

# מכניקה של חלקיקים



$$\{\sqrt{x}\}^2$$



## תוכן העניינים

1	מבוא מתמטי -	1
15	וקטורים-	15
34	קינמטיקה -	34
57	תנועה יחסית -	57
65	דינמיקה - חוקי ניוטון.	65
83	כוח גרר וכוח ציפה -	83
89	תנועה מעגלית -	89
104	קואורדינטות פולריות -	104
112	כוחות מדומים ומערכות מסתובבות -	112
122	עבודה ואנרגיה -	122
142	מתקף ותנע -	142
160	מסה משתנה -	160
168	מרכז מסה -	168
179	תנע זוויתי -	179
185	כבידה וכוח מרכזי -	185

# מכניקה של חלקיקים

פרק 1 - מבוא מתמטי -

תוכן העניינים

1. מעברי יחידות ..... 1
2. סינוס קוסינוס ומה שביניהם ..... 3
3. נגזרות ואינטגרלים בסיסיים ..... 5
4. אינטגרל כפול ומשולש ..... 9
5. קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאלים ..... 11
6. צפיפות ..... 12
7. צפיפות אינפיטיסימלית ..... 13
8. חשבון דיפרנציאלי ..... 14

## מעברי יחידות:

### שאלות:

#### (1) דוגמה 1

נתון:  $A = 2\text{km}$ ,  $B = 10\text{gr}$ .

מצא את  $C = A \cdot B$  ביחידות של m.k.s.

#### (2) דוגמה 2

נתון:  $A = 2\text{m}^2$ ,  $B = 3\text{gr}$ ,  $C = 5\text{c.m} \cdot \text{s}$ .

חשב את הגדלים הבאים ביחידות של m.k.s:

א.  $D = 2 \cdot A$

ב.  $E = \frac{5 \cdot B \cdot C}{A}$

#### (3) מעבר יחידות בחזקות

מצא את הגדלים הבאים ביחידות של ס"מ:

א.  $A = 1\text{m}^2$

ב.  $B = 1\text{m}^3$

#### (4) סנטימטר בשלישית

הבע את הערכים הנ"ל ביחידות של  $\text{c.m}^3$ :

א.  $5.2\text{m}^3$

ב.  $320\text{mm}^3$

ג.  $0.0054\text{km}^3$

#### (5) ליטר, דוגמה

הבע את הגדלים הבאים ב-Liter:

א.  $5\text{m}^3$

ב.  $5\text{mm}^3$

### תשובות סופיות:

(1)  $20\text{m} \cdot \text{kg}$

(2)  $4\text{m}^2$

(3)  $10^4\text{cm}^2$

(4)  $5.2 \cdot 10^6\text{cm}^3$

(5)  $5 \cdot 10^3\text{Liter}$

ב.  $37.5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{sec} \cdot \text{kg}}{\text{m}}$

ב.  $10^6\text{cm}^3$

ב.  $0.32\text{cm}^3$  ג.  $5.4 \cdot 10^{12}\text{cm}^3$

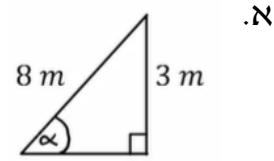
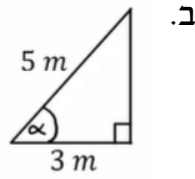
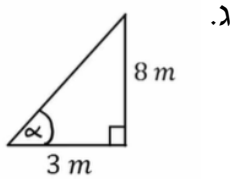
ב.  $5 \cdot 10^{-6}\text{Liter}$

## סינוס קוסינוס ומה שביניהם:

### שאלות:

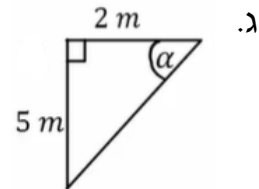
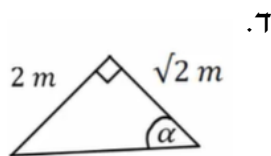
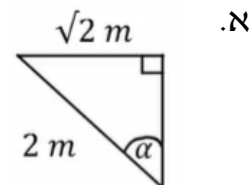
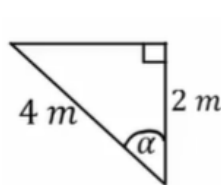
#### 1) דוגמה 1- חישוב אלפא

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:

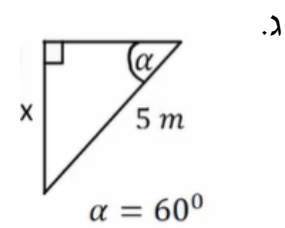
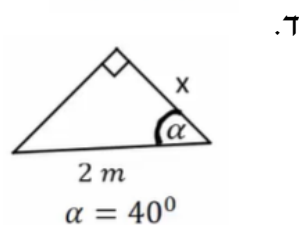
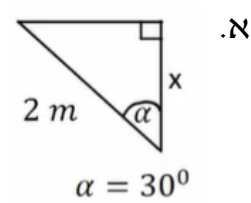
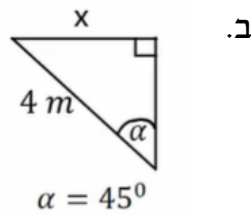


#### 2) דוגמה 2- משולשים שמסורטטים אחרת

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:



#### 3) דוגמה 2- מציאת ניצבים



**תשובות סופיות:**

	ג. $\alpha = 69^\circ$	ב. $\alpha = 53^\circ$	א. $\alpha = 22^\circ$ (1)
ד. $\alpha = 55^\circ$	ג. $\alpha = 68.2^\circ$	ב. $\alpha = 60^\circ$	א. $\alpha = 45^\circ$ (2)
ד. $1.53m$	ג. $\frac{5\sqrt{3m}}{2}$	ב. $2\sqrt{2m}$	א. $\sqrt{3m}$ (3)

## נגזרות ואינטגרלים בסיסיים:

### שאלות:

#### (1) דוגמה 1

חשב את הנגזרות הבאות:

א.  $y = 5x^4$ ,  $\frac{dy}{dx} = ?$

ב.  $y = ax^5$ ,  $\frac{dy}{dx} = ?$

ג.  $y = 5x + 2x^{18}$ ,  $\frac{dy}{dx} = ?$

ד.  $f(x) = 8x^2 + 2$ ,  $\frac{df}{dx} = ?$

ה.  $y = 6t^2$ ,  $\frac{dy}{dt} = ?$

ו.  $x = 5t^3$ ,  $\frac{dx}{dt} = ?$

ז.  $x = 5t^4 + t^3 + 4$ ,  $\frac{dx}{dt} = ?$

ח.  $f(t) = At^6 + Bt + C$ ,  $\frac{df}{dt} = ?$

#### (2) דוגמה 2

חשב את הנגזרות הבאות:

