ לא ניתן להשוות.

ה. איזה מודל מסביר חלק גדול יותר של השונות של המשתנה התלוי: המודל הראשון/המודל השני/לא ניתן להשוות.

ו. לפי האומדים בפלט (לא לפי מבחן סטטיסטי) התשואה להשכלה חיובית בהכרח: נכון/לא נכון.

ז. רצו לבחון כיצד השכר מושפע גם מוותק העובד ולכן הכניסו את המשתנה: log(vetek. מה משמעות מקדם השיפוע של המשתנה החדש במודל הראשון ובמודל השני.

ח. בהתייחס למודל השני תוצאות האמידה מראות כי הן התשואה להשכלה והן גמישות הוותק אינם מובהקים. יחד עם זאת הרגרסיה עם שני המשתנים הב"ת יצאה מובהקת. כיצד ניתן להסביר זאת? האם מומלץ להשמיט את שני המשתנים ביחד מהמודל (לאמוד את השכר באמצעות משתנים אחרים)? האם מומלץ לאמוד את המודל ללא משתנה הוותק?

4) על מנת לבחון את פונקציית הייצור של אורז נאמד המודל הבא:

$\ln(PROD) = \beta_1 + \beta_2 \ln(AREA) + \beta_3 \ln(LABOR) + \beta_4 \ln(FERT) + \varepsilon_i$, כאשר:

PROD - כמויות אורז מדושן (נמדד בטונות).

AREA - גודל החלקות בהם האורז נשתל (נמדד בעשרות דונמים).

LABOR - סה"כ ימי עבודה של עובדים ובני משפחה (של החקלאי).

FERT - כמויות דשן בשימוש (נמדד בק"ג).

להלן תוצאות האמידה:

```
. reg lprod larea llabor lfert

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =     352
-------------+------------------------------           F(  3,   348) =  646.51
       Model |  226.084875     3  75.361625           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  40.5653554   348  .116567113           R-squared     =  0.8479
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.8466
       Total |   266.65023   351  .759687266           Root MSE      =  .34142

------------------------------------------------------------------------------
       lprod |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       larea |   .3617359   .0639678     5.65   0.000     .2359237    .4875481
      llabor |   .4328479   .0668825     6.47   0.000      .301303    .5643928
       lfert |   .2095023   .0382654     5.47   0.000     .1342417    .2847628
       _cons |  -1.546786   .2556536    -6.05   0.000    -2.049607   -1.043966
------------------------------------------------------------------------------
```

א. בחנו את ההשערה כי גמישות הייצור ביחס לגודל החלקות (AREA) שווה לגמישות ביחס לימי העבודה (LABOR). השתמשו ברמת מובהקות של 5%, נסחו את ההשערה בצורה פורמאלית ודווחו את התוצאות תוך שימוש בפלט הבא:

```
. test  larea= llabor

 ( 1)  larea - llabor = 0

       F(  1,   348) =    0.34
            Prob > F =    0.5592
```

ב. כתבו את הפקודות ב-STATA לאמידת הרגרסיה המוגבלת מהסעיף הקודם.

ג. כעת, בחנו את ההשערה המורכבת מההשערה של סעיף א' + ההשערה כי פונקציית הייצור מקיימת תק"ל $(\beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 1)$, תוך שימוש בפלט הבא:

```
. gen l_pr_fe=log( prod/ fert)

. gen l_ar_la_fe=log( area* labor/fert^2)

. reg  l_pr_fe  l_ar_la_fe

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =     352
-------------+------------------------------           F(  1,   350) =  439.63
       Model |  51.0075377     1  51.0075377           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  40.6079092   350  .116022598           R-squared     =  0.5568
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.5555
       Total |  91.6154469   351  .261012669           Root MSE      =  .34062

------------------------------------------------------------------------------
     l_pr_fe |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
  l_ar_la_fe |   .3940824    .018795    20.97   0.000     .3571172    .4310477
       _cons |  -1.402958   .0913195   -15.36   0.000    -1.582562   -1.223354
------------------------------------------------------------------------------

.
```

באיזה מבחן אתם משתמשים?
נסחו את ההשערה, את הסטטיסטי והקריטי.
מהי מסקנתכם?