א.  $y = (5x^4 + 2)(5x + 2x^{18})$ ,  $\frac{dy}{dx} = ?$

ב.  $y = Ax^5(B + Cx^3)$ ,  $\frac{dy}{dx} = ?$

ג.  $y = 5x + 2x^2(4x + 5x^5)$ ,  $\frac{dy}{dx} = ?$

ד.  $y = (5t^2 + 1)(2t + 27 + 5t^3)$ ,  $\frac{dy}{dt} = ?$

ה.  $x = (2t^3 + 7)(4t + 3 + 6t^2)$ ,  $\frac{dx}{dt} = ?$

**3) דוגמה 3-נגזרת פנימית**

חשב את הנגזרות הבאות:

א.  $y = (x+2)^4, \frac{dy}{dx} = ?$

ב.  $y = 5(8x^2 + x)^5, \frac{dy}{dx} = ?$

ג.  $y = 5t + 2(5t^4 + 4)^{14}, \frac{dy}{dx} = ?$

ד.  $f(t) = 8(5t^4 + t^3 + 4)^2 + 2, \frac{df}{dt} = ?$

**4) דוגמה 4-כלל שרשרת**

חשב את הנגזרות הבאות:

א.  $y = (x+2)^4, x = 2t, \frac{dy}{dt} = ?$

ב.  $y = 5(8x^2 + x)^5, x = 5t^4 + 4, \frac{dy}{dt} = ?$

ג.  $y = 5x + 2(5x^4 + 4)^{14}, x = 3t^2 + t, \frac{dy}{dt} = ?$

ד.  $y = x^2, x = t^2, \frac{dy}{dt} = ?$

**5) דוגמה 1-אינטגרלים בסיסיים**

חשב את האינטגרלים הבאים:

א.  $\int x^7 dx$

ב.  $\int x dx$

ג.  $\int dx$

ד.  $\int 3 dx$

ה.  $\int 7x^4 dx$

ו.  $\int (5x^2 + 3) dx$

ז.  $\int (8x^7 + 5x) dx$

ח.  $\int Ax^7 dx$

ט.  $\int (Ax^7 + Bx) dx$

**(6) דוגמה 2-אינטגרל מסוים**  
 חשב את האינטגרלים הבאים:

א.  $\int_0^2 x^5 dx$

ב.  $\int_1^5 4 dx$

ג.  $\int_{-1}^3 7x^4 dx$

ד.  $\int_0^4 (2x^2 + 4) dx$

ה.  $\int_{-1}^2 (Ax^7 + Bx) dx$

**(7) דוגמה 3-אינטגרל של פונקציות נוספות**  
 חשב את האינטגרלים הבאים:

א.  $\int_0^\pi \sin x dx$

ב.  $\int_0^\pi \cos(2x) dx$

ג.  $\int e^{3x} dx$

ד.  $\int_0^5 2e^{-3x} dx$

ה.  $\int_3^5 \frac{1}{x} dx$

ו.  $\int \frac{1}{x^2} dx$

ז.  $\int e^{ax} dx$

## תשובות סופיות:

- (1) א.  $20x^3$     ב.  $5a \cdot x^4$     ג.  $5 + 36x^{17}$     ד.  $16x$     ה.  $12 \cdot t$
- ו.  $15t^2$     ז.  $20t^3 + 3t^2$     ח.  $6At^5 + B$     ט.  $5Ax^4(B + Cx^3) + 3ACx^7$
- (2) א.  $20x^3 \cdot (5x + 2x^{18}) + (5x^4 + 2)(5 + 36x^{17})$     ב.  $5 + 4x \cdot (4x + 5x^5) + 2x^2(4 + 25x^4)$
- ג.  $(10t)(2t + 27 + 5t^3) + (5t^2 + 1)(2 + 0 + 15t^2)$     ד.  $(6t^2 + 0)(4t + 3 + 6t^2) + (2t^3 + 7)(4 + 0 + 12t)$
- ה.  $5 + 560(5t^4 + 4)^{13}$     ג.  $25(8x^2 + x)^4(16x + 1)$     ב.  $4(x + 2)^3 \cdot 1$     א. (3)
- ד.  $16(5t^4 + t^3 + 4)(20t^3 + 3t^2)$
- א.  $8(2t + 2)^3$     ב.  $500t^3(8(5t^4 + 4)^2 + 5t^4 + 4) \cdot (16(5t^4 + 4) + 1)$     א. (4)
- ג.  $(5 + 2 \cdot 14(5x^4 + 4)^{13} \cdot (5 \cdot 4x^3 + 0)) \cdot (3 + 2t + 1)$     ד.  $4t^3$
- (5) א.  $\frac{x^8}{8} + C$     ב.  $\frac{x^2}{2} + C$     ג.  $x + C$     ד.  $3x$     ה.  $\frac{7x^5}{5} + C$
- ו.  $x^8 + \frac{5}{2}x^2 + C$     ז.  $A \cdot \frac{x^8}{8} + C$     ח.  $A \cdot \frac{x^8}{8} + B \frac{x^2}{2} + C$     ט.  $A \frac{x^8}{8} + B \frac{x^2}{2} + C$
- (6) א.  $10.67$     ב.  $16$     ג.  $341.6$     ד.  $58.67$     ה.  $31.875A + 1.5B$
- (7) א.  $2$     ב.  $0$     ג.  $\frac{e^{3x}}{3} + C$     ד.  $\frac{2}{3}$     ה.  $\ln\left(\frac{5}{3}\right)$
- ו.  $\frac{e^{ax}}{a}$     ז.  $-\frac{1}{x} + C$

## אינטגרל כפול ומשולש:

### שאלות:

פתור את האינטגרלים הבאים:

- |  |                             |
|--|-----------------------------|
| $\int_1^2 \int_0^2 \int_0^3 (zx^2 + 3y) dy dx dz$            | (1) אינטגרל משולש – דוגמה 1 |
| $\int_0^3 \int_0^2 3 \cdot x^3 y^2 dx dy$                    | (2) דוגמה 1                 |
| $\int_1^2 \int_0^3 (x^2 + 2y) dx dy$                         | (3) דוגמה 2                 |
| $\int_0^2 \int_1^3 (x^2 + y) dy dx$                          | (4) דוגמה 3                 |
| $\int_0^1 \int_0^2 x \cdot z^2 dx dz$                        | (5) דוגמה 4                 |
| $\int_1^5 \int_0^4 2 \cdot y^3 dy dz$                        | (6) דוגמה 5                 |
| $\int_0^{2\pi} \int_0^3 r^2 dr d\theta$                      | (7) דוגמה 6                 |
| $\int_a^b \int_0^c 4 \cdot x^2 y dx dy$                      | (8) דוגמה 7                 |
| $\int_a^b \int_0^c (4z + r^2) dr dz$                         | (9) דוגמה 8                 |
| $\int_0^{2\pi} \int_0^R 4a \cdot r^2 dr d\theta$             | (10) דוגמה 9                |
| $\int_0^{2\pi} \int_0^R 4yr^2 dr d\theta$                    | (11) דוגמה 10               |
| $\int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$ | (12) דוגמה 11               |

**תשובות סופיות:**

(1) 39

(2) 108

(3) 18

(4) 13.33

(5)  $\frac{2}{3}$

(6) 512

(7) 56.55

(8)  $\frac{4c^3}{3} \left( \frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2} \right)$

(9)  $2cb^2 + \frac{c^3}{3}b - 2ca^2 - \frac{a^3}{3}$

(10)  $\frac{4aR^3}{3} 2\pi$

(11)  $\frac{8\pi yR^3}{3}$

(12)  $4\pi r^2$

## קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאליים:

### שאלות:

#### (1) דוגמה-זווית בין וקטורים

נתונים שני וקטורי מיקום:

הוקטור הראשון,  $\vec{r}_1$ , נתון בקואורדינטות כדוריות כך ש:

$$r = 2m, \theta = 0^\circ, \varphi = 30^\circ$$

הוקטור השני,  $\vec{r}_2$ , נתון בקואורדינטות גליליות כך ש:

$$r = 1m, \theta = 120^\circ, z = 2m$$

א. חשב את אורכו של כל וקטור.

ב. חשב את הזווית בין הוקטורים.

#### (2) שטח מעגל

חשב שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

#### (3) חישוב נפח גליל

חשב נפח גליל באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות גליליות.

### תשובות סופיות:

$$\text{א. } |\vec{r}_1| = 2m, |\vec{r}_2| = \sqrt{5}m \quad \text{ב. } \alpha = 48.5^\circ \quad (1)$$

$$S = \pi R^2 \quad (2)$$

$$V = \pi R^2 h \quad (3)$$

## צפיפות:

### שאלות:

#### (1) דיסקה עם חור

- א. מצא את הצפיפות של דיסקה בעלת רדיוס  $R$  ומסה  $M$ ?
- ב. בדיסקה קדחו חור ברדיוס  $r$ .  
מצא את המסה שהוצאה מהדיסקה.

### תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } \frac{M}{\pi R^2} \quad \text{ב. } M \left( \frac{r}{R} \right)^2$$

## צפיפות אינפיטיסימלית:

שאלות:

(1) מוט עם צפיפות לא אחידה

חשב את המסה הכוללת של מוט בעל אורך  $L$  וצפיפות מסה  $\lambda(x) = \lambda_0 \frac{x}{L}$  כאשר  $x$  הוא המרחק מהקצה השמאלי של המוט והפרמטרים:  $L, \lambda_0$  הם קבועים.

תשובות סופיות:

$$\frac{\lambda_0 L}{2} \quad (1)$$

## חשבון דיפרנציאלי:

### שאלות:

#### (1) נגזרת סתומה\*\*

נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x, y) = y^{\sin x} + 6y + e^{x^2+y^2} = 0$

מצא את:  $\frac{dy}{dx}$ .

#### (2) אלמנט אורך בהחלפת קואורדינטות\*\*

נתונות קואורדינטות חדשות:  $r' = \frac{1}{r^2}$ ,  $\theta' = \frac{1}{2}\theta$

כאשר  $r$  ו- $\theta$  הם הקואורדינטות הפולריות.

מצא את גודלו של אלמנט אורך  $dl$  כפונקציה של הקואורדינטות החדשות.

### תשובות סופיות:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{(\ln y)(\cos x)(y^{\sin x}) + 2xe^{x^2+y^2}}{\sin x \cdot y^{(\sin x-1)} + 6 + 2ye^{(x^2+y^2)}} \quad (1)$$

$$dl^2 = \frac{1}{4}r^{-3} dr^2 + \frac{1}{r'} 4d\theta^2 \quad (2)$$

# מכניקה של חלקיקים

פרק 2 - וקטורים-

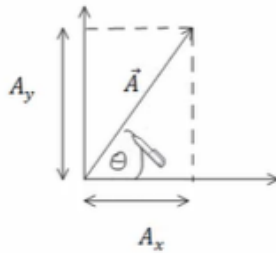
תוכן העניינים

15	1. הגדרות ופעולות בסיסיות
19	2. מכפלה סקלרית
23	3. וקטור יחידה
25	4. מכפלה וקטורית בדו מימד
27	5. וקטור בשלושה מימדים
29	6. מכפלה וקטורית בשלושה מימדים
31	7. וקטורים קולינריים
32	8. גרדיאנט ורוטור

## הגדרות ופעולות בסיסיות:

רקע:

פירוק וקטור לרכיבים:



היטל על ציר ה- $x$  או רכיב ה- $x$  של  $A$ :  $A_x = |\vec{A}| \cos \theta$ .

היטל על ציר ה- $y$  או רכיב ה- $y$  של  $A$ :  $A_y = |\vec{A}| \sin \theta$ .

המעבר ההפוך:  $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ ,  $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$ .

הצגת וקטור באמצעות גודל וכיוון נקראת **הצגה פולרית**.  
הצגת וקטור באמצעות רכיבי ה- $x$  וה- $y$  נקראת **הצגה קרטזית**.

שאלות:

(1) חיבור וחיסור בקרטזי

נתונים 3 וקטורים:  $\vec{A}(1,3)$ ,  $\vec{B}(4,2)$ ,  $\vec{C}(3,5)$ .

א. חשב מהו  $A+B+C$ ?

ב. חשב מהו  $A-B-C$ ?