5) חוקרים ביקשו לאמוד את פונקציית החיסכון המצרפי במשק הישראלי.
מפתח שמות משתנים:
$GDS87$ - חסכון מקומי גולמי.
$GDP87$ - תוצר מקומי גולמי.
$GC87$ - הוצאות הממשלה.
כל הנתונים הינם במיליוני ₪ במחירים קבועים של שנת 1987.
נאמדו 2 המודלים הבאים:

```
. reg  gds87  gdp87

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      26
-------------+------------------------------           F(  1,    24) =  106.04
       Model |  268713647     1   268713647            Prob > F      =  0.0000
    Residual | 60820138.1    24  2534172.42            R-squared     =  0.8154
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.8077
       Total |  329533785    25  13181351.4            Root MSE      =  1591.9

------------------------------------------------------------------------------
       gds87 |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       gdp87 |   .1852456   .0179896    10.30   0.000     .1481169    .2223742
       _cons |  -2624.027    1018.32    -2.58   0.017    -4725.737   -522.3182
------------------------------------------------------------------------------

. reg  gds87 gdp87 gc87

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      26
-------------+------------------------------           F(  2,    23) =  157.31
       Model |  307085221     2   153542611            Prob > F      =  0.0000
    Residual | 22448563.7    23  976024.509            R-squared     =  0.9319
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.9260
       Total |  329533785    25  13181351.4            Root MSE      =  987.94

------------------------------------------------------------------------------
       gds87 |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       gdp87 |   .2955591   .0208369    14.18   0.000     .2524547    .3386635
        gc87 |  -.7784411   .1241513    -6.27   0.000    -1.035268   -.5216146
       _cons |   4217.674   1260.961     3.34   0.003     1609.177    6826.171
------------------------------------------------------------------------------
```

א. כתבו את המודל האקונומטרי שנאמד בכל אחת מהאמידות.
ב. איזה מבין שני המודלים הקודמים הייתם מעדיפים? למה?
ג. מהו ההבדל בין המשמעות של האומדן למקדם המשתנה $GDP87$ בשני המודלים?
ד. ביחס לאומד במשוואה 2 האומד $\hat{\alpha}_2$ במשוואה 1 יהיה:
מוטה כלפי מעלה/מוטה כלפי מטה/ חסר הטיה/לא ניתן לדעת
ה. ביחס לאומד במשוואה 3 האומד $\hat{\alpha}_2$ במשוואה 1 יהיה:
יעיל/לא יעיל/ לא ניתן לדעת
ו. בהינתן תוצאות משוואה 1 הקורלציה בין שני המשתנים הב"ת היא:
חיובית/שלילית/אפס/לא ניתן לדעת
ז. החוקר החליט להוסיף משתנה המודד את הצריכה הממשלתית במיליוני דולרים במקום בשקלים: $GC87$ ואמד את המשוואה:

3. $GDS87_t = \beta_1 + \beta_2 GDP87_t + \beta_3 GC87_t + \beta_4 \$GC87 + u_t$.
האומדים של משוואה 3 יהיו:
חסרי הטיה ויעילים/מוטים ולא יעילים/חסרי הטיה אך לא יעילים/לא מוגדרים.

ח. החוקר החליט להוסיף מדד נוסף לתוצר המקומי. כתוצאה מהוספת המדד הנוסף משתנה התוצר המקומי הפך להיות לא מובהק. כיצד ניתן להסביר זאת:

i. מולטיקוליניאריות מלאה.
ii. מולטיקוליניאריות חלקית.
iii. הוספת משתנה לא רלוונטי.
iv. השמטת משתנה רלוונטי.

ט. החוקר טען כי: "אם נוסיף משתנה נוסף לרגרסיה כלשהי אז האומדן ל- σ^2 לעולם לא יעלה". נכון/לא נכון?

י. החוקר טוען כי "אם נוסיף משתנה נוסף לרגרסיה, אז האומדן ל- $\overline{R}^2$ יעלה בהכרח". נכון/לא נכון.

6) מידע שנאסף לאחרונה על מכירות של 880 בתים בסטוקטון, קליפורניה, נמצא בקובץ *Stockton2*.
המשתנים הם:

PRICE - מחיר בית בדולרים.
SQFT - גודל הבית (square feet).
BEDS - מספר חדרי שינה.
BATHS - מספר חדרי שירותים.
AGE - גיל הבית.
STORIES - הקומה של הבית.
VACANT - משתנה דמי המקבל 1 אם הבית היה פנוי בזמן מכירתו ו-0 אחרת.

להלן תוצאות אמידה המתבססת על המשתנים הנ"ל:

```
. gen price1000= price/1000

. gen lprice1000=ln( price1000)

. gen  sqft100= sqft/100

. reg  lprice1000 sqft100 age beds baths stories vacant

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =     880
-------------+------------------------------           F(  6,   873) =  420.24
       Model |  92.5168833     6  15.4194805           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  32.0322735   873  .03669218            R-squared     =  0.7428
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.7410
       Total |  124.549157   879  .141694149           Root MSE      =  .19155

------------------------------------------------------------------------------
  lprice1000 |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     sqft100 |   .0637441   .0020353    31.32   0.000     .0597495    .0677387
         age |  -.0024514    .000366    -6.70   0.000    -.0031698   -.0017331
        beds |  -.0848595   .0133702    -6.35   0.000    -.1111011    -.058618
       baths |   .0089069   .0181165     0.49   0.623      -.02665    .0444638
     stories |  -.0182728   .0219074    -0.83   0.404      -.06127    .0247245
      vacant |  -.0803092   .0132448    -6.06   0.000    -.1063045   -.0543138
       _cons |   3.994605    .037782   105.73   0.000     3.920451    4.068759
------------------------------------------------------------------------------
```

א. מהי משוואת הרגרסיה שנאמדה?

ב. פרשו את תוצאות האמידה. דונו בסימנים ובמשמעויות של כל אחד מהמשתנים.

ג. מה ההבדל במחיר הממוצע בין בית פנוי בזמן מכירתו לבין בית המאוכלס בזמן מכירתו?

ד. חוקר אחר הגדיר את משתנה VACANT= משתנה דמי המקבל 1 אם הבית היה מאוכלס בזמן מכירתו ו-0 אחרת.
האם יש צורך לחשב מחדש את משוואת הרגרסיה? כן/לא.

ה. נניח כי רצו לתרגם את תוצאות המודל מ-sqrft למטרים מרובעים.
יחידה אחת של sqrft שווה ל-0.093 מטר רבוע. מה יהיה הערך של β_1 במודל החדש? מה יהיה ערך t סטטיסטי לדחיית H0 של המשתנה החדש?

ו. מה הפער החזוי בין מחיר של בגודל 130 מטר בת 15 שנה לבין דירה בגודל 115 מטר בת 20 שנה, בהינתן שכל שאר המשתנים נותרים קבועים?

ז. מהי רמת הסמך הנמוכה ביותר עבורה ניתן לדחות את הטענה כי $\beta_5 = 0$?

ח. החוקר החליט לאמוד את המשוואה ללא משתנה VACANT כמשתנה מסביר. להלן תוצאות האמידה:

```
. reg  lprice1000 sqft100 age beds baths stories

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =     880
-------------+------------------------------           F(  5,   874) =  477.40
       Model |  91.1678763     5  18.2335753           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  33.3812805   874  .038193685           R-squared     =  0.7320
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.7304
       Total |  124.549157   879  .141694149           Root MSE      =  .19543

------------------------------------------------------------------------------
  lprice1000 |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     sqft100 |   .0654365   .0020569    31.81   0.000     .0613995    .0694734
         age |  -.0021886   .0003708    -5.90   0.000    -.0029163   -.0014608
        beds |  -.0823237   .0136344    -6.04   0.000    -.1090837   -.0555638
       baths |   .0062791   .0184781     0.34   0.734    -.0299876    .0425459
     stories |  -.0260982   .0223123    -1.17   0.242    -.0698901    .0176938
       _cons |   3.925237   .0367376   106.85   0.000     3.853132    3.997341
------------------------------------------------------------------------------
```

כיצד השמטת המשתנה השפיעה על משוואת הרגרסיה ועל מקדמיה?