ג. חשב מהו  $2A+3B-4C$ ?

(2) מקרטזי לפולרי

נתון הוקטור:  $\vec{A}(4,6)$ .

א. הצג את הוקטור בצורתו הפולרית (גודל וכיוון).

ב. מהו וקטור היחידה?

(3) מפולרי לקרטזי עם יחידה

נתון הוקטור  $\vec{A}$  בהצגה פולרית.

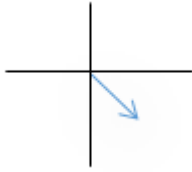
גודלו  $\sqrt{52}$  וכיוונו 56.3 מעלות.

א. הצג את הוקטור בצורת קרטזית.

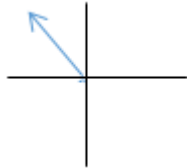
ב. מהו וקטור היחידה?

**(4) מקרטזי לפולרי ברביע שני**נתון הוקטור:  $\vec{A}(3, -4)$ .

- א. הצג את הוקטור בצורתו הפולרית (גודל וכיוון).  
 ב. מהו וקטור היחידה?

**(5) מפולרי לקרטזי**נתון הוקטור  $\vec{A}$  בצורתו הפולרית. גודלו 5 וכיוונו 120°.

- א. הצג את הוקטור בצורתו הקרטזית.  
 ב. מצא את וקטור היחידה.

**(6) מקרטזי לפולרי רביע שלישי**נתון הוקטור:  $\vec{A}(-2, -4)$ .

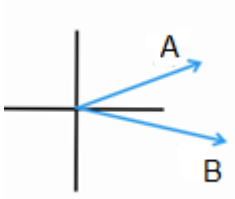
הצג את הוקטור בצורתו הפולרית.

**(7) חיבור בפולרי**

נתונים שני וקטורים:

הוקטור A שגודלו 10 וכיוונו  $30^\circ$ ,הוקטור B שגודלו לא ידוע וכיוונו  $350^\circ$ .

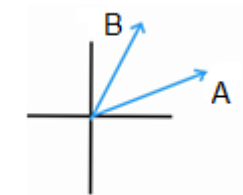
מהו גודלו של הוקטור B אם נתון שסכום הוקטורים ייתן וקטור ללא רכיב לציר ה-y?

**(8) חיבור וקטורים בפולרי**

נתונים שני וקטורים בהצגה פולרית:

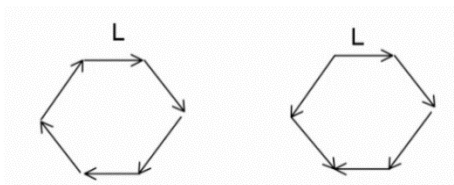
 $\vec{A}$  בגודל 10 ובכיוון  $30^\circ$ , $\vec{B}$  בגודל 8 ובכיוון  $60^\circ$ .נתון:  $A+B=C$ .

מצא את וקטור C.

**(9) משושה של וקטורים**

מצא את הוקטור השקול לשני המצבים הבאים:

הנח כי הוקטורים יוצרים משושה שווה צלעות וגודל כל צלע הוא L.



**(10) וקטור בין שתי נקודות**

הוקטור  $\vec{A}$  הוא וקטור מהנקודה  $(x_1, y_1, z_1)$  אל הנקודה  $(x_2, y_2, z_2)$ .  
 רשום ביטוי לרכיבים של הוקטור ומצא את גודלו.

**(11) חיבור באמצעות מקבילית**

נתונים הוקטורים  $\vec{A}$  ו- $\vec{B}$ .

גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה-x החיובי היא:  $\theta_A = 130^\circ$ .

גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה-x החיובי היא:  $\theta_B = 60^\circ$ .

שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את  $\vec{A} + \vec{B}$  באמצעות שיטת המקבילית.

**(12) חיסור באמצעות מקבילית**

נתונים הוקטורים  $\vec{A}$  ו- $\vec{B}$ .

גודלו של A הוא 8 והזווית שלו עם ציר ה-x החיובי היא  $\theta_A = 130^\circ$ .

גודלו של הוקטור B הוא 4 והזווית שלו עם ציר ה-x החיובי היא  $\theta_B = 60^\circ$ .

שרטט את הוקטורים על מערכת צירים ומצא את  $\vec{A} - \vec{B}$  באמצעות שיטת המקבילית.

**(13) מציאת אורך של שקול**

אורכם של שני וקטורים הוא 5 ו-10 ס"מ.

הזווית ביניהם היא 30 מעלות.

מהו אורכו של הוקטור השקול שלהם (סכום הוקטורים)?

**(14) מציאת זווית בין שני וקטורים**

נתונים שני וקטורים שאורכם 10 ו-13 מטר.

אורך השקול שלהם הוא 20 מטר.

מצא את הזווית בין הוקטורים.

## תשובות סופיות:

- א. (8,10)      ב. (-6,-4)      ג. (2,-8)      (1)  
 א.  $|A| = \sqrt{52}$ ,  $\alpha = 56.3$       ב.  $\hat{A} = \left( \frac{4}{\sqrt{52}}, \frac{6}{\sqrt{52}} \right)$       (2)  
 א.  $\vec{A}(4,6)$       ב.  $\hat{A} = 1$       (3)  
 א.  $|A| = 5$ ,  $\alpha = 306.88$       ב.  $\hat{A} = \left( \frac{3}{5}, \frac{-4}{5} \right)$       (4)  
 א.  $\vec{A}(-2.5, 4.33)$       ב.  $\hat{A} = \left( \frac{-2.5}{5}, \frac{4.33}{5} \right)$       (5)  
 א.  $|A| = \sqrt{20}$ ,  $\alpha = 243.4$       (6)  
 ב.  $B = 28.79$       (7)  
 א.  $\vec{C}(12.66, 11.92)$       (8)  
 ב.  $L \cdot 4 \cos(30)$       (9)  
 א.  $|\vec{A}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ ,  $\vec{A} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$       (10)  
 א.  $C = 10.1$ ,  $\theta_c = 108.1^\circ$       (11)  
 א.  $C = 7.62$ ,  $\theta_c = 159.5^\circ$       (12)  
 א.  $|\vec{a}| = 14.6 \text{ c.m}$       (13)  
 ב.  $\theta = 60^\circ$       (14)

## מכפלה סקלרית:

### רקע:

שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

$\alpha$  - זווית בין הוקטורים.