ט. בנוסף אמדו על בסיס המדגם הנוכחי את שתי הרגרסיות הבאות:

```
. reg  lprice1000 sqft100 age beds baths stories if  vacant==0

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =     415
-------------+------------------------------           F(  5,   409) =  233.63
       Model |   50.040644     5  10.0081288           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  17.5202976   409  .042836913           R-squared     =  0.7407
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.7375
       Total |  67.5609416   414   .16319068           Root MSE      =  .20697

------------------------------------------------------------------------------
  lprice1000 |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     sqft100 |   .0684748   .0030057    22.78   0.000     .0625662    .0743833
         age |   -.001996   .0005387    -3.70   0.000     -.003055    -.000937
        beds |  -.0977677    .019958    -4.90   0.000    -.1370009   -.0585346
       baths |   .0193179   .0251737     0.77   0.443     -.030168    .0688038
     stories |  -.0654738    .033737    -1.94   0.053    -.1317933    .0008457
       _cons |   3.979725   .0554426    71.78   0.000     3.870737    4.088713
------------------------------------------------------------------------------

. reg  lprice1000 sqft100 age beds baths stories if  vacant==1

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =     465
-------------+------------------------------           F(  5,   459) =  242.82
       Model |  37.2518359     5  7.45036717           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  14.0830841   459  .030682101           R-squared     =  0.7257
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.7227
       Total |    51.33492   464  .110635603           Root MSE      =  .17516

------------------------------------------------------------------------------
  lprice1000 |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     sqft100 |   .0593134   .0027696    21.42   0.000     .0538708    .0647561
         age |  -.0028851   .0004996    -5.78   0.000    -.0038668   -.0019034
        beds |  -.0678451   .0178018    -3.81   0.000    -.1028283   -.0328619
       baths |  -.0103401    .026461    -0.39   0.696    -.0623399    .0416596
     stories |   .0265265   .0284661     0.93   0.352    -.0294135    .0824665
       _cons |   3.924588   .0472086    83.13   0.000     3.831817     4.01736
------------------------------------------------------------------------------
```

השוו את תוצאות האמידה של שתי הרגרסיות הנ"ל.

י. ערכו מבחן Chow לבדיקת שקילות (יציבות) המקדמים בשתי הרגרסיות מהסעיף הקודם.

7) חוקר מעוניין ללמוד על הקשר בין הכנסה של משפחה לבין מספר שנות הלימוד של הבעל, מספר שנות הלימוד של האישה והימצאות ילדים קטנים בבית. להלן מפתח שמות המשתנים:

FAMINC - הכנסת המשפחה (דולרים בשנה).

HEDU - מספר שנות הלימוד של הבעל.

WEDU - מספר שנות הלימוד של האישה

$$KID6 = \begin{cases} 1 & \text{אם יש ילדים מתחת לגיל 6} \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases},$$

הוא אמד שלוש רגרסיות וקיבל את התוצאות הבאות:

```
. */ Table 1

. reg  faminc Heduc Weduc k16

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =     428
-------------+------------------------------           F(  3,   424) =   30.43
       Model |  1.4725e+11     3  4.9082e+10           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  6.8384e+11   424  1.6128e+09           R-squared     =  0.1772
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.1714
       Total |  8.3109e+11   427  1.9463e+09           Root MSE      =   40160

------------------------------------------------------------------------------
      faminc |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       Heduc |   3211.526   796.7026     4.03   0.000     1645.547    4777.504
       Weduc |   4776.907   1061.164     4.50   0.000     2691.111    6862.704
         k16 |  -14310.92   xxxxxxxx    xxxxx   xxxx    xxxxxxxxxx   xxxxxxxxx
       _cons |  -7755.331   11162.93    -0.69   0.488    -29696.91    14186.25
------------------------------------------------------------------------------

. */ Table 2

. reg  faminc Heduc Weduc

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =     428
-------------+------------------------------           F(  2,   425) =   40.87
       Model |  1.3405e+11     2  6.7027e+10           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  6.9703e+11   425  1.6401e+09           R-squared     =  0.1613
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.1574
       Total |  8.3109e+11   427  1.9463e+09           Root MSE      =   40498

------------------------------------------------------------------------------
      faminc |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       Heduc |   3131.509    802.908     3.90   0.000     1553.344    4709.674
       Weduc |   4522.641   1066.327     4.24   0.000     2426.711    6618.572
       _cons |  -5533.631   11229.53    -0.49   0.622    -27605.97    16538.71
------------------------------------------------------------------------------

. */ Table 3

. reg  faminc Heduc

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =     428
-------------+------------------------------           F(  1,   426) =   61.30
       Model |  1.0455e+11     1  1.0455e+11           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  7.2654e+11   426  1.7055e+09           R-squared     =  0.1258
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.1237
       Total |  8.3109e+11   427  1.9463e+09           Root MSE      =   41297

------------------------------------------------------------------------------
      faminc |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       Heduc |   5155.484   658.4573     7.83   0.000     3861.254    6449.713
       _cons |   26191.27   8541.108     3.07   0.002     9403.308    42979.23
------------------------------------------------------------------------------
```

א. פרשו את משמעויות המקדמים ברגרסיה בטבלה הראשונה, התייחסו למובהקות המקדמים (אין צורך בבדיקה פורמאלית של מובהקות).

ב. התקבל כי ממוצע משתנה KL6 במדגם הוא 0.432. מה משמעות נתון זה?

ג. חשבו את סטית התקן הנאמדת של אומד הריבועים הפחותים ל- β_{KL6} מהמודל הנאמד בטבלה הראשונה. הראו את החישובים שלכם ואת הנוסחאות עליהן אתם מתבססים.
רמז: השתמשו באינפורמציה שניתן לבדוק מובהקות המקדם הנ"ל ביותר מדרך אחת.

ד. הסבירו את הסיבה להבדל המשמעותי בין אומדני β_{HEDU} בשלוש הטבלאות? איך אפשר להסביר את העדר השוני (כמעט העדר שוני) באומדני β_{HEDU} ו- β_{WEDU} בטבלה הראשונה והשנייה?

8) הורצו 2 רגרסיות על מדגם בן 400 תצפיות והתקבלו התוצאות הבאות:

$$1.\ \hat{CM}_i = 263.6416 - 0.0056 \cdot PGNP_i - 2.2316 \cdot FLR_i$$
$$\text{(s.e)}\quad (11.5932)\quad (0.0019)\qquad (0.2099)\qquad R^2 = 0.7077$$

$$2.\ \hat{CM}_i = 168.3067 - 0.0055 \cdot PGNP_i - 1.768 \cdot FLR_i + 12.8686 \cdot TFR_i$$
$$\text{(s.e)}\quad (11.5932)\quad (0.0019)\qquad (0.2099)\qquad (?)\qquad R^2 = 0.7474$$

כאשר:
$CM = Child\ Mortality$ - מס' מקרי המוות של ילדים מתחת לגיל 5 לכל 1000 לידות חיים.
$PGNP = Per\ Capita\ GNP$ - תוצר לנפש במחירים קבועים בדולרים.
$FLR = Female\ Literacy\ Rate$ - אחוז נשים שיודעות לקרוא ולכתוב.
$TFR = Total\ Fertility\ Rate$ - מס' הלידות הממוצע לאישה במדינה.
הנתונים הם עבור 64 מדינות.

א. כיצד ניתן לפרש את המקדם למשתנה TFR? אפריורית, האם תצפו לקשר חיובי/שלילי בין CM ל-TFR? הסבירו.

ב. האם ערכי המקדמים של המשתנים $PGNP,FLR$ מרגרסיה 1 שונים מאלו ברגרסיה 2? אם כן, מה יכולה להיות הסיבה/ות לשינוי זה?

ג. חוו דעתכם על הטענה הבאה: "כיוון ש: FLR ו-TFR כל כך מתואמים אין לשים אותם באותה הרגרסיה".

ד. באיזה מודל תבחרו מבין השניים? באיזה מבחן סטטיסטי יש להשתמש כדי לענות על שאלה זו? הראו חישובכם. (רמז: הביעו את הסטטיסטי של מבחן F במונחי R^2).

ה. האם תוכלו לחשב את סטיית התקן הנאמדת של המקדם למשתנה TFR? (רמז: היזכרו בקשר בין התפלגות T להתפלגות F).

ו. האם ניתן להשוות את מקדם ההסבר של שתי הרגרסיות? האם ניתן להשוות את מקדם ההסבר המתוקנן? אם כן, השוו ודווחו על התוצאות.

ז. ענו על השאלות התיאורטיות הבאות:

i. איזה מן הגורמים הבאים יכול לגרום לכך שאומדי OLS יהיו מוטים:
1. הטרוסקדסטיות.
2. השמטת משתנה מסביר רלוונטי.
3. מקדם מתאם גבוה מאוד בין שני משתנים מסבירים במודל.

ii. איזה מהגורמים הנ"ל יכול לגרום לכך שסטטיסטי t של OLS לא יהיה תקף?

iii. התייחסו לטענה הבאה: "אם האומדים הינם עקיבים הם יהיו בהכרח גם חסרי הטיה". נכון/לא נכון.

iv. אם נתון ש-u לא מתפלג נורמאלית אז אמידת המשוואה בשיטת OLS תניב אומדים שאינם עקיבים. נכון/לא נכון.

9) חוקרת רצתה לבדוק עונתיות במחירי הירקות. לשם כך הגדירה את משתני הדמי הבאים:

D_1 יקבל את הערך 1 אם מדובר באביב ו-0 אחרת.

D_2 יקבל את הערך 1 אם מדובר בקיץ ו-0 אחרת.

D_3 יקבל את הערך 1 אם מדובר בסתיו ו-0 אחרת.

D_4 יקבל את הערך 1 אם מדובר בחורף ו-0 אחרת.