### הערות:

תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} : \text{נוסחה למציאת זווית בין שני וקטורים}$$

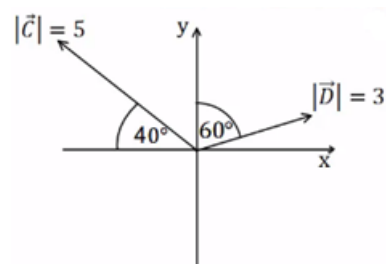
### שאלות:

#### (1) דוגמה 1

מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית בין הוקטורים הנתונים בכל המקרים הבאים:

א.  $\vec{A} = (-1, 2)$ ,  $\vec{B} = (2, 2)$

ב.



#### (2) דוגמה 2

בדוק עבור זוגות הוקטורים הבאים האם הם מאונכים:

א.  $\vec{A} = (1, 4)$ ,  $\vec{B} = (-2, 5)$

ב.  $\vec{A} = (1, 4)$ ,  $\vec{B} = (8, -2)$

ג.  $\vec{A} = (-1, -2)$ ,  $\vec{B} = (-2, 1)$

ד. שרטט כל זוג וקטורים מאונכים על מערכת צירים, חשב את זוויות הוקטורים עם הצירים והראה שהזווית בין הוקטורים היא אכן  $90^\circ$ .

**3 דוגמה 3**

נתונים הוקטורים הבאים :  $\vec{A} = (-3, 1)$  ,  $\vec{B} = (2, -4)$

- א. מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.
- ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.
- ג. מצא את המכפלה הסקלרית שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בקוסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

**4 דוגמה 4**

נתונים הוקטורים הבאים :  $\vec{A} = (-3, 1)$  ,  $\vec{B} = (2, -4)$

- א. הראה כי החישוב של  $\vec{A} \cdot \vec{B}$  זהה לחישוב  $\vec{B} \cdot \vec{A}$ .
- ב. הוכח בצורה כללית כי המכפלה הסקלרית היא פעולה קומוטטיבית. (הדרכה : רשום את הוקטורים בצורה כללית עם נעלמים).

**5 דוגמה 5**

נתונים הוקטורים הבאים :  $\vec{A} = (2, 1)$  ,  $\vec{B} = (-3, 2)$  ,  $\vec{C} = (1, -3)$

חשב את :

א.  $\vec{A} \cdot \vec{C}$

ב.  $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C}$

ג.  $\vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C}$

ד.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C}$

ה.  $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

ו.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{B}$

ז.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

**6 דוגמה 6**

נתונים הוקטורים הבאים :  $\vec{A} = (-2, 2)$  ,  $\vec{B} = (1, -3)$  ,  $\vec{C} = (1, 5)$

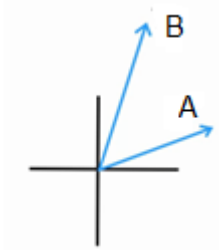
חשב את :

א.  $\frac{(\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{B}}{|\vec{B}|^2}$

ב.  $\frac{(\vec{B} \cdot \vec{C}) \vec{C}}{|\vec{C}|^2}$

**7 דוגמה 7**

נתונים הוקטורים הבאים :  $\vec{A} = (-2, 2)$  ,  $\vec{B} = (1, -3)$  ,  $\vec{C} = (1, 5)$   
 מצא את הזווית בין  $\vec{A}$  ל-  $\vec{B}$  לבין  $\vec{B}$  ל-  $\vec{C}$ .

**8 מכפלה סקלרית בשתי השיטות**

נתונים שני וקטורים :

הוקטור  $\vec{A}$  שגודלו 7 וכיוונו 30.

והוקטור  $\vec{B}$  שגודלו 10 וכיוונו 70.

מצא את תוצאת המכפלה הסקלארית שלהם בעזרת שתי שיטות שונות.

**9 הוכחת משפט פיתגורס המורחב**

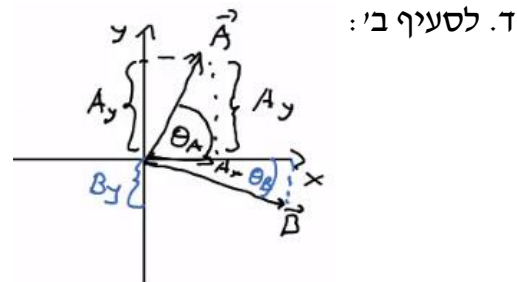
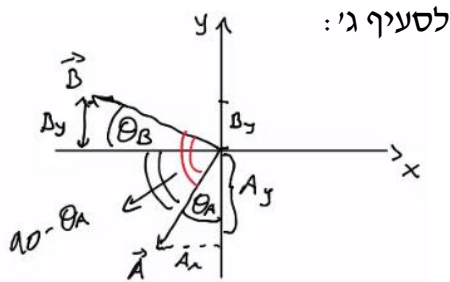
הוכח את משפט פיתגורס המורחב (במשולש שאינו ישר זווית) :

$$C^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos \alpha$$

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = 2 \quad \text{א.} \quad \vec{C} \cdot \vec{D} = -5.13 \quad \text{ב.}$$

$$(2) \quad \vec{A} \text{ לא מאונך ל-} \vec{B}. \quad \text{ב. הוקטורים מאונכים.} \quad \text{ג. הוקטורים מאונכים.}$$



הזוויות:  $\theta_A = 26.57^\circ, \theta_B = 26.57^\circ$ .

הזוויות:  $\theta_A = 75.96^\circ, \theta_B = 14.04^\circ$ .

$$(3) \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = -10 \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad |\vec{B}| = \sqrt{20}, \theta_B = -63.43^\circ, |\vec{A}| = \sqrt{10}, \theta_A = 161.57^\circ$$

ג.  $\vec{A} \cdot \vec{B} = -10$

(4) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה.

$$(5) \quad \vec{A} \cdot \vec{C} = -1 \quad \text{א.} \quad (\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C} = -10 \quad \text{ב.} \quad \vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C} = -10 \quad \text{ג.}$$

$$\text{ד.} \quad (\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C} = (-4, 12) \quad \text{ה.} \quad \vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C}) = (-18, -9) \quad \text{ו.} \quad (\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{B} = (12, -8)$$

ז.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C}) = 36$

$$(6) \quad \text{א.} \quad \frac{(\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{B}}{|\vec{B}|^2} = \left( \frac{-8}{10}, \frac{24}{10} \right) \quad \text{ב.} \quad \frac{(\vec{B} \cdot \vec{C}) \vec{C}}{|\vec{C}|^2} = (-0.54, -2.69)$$

(7)  $\alpha_{\vec{BC}} = 150.26^\circ, \alpha_{\vec{AB}} = 153.43^\circ$

(8) שיטה 1:  $\vec{A} \cdot \vec{B} = 53.62$

שיטה 2:  $A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = 53.58$

(9) שאלת הוכחה.