כאשר:

V_t - מדד מחירי הירקות.

p_t - מדד המחירים לצרכן.

לשם כך אמדה את הרגרסיה הבאה על פני 30 שנה:

$$V_t = \alpha_0 + \alpha_1 D_{1t} + \alpha_2 D_{2t} + \alpha_3 D_{3t} + \alpha_4 \cdot P_t + u_t.$$

א. מדוע לא הכניסה החוקרת למשוואת הרגרסיה את משתנה D_4?

תוצאות האמידה שהתקבלו הן:

$$V_t = 1379.11 + 99.18 D_{1t} + 2209.47 D_{2t} - 476.56 D_{3t} + 489.92 \cdot P_t \ , \quad R^2 = 0.0844.$$

נאמדה בנוסף גם המשוואה הבאה: $V_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot P_t + \varepsilon_t$.

תוצאות האמידה שהתקבלו: $V_t = 11114.14 + 536.36 \cdot P_t \quad , \quad R^2 = 0.0670$.

ב. על סמך התוצאות שהתקבלו, דרגו את העונות לפי רמת המחיר הבסיסית שלהן. הציגו לכל עונה את המיקום שלה ואת רמת המחיר הבסיסית כפי שבא לידי ביטוי במודל.

ג. בדקו את ההשערה כי עונתיות לא משפיע על מחיר הירקות.

ד. כתבו את ההשערות הבאות:

i. מדד מחירי הירקות זהה בחורף ובאביב.

ii. מדד מחירי הירקות גבוה בקיץ מאשר בחורף ביותר מ-600.

ה. האם יש הבדל בין עונות השנה בתוספת למחיר הירקות בגין המחיר לצרכן (בהנחה שהמחיר ההתחלתי של הירקות זהה בין עונות השנה)?

10) חוקר רצה לבדוק את הטענה שסוג הכביש משפיע על מס' תאונות הדרכים בקטעי כביש בינעירוניים, בהינתן נפח התנועה.
החוקר בדק האם הפונקציה של מס' התאונות בהינתן נפח התנועה, שונה בין כבישים מהירים לבין כבישים שאינם מהירים. לשם כך אמד החוקר את המשוואות הבאות:

1. $NUM_t = \gamma_3 + \delta_3 \cdot AVGD_t + \varepsilon_{3t}$.

2. $NUM_t = \alpha + \beta_1 \times TYPE_t + \beta_2 \times AVGD_t + \beta_3 \times (AVGD \times TYPE)_t + U_t$.

כאשר:

NUM_t - מס' תאונות הדרכים הקטלניות בקטע כביש t בשנה.

$AVGD_t$ - נפח התנועה בקטע כביש t ליום באלפים.

$TYPE_t$ - משתנה דמי המקבל את הערך 1 כאשר הכביש מהיר, ו- 0 כאשר הכביש לא מהיר.

תוצאות אמידת המשוואות מוצגות להלן:

1. $NUM_t = 0.739 + 0.0233 \cdot AVGD_t$.

2. $NUM_t = 0.14978 + 1.40311 \cdot TYPE_t + 0.002877 \cdot AVGD_t - 0.008 \cdot (AVGD \cdot TYPE)_t$.

1. $ESS = 20963$, $Pt_{\hat{\alpha}} = 0.0019; Pt_{\hat{\beta}} = 0.0001$.

2. $ESS = 20759$, $Pt_{\hat{\alpha}} = 0.6534; Pt_{\hat{\beta}_1} = 0.0067; Pt_{\hat{\beta}_2} = 0.0001; Pt_{\hat{\beta}_3} = 0.1283$.

א. בדקו את טענת החוקר.

ב. מהו האומדן הנקודתי למס' התאונות בכביש מהיר כאשר נפח התנועה עומד על 4 אלפי מכוניות ליום בקטע הכביש האמור?

ג. מהי השערת האפס לבדיקת הטענה?

ד. הרגרסיה המוגבלת "תחת H_0" למבחן F (WALD) הינה:

$Z_0 = \gamma_0 + \gamma_1 Z_1 + \gamma_2 Z_2 + \gamma_3 Z_3 + \gamma_4 Z_4 + v$.