## וקטור יחידה:

רקע:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

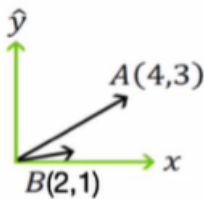
שאלות:

**(1) דוגמה וקטור יחידה**

מצא וקטורי יחידה בכיוון של הוקטורים הבאים:

א.  $\vec{A} = (-2, -3)$

ב.  $\vec{B} = (3, 4)$



**(2) הטלת וקטור יחידה על וקטור יחידה**

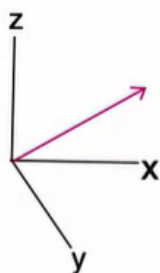
נתון הוקטור  $\vec{A}$  שבשרטוט.

א. מהו היטל הוקטור על ציר ה-x (וקטור יחידה)?

ב. מהו היטל הוקטור על ציר ה-y (וקטור יחידה)?

ג. הסבר כיצד מחשבים היטל הוקטור על הוקטור  $\vec{B}(2,1)$ .

ד. הסבר במילים את משמעות ההטלה של וקטור על וקטור.



**(3) חישוב וקטור יחידה**

נתון הוקטור:  $\vec{A}(2,3,4)$ .

א. מהו גודלו של הוקטור?

ב. מהו וקטור היחידה?

**(4) וקטור בזמן**

נתון הוקטור  $\vec{A}(t)$  במישור דו מימדי כך ש-  $|\vec{A}(t)| = A_0 \sin(t)$

ו-  $\theta(t) = t$  כאשר  $t \in [0, \pi]$  ו-  $A_0$  קבוע.

א. מצא את הרכיבים הקרטזיים של  $\vec{A}(t)$  כתלות בזמן.

ב. מצא את  $\frac{d\vec{A}}{dt}$ .

ג. מצא את  $\frac{dA}{dt}$ .

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \hat{A} = (-0.55, -0.83) \text{ א.} \quad \hat{B} = (0.6, 0.8) \text{ ב.}$$

$$(2) \quad \vec{A}_x = (4, 0) \text{ א.} \quad \vec{A}_y = (0, 3) \text{ ב.} \quad \text{ג. ראה סרטון}$$

$$(3) \quad |A| = \sqrt{29} \text{ א.} \quad \hat{A} = \left( \frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{3}{\sqrt{29}}, \frac{4}{\sqrt{29}} \right) \text{ ב.}$$

$$(4) \quad A_x(t) = \frac{1}{2} A_0 \sin 2t, \quad A_y(t) = A_0 \sin^2 t \text{ א.} \quad A_0 (\cos 2t\hat{x} + \sin 2t\hat{y}) \text{ ב.}$$

ג.  $-\sin t\hat{x} + \cos t\hat{y}$

## מכפלה וקטורית בדרך מימד:

**רקע:**

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x B_y - A_y B_x) \hat{z}$$

**הערות:**

התוצאה של המכפלה הוקטורית היא תמיד וקטור (בניגוד לסקלרית).

נוסחה נוספת לגודל של המכפלה הוקטורית:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \sin \alpha$$

$\alpha$  - זווית הקטנה בין  $\vec{A}$  ל-  $\vec{B}$ .

**שאלות:**

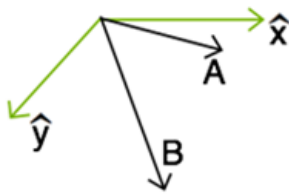
### 1) דוגמה-מכפלה וקטורית

נתונים הוקטורים הבאים:  $\vec{A} = (-4, 1)$ ,  $\vec{B} = (2, -3)$ .

א. חשב את  $\vec{A} \times \vec{B}$  באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות. מהו גודל המכפלה?

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. חשב את  $|\vec{A} \times \vec{B}|$  שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בסינוס הזווית. (בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א).



### 2) מכפלה סקלרית ווקטורית בפולרי

נתונה מערכת צירים כבשרטוט.

נתונים שני וקטורים:

גודל 10, זווית  $20^\circ$  -  $\vec{A}$ .

גודל 15, זווית  $60^\circ$  -  $\vec{B}$ .

א. חשב  $A \cdot B$  (מכפלה סקלרית).

ב. חשב  $A \times B$  (מכפלה וקטורית).

ג. הסבר מדוע המכפלה הוקטורית נותנת את שטח המקבילית שיוצרים הווקטורים.

### תשובות סופיות:

$$(1) \quad \vec{A} \times \vec{B} = 10\hat{z} \quad \text{וכן} \quad |\vec{A} \times \vec{B}| = 10$$

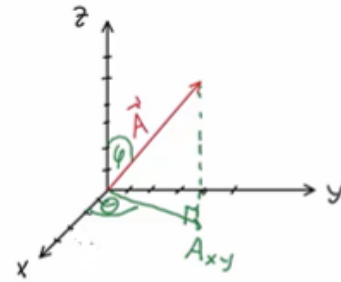
$$(2) \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = 150 \cdot \cos(40) \quad \text{א.} \quad \vec{A} \times \vec{B} = -150 \cdot \sin(40) \cdot \hat{z} \quad \text{ב.} \quad \text{ג.} \quad |\vec{A} \times \vec{B}| = 10$$

$$\text{ב.} \quad |\vec{A}| = \sqrt{17}, \theta_A = 165.96^\circ, |\vec{B}| = \sqrt{13}, \theta_B = -56.31^\circ$$

$$\text{ג.} \quad \text{ראה סרטון.}$$

## וקטור בשלושה מימדים:

רקע:



$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

מציאת גודל הוקטור:  $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

פירוק לרכיבים:

$$A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$$

$$A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$$

$$A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

## שאלות:

- (1) שהסכום מאונך להפרש הוכח- אם סכום של שני וקטורים מאונך להפרשם אזי אורכם שווה.
- (2) מציאת וקטור מאונך נתונים 2 וקטורים:  $\vec{A}(1,4,8)$ ,  $\vec{B}(B_x, B_y, 0)$ . מצא את מרכיבי וקטור B אם נתון כי הוא ניצב לוקטור A וגודלו 10.
- (3) מציאת שקול וזווית עם הצירים שני כוחות נתונים פועלים על גוף:  $\vec{A}(1,4,5)$ ,  $\vec{B}(3,6,7)$ .
- א. מהו הכוח השקול?  
 ב. מהו גודלו של הכוח השקול?  
 ג. מהי הזווית בין הכוח השקול ובין כל אחד מהצירים?
- (4) חישוב גודל זווית בקרטזי נתונים שני וקטורים:  $\vec{A}(1,5,10)$ ,  $\vec{B}(3,4,5)$ .
- א. מהו גודלו של כל וקטור?  
 ב. מהי הזווית בין שני הוקטורים?

## תשובות סופיות:

- (1) שאלת הוכחה.
- (2)  $\vec{B} = \left( -4\sqrt{\frac{100}{17}}, \sqrt{\frac{100}{17}}, 0 \right)$
- (3) א.  $\vec{C} = (4, 10, 12)$  ב.  $|C| = \sqrt{260}$  ג.  $\alpha = 75.63$ ,  $\beta = 51.67$ ,  $\gamma = 41.90$
- (4) א.  $|\vec{A}| = \sqrt{126}$ ,  $|\vec{B}| = \sqrt{50}$  ב.  $\alpha = 23^\circ$

## מכפלה וקטורית בשלושה מימדים:

רקע:

שתי דרכים לביצוע המכפלה:

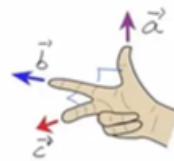
דרך 1 – דטרמיננטה:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 – לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{c}| = |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \alpha$$

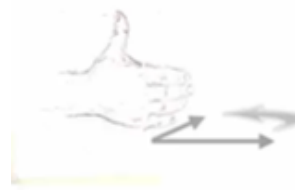
כיוון לפי כלל יד ימין -



הערה:

יש כמה דרכים לבצע את הכלל, אם מחליפים אצבעות לכל שלושת הוקטורים הכלל נשאר נכון (אם מחליפים מקום רק לשני וקטורים – טעות).

דרך נוספת לכלל יד ימין נקראת כלל הבורג



מסובבים את האצבעות מ- $a$  ל- $b$  והתוצאה בכיוון האגודל.

## שאלות:

## 1) מכפלה וקטורית

נתונים הוקטורים:  $\vec{A}(1,2)$ ,  $\vec{B}(1,-3)$ ,  $\vec{C}(-1,2,-2)$ ,  $\vec{D}(2,0,1)$

א. מצא את  $\vec{A} \cdot \vec{B}$ .

ב. מצא את  $\vec{A} \times \vec{B}$ .

ג. מצא את  $\vec{C} \times \vec{D}$ .

## 2) מקבילון

נתונים הוקטורים הבאים:  $\vec{a} = 2\hat{x} - 3\hat{y} + \hat{z}$ ,  $\vec{b} = \hat{x} + 2\hat{y} - \hat{z}$ ,  $\vec{c} = 2\hat{x} - \hat{y}$

מרכיבים מהוקטורים  $\vec{a}$  ו- $\vec{b}$  מקבילית ובוחרים את ראשית הצירים בקודקוד המקבילית (הנח כל היחידות בס"מ).

א. מצאו את מיקומו של הקודקוד שמול הקודקוד שבראשית הצירים.

ב. מצאו את אורכי האלכסונים של המקבילית.

ג. מצאו את שטח המקבילית.

ד. יוצרים מקבילון על ידי הוספת הוקטור  $\vec{c}$  למקבילית.

חשבו את גובה המקבילון המאוּנֵך למקבילית.

רמז: השתמש ב- $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ .

## תשובות סופיות:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = -5 \quad \text{א.} \quad (1) \quad \vec{A} \times \vec{B} = -5\hat{z} \quad \text{ב.} \quad \vec{C} \times \vec{D} = 2\hat{x} - 3\hat{y} - 4\hat{z} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{r}_1 = (3, -1, 0) \quad \text{א.} \quad (2) \quad |\vec{r}_1| = \sqrt{10}, \quad |\vec{r}_2| = \sqrt{30} \quad \text{ב.} \quad |\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{59}c.m^2 \quad \text{ג.}$$

$$\vec{h} = 0.13c.m \quad \text{ד.}$$

## וקטורים קולינריים:

רקע:

וקטורים מקבילים ומתקיים הקשר  $\vec{B} = \alpha \vec{A}$  כאשר  $\alpha$  סקלר כלשהו.

שאלות:

### (1) וקטורים קולינריים

עבור אילו ערכים של  $\alpha$  ו- $\beta$  הוקטורים הבאים קולינריים (מצביעים באותו כיוון)?

$$\vec{A} = 3\hat{i} + a\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\vec{B} = -2\hat{i} + a\hat{j} - 2\beta\hat{k}$$

### (2) מציאת וקטורים מאונכים

נתונים הוקטורים הבאים:  $\vec{A}(A_x, 4)$ ,  $\vec{B}(6, B_y)$ ,  $\vec{C}(5, 8)$ .

מצא את ערכי הוקטורים כך שהוקטור A והוקטור B יהיו מאונכים לוקטור C. האם שני הוקטורים שמצאת מקבילים?

תשובות סופיות:

$$\alpha = -\frac{9}{2}, \beta = \frac{5}{3} \quad (1)$$

$$\vec{A} = \left(-\frac{32}{5}, 4\right), \vec{B} = \left(6, -\frac{30}{8}\right) \quad (2)$$

## גרדיאנט ורוטור:

רקע:

גרדיאנט בקואורדינטות השונות:

$$\vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z} : \text{גרדיאנט בקואורדינטות קרטזיות}$$

$$\vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z} : \text{גרדיאנט בקואורדינטות גליליות}$$

$$\vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi} : (*) \text{ גרדיאנט בקואורדינטות כדוריות}$$

(\*) שימו לב שהזווית  $\varphi$  היא עם ציר ה- $z$  והזווית  $\theta$  עם ציר  $x$ .

רוטור (Rot/Curl) בקואורדינטות השונות:

בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left( \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left( \frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left( \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left( \frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(rF_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (rF_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

(\*) שימו לב שהזווית  $\varphi$  היא עם ציר ה- $z$  והזווית  $\theta$  עם ציר  $x$ .

## שאלות:

## (1) חישוב גרדיאנט

$$f(\vec{r}) = f(x, y, z) = \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} : f \text{ נתונה פונקציית המיקום}$$

חשב את הגרדיאנט של הפונקציה  $f$ .

## (2) חישוב השיפוע בכיוון השונה

חשב את גודל השיפוע של הפונקציה:  $f(x, y) = 2x^2y$  בנקודה (1,2)

$$\hat{n} = \left( \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right) : \text{בכיוון}$$

## תשובות סופיות:

$$\vec{D}f = \frac{-xz\hat{x} - yz\hat{y} + (x^2 + y^2)\hat{z}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla}f \cdot \hat{n} = \frac{8}{\sqrt{2}} + -\frac{2}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

# מכניקה של חלקיקים

פרק 3 - קינמטיקה -

תוכן העניינים

34	1. תנועה בקו ישר (מימד אחד)	.....
(ללא ספר)	2. -----	.....
(ללא ספר)	3. -----	.....
45	4. תנועה במישור וזריקה משופעת	.....
49	5. משוואת מסלול	.....
50	6. תאוצה נורמלית ומשיקית ורדיוס עקמומיות	.....
53	7. תרגילים נוספים	.....

## תנועה בקו ישר (מימד אחד):

רקע:

$$v_{(t)} = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \text{ - מהירות רגעית}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \text{ - מהירות ממוצעת}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \text{ - תאוצה רגעית}$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \text{ - תאוצה ממוצעת}$$

מיקום ומהירות כתלות בזמן בתאוצה קבועה -

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

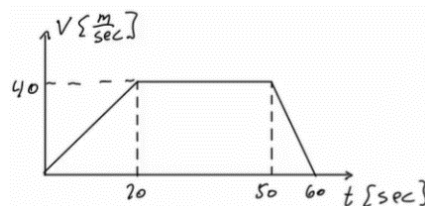
$$v(t) = v_0 + at$$

## שאלות:

- (1) **דני ודנה רצים זה לקראת זה**  
 דני ודנה רצים זה לקראת זה.  
 שניהם מתחילים לרוץ ממנוחה.  
 דני רץ בתאוצה של 0.5 מטר לשנייה בריבוע ודנה בתאוצה של 1 מטר לשנייה בריבוע.  
 המרחק ההתחלתי ביניהם הוא 50 מטר.  
 א. מתי והיכן יפגשו דני ודנה?  
 ב. מה מהירות כל אחד מהם ברגע המפגש?

- (2) **דני שכח את הפלאפון**  
 דני רץ בקו ישר במהירות קבועה שגודלה 14 מטר לשנייה.  
 ברגע מסוים מבחין יוסי כי דני שכח את הפלאפון שלו.  
 באותו הרגע נמצא דני כבר במרחק של 64 מטר מיוסי.  
 יוסי מתחיל לרוץ אחר דני ממנוחה בתאוצה קבועה של 8 מטר לשנייה בריבוע.  
 א. מצא ביטוי למהירות כתלות בזמן עבור דני ויוסי.  
 שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.  
 ב. מתי מהירותו של יוסי שווה לזו של דני? האם הוא משיג את דני ברגע זה?  
 ג. מצא ביטוי למיקום כתלות בזמן עבור דני ויוסי.  
 שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.  
 ד. מתי ישיג יוסי את דני? כמה מרחק עבר יוסי עד אז?

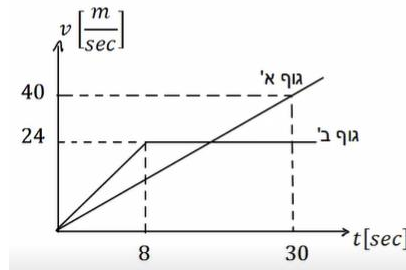
- (3) **גרף של מהירות אופנוע בזמן**  
 בגרף הבא נתונה מהירותו של אופנוע כתלות בזמן. האופנוע נע על קו ישר.  
 קבע את ראשית הצירים במיקום ההתחלתי של האופנוע.



- א. תאר את סוג התנועה של האופנוע בכל אחד מקטעי התנועה.  
 ב. מצא את תאוצת האופנוע כתלות בזמן.  
 ג. מהי מהירות האופנוע ברגעים:  $t = 15, 40, 55$ ?  
 ד. מצא את מיקום האופנוע באותם רגעים של סעיף ג'.

#### 4) גרף מהירויות של שני גופים

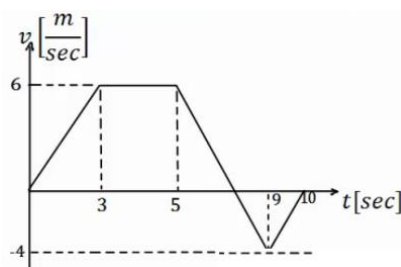
בגרף הבא מתוארות המהירויות של שני גופים כתלות בזמן. הנח ששני הגופים נעים לאורך קו ישר ויוצאים מהראשית.



- תאר את תנועתו של כל גוף.
- רשום נוסחת מקום זמן לכל גוף.
- מצא את המרחק בין הגופים ברגעים:  $t = 3s$ ,  $24s$  וציין מי מקדים את מי.
- מתי מהירויות שני הגופים שוות?
- מתי מיקום שני הגופים זהה?

#### 5) תרגיל עם הכל

- הגרף הבא מתאר את מהירותו של גוף הנע בקו ישר. הנח שהגוף מתחיל את תנועתו מהראשית. הגוף נע במשך 10 שניות ונעצר.
- תאר את התנועה של הגוף במילים.
  - שרטט גרף של התאוצה כתלות בזמן של הגוף.
  - מתי נמצא הגוף במרחק הגדול ביותר (בכיוון החיובי) מהראשית? מהו מרחק זה?
  - מהו המרחק הכולל שעבר הגוף?
  - מהו ההעתק הכולל שעשה הגוף?
  - מהי המהירות הממוצעת של הגוף בתנועה?
  - מהו מרחק הגוף מהראשית ב-  $t = 6 \text{ sec}$ ?
  - מתי נמצא הגוף במרחק 12 מטרים מהראשית?
  - שרטט גרף של מיקומו של הגוף כתלות בזמן, אין צורך