כאשר:

$Z_0 =$ ___________

$Z_1 =$ ___________

$Z_2 =$ ___________

$Z_4 =$ ___________

11) ברשותכם נתונים על מחירי ארוחת ביג מק במסעדות מקדונלדס ברחבי הארץ ב-1/1/2008 וב-1/1/2009. חלק מהחנויות מנוהלות ע״י הרשת והשאר מנוהלות ע״י זכיינים. אתם מעוניינים לבדוק את השפעתה של פסיקת בית משפט מ-7/2008 אשר מאפשרת לרשת לקבוע מחיר מקסימום עבור מוצרים הנמכרים בחנויות המנוהלות ע״י זכיינים.

לפניך הנתונים הבאים:

$Price$ - מחיר ארוחת ביג-מק.

$$D_{2009} = \begin{cases} 0 & year = 2008 \\ 1 & year = 2009 \end{cases}$$

$$D_{Franchise} = \begin{cases} 0 & \text{חנות רשת} \\ 1 & \text{חנות זכיין} \end{cases}$$

נתון המודל הבא המתאר את המחיר:

$$Price_i = \beta_1 + \beta_2 D_{2009} + \beta_3 D_{Franchise} + \beta_4 D_{2009} * D_{Franchise} + \varepsilon_i .$$

א. מה המקדם שמגלם את הפרש השכר הצפוי בין חנות רשת לחנות זכיין כשכל יתר המשתנים מוחזקים קבוע?

ב. נסחו את H_0 ו-H_1 לבדיקת ההשערות הבאות:

i. מחיר ארוחת ביג מק ב-2008 היה זהה בחנויות המנוהלות ע״י הרשת ובחנויות המנוהלות ע״י זכיינים.

ii. פסיקת בית המשפט שינתה את פער המחירים בין חנויות המנוהלות ע״י הרשת לבין חנויות המנוהלות ע״י זכיינים בין השנים 2008 ו-2009.

ג. הגדירו את משתנה האינטראקציה על ידי הגדרת 4 הקבוצות הבאות:

D_1 - רשת לפני 2009.

D_2 - רשת אחרי 2009.

D_3 - זכיין לפני 2009.

D_4 - זכיין אחרי 2009.

i. מהי הפקודה הרלוונטיות ב-STATA ליצירת D_1?

ii. כמה ממשתני הדמי יש להכניס לתוך הרגרסיה?

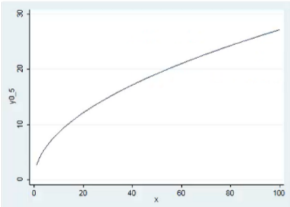
iii. כתבו את משוואת הרגרסיה.

iv. נסחו שוב את ההשערות של סעיף א׳.

v. חוקר טוען כי התוצאות שהתקבלו בבדיקת ההשערות על ידי הגדרת משתני הדמי בשני האופנים יהיו זהות. נכון/לא נכון.

תשובות סופיות:

1) א. משמעות: ראו סרטון, תוצאות: מובהקות, היגיון כלכלי: יש.
ב. $p\hat{a}y = 28,666.87$. ג. $p\hat{a}y = 24,355.9$. ד. ראו סרטון.
ה. כן. ו. 66.15. ז. כן, $pv = 0.00$.
ח.i. $\begin{array}{l} H_0 : \beta_1 = 0 \\ H_1 : \beta_1 \neq 0 \end{array}$. ii. $t = 10.13$. iii. דוחים.
ט.i. $\begin{array}{l} H_0 : \beta_2 = 3 \\ H_1 : \beta_2 > 3 \end{array}$. ii. $t = 0.98$. iii. $t_{(0.05,48)} = 2$.
iv. לא דוחים.
י. $(2.90 < \beta_2 < 3.71)$. יא.i. $\begin{array}{l} gen\ pay_1 = pay * 3.5 \\ gen\ spend_1 = spend * 3.5 \end{array}$. ii. אין שינוי.
יב. $gen\ spend_2 = spend * spend$. יג. $H_0 : \beta_2 = 0$, $t = -8.78$, דוחים.
יד. $Corr\ spend\ spend_2$. טו. טז. $X^* = 9,629.92$.



יז. אינה נכונה. יח. נכונה. יט. ii.

2) א. לא ניתן להשוות. ב. מוטה. ג. לא. ד. ראו סרטון.
ה. $V(\hat{\beta}) = \dfrac{\sigma_u^2}{\sum X_t^2}$. ו. לשנוי.

3) א. במודל השני. ב. ראו סרטון. ג. $\eta_{y,x} = 1.95$.
ד.i. $WAGE = 13.304$, $WAGE_F = 11.571$. ii. המודל הראשון.
ה. לא ניתן להשוות. ו. לא נכון. ז. ראו סרטון.
ח. לא מומלץ.

4) א. מבחן WALD: $prob(F-ST) = 0.5592 > 0.05$, לא דוחים.
ב. $\begin{array}{l} Gen\ Z_1 = \ln(AREA) + \ln(LABOR) \\ \text{Reg}\ \ln(PROD)\ Z_1\ \ln(FERT) \end{array}$.
ג. מבחן F.
השערה: $\begin{array}{l} H_0 : \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 1, \beta_2 = \beta_3 \Leftrightarrow \beta_4 = 1 - 2\beta_2, \beta_2 = \beta_3 \\ H_1 : else \end{array}$.
סטטיסטי: $F - st = 0.1825$.

5) א. המודל הראשון: $GDS87_t = \alpha_1 + \alpha_2 GDP87_t + \varepsilon_t$.
המודל השני: $GDS87_t = \beta_1 + \beta_2 GDP87_t + \beta_3 GC87_t + u_t$.
ב. המודל השני. ג. ראו סרטון. ד. מוטה כלפי מטה.

ה. לא יעיל. ו. שלילית. ז. לא מוגדרים.

ח. ii. ט. לא נכון. י. לא ניתן לדעת.

6) א.
$\ln\left(PRICE1000\right) = \beta_0 + \beta_1 sqft100 + \beta_2 age + \beta_3 beds + \beta_4 baths + \beta_5 stories + \beta_6 vacant + \varepsilon_i$.

ב. ראו סרטון. ג. $e^{-0.080309} = 0.9228$. ד. לא.

ה. $sqrft1 = \frac{sqrft}{0.093}$, t לא ישתנה. ו. 0.957. ז. 0.404.

ח. ראו סרטון. ט. ראו סרטון. י. ראו סרטון.

7) א. ראו סרטון. ב. פרופורציה. ג. $se\left(\hat{\beta}_{KL6}\right) = 5003.818$.

ד. ראו סרטון.

8) א. ראו סרטון, חיובי. ב. שונים, מולטיקולינאריות. ג. ראו סרטון.

ד. השני, מבחן F. ה. כן. ו. מקדם ההסבר : אין טעם להשוות,

מקדם ההסבר המתוקנן : כן. ז.i. 2. ii. 1 ו-2.

iii. לא נכון. iv. ראו סרטון.

9) א. הייתה נוצרת מולטיקולינאריות מלאה.

ב. סתיו (902.58), חורף (1379.11), אביב (1478.29) וקיץ (3588.58).

ג. אין עדות. ד.i. $\begin{matrix} H_0 : \alpha_1 = 0 \\ H_0 : \alpha_1 \neq 0 \end{matrix}$. ii. $\begin{matrix} H_0 : \alpha_2 = 600 \\ H_0 : \alpha_2 > 600 \end{matrix}$.

ה. לא ניתן לבדוק.

10) א. ראו סרטון. ב. $NUM_t = 1.532398$. ג. $\begin{matrix} H_0 : \beta_2 + \beta_3 = 2 \cdot \beta_2 \\ H_0 : \beta_3 = \beta_2 \end{matrix}$.

ד. $\begin{matrix} Z_0 = NUM_t \\ Z_1 = TYPE_t \\ Z_2 = \left(AVGD_t + AVGD \cdot TYPE\right)_t \\ Z_4 = 0 \end{matrix}$.

11) א. $\beta_3 : D_{franchise}$. ב.i. $\begin{matrix} H_0 : \beta_3 = 0 \\ H_1 : else \end{matrix}$. ii. $\begin{matrix} H_0 : \beta_4 = 0 \\ H_1 : \beta_4 \neq 0 \end{matrix}$.

ג.i. $\begin{matrix} genD_1 = 1\ if\ \ D_{franchise} == 0\ and\ D_{2009} == 0 \\ replace\ D_1 == 0\ if\ \ D_1 == \end{matrix}$.

ii. 3. iii. $\Pr ice = \alpha_1 + \alpha_2 D_1 + \alpha_3 D_2 + \alpha_4 D_3 + u_i$.

iv.i. $\begin{matrix} H_0 : \alpha_2 - \alpha_4 = 0 \\ H_1 : \alpha_2 - \alpha_4 \neq 0 \end{matrix}$. ii. $\begin{matrix} H_0 : \alpha_3 - \alpha_2 - \alpha_4 = 0 \\ H_1 : \alpha_3 - \alpha_2 - \alpha_4 \neq 0 \end{matrix}$. v. נכון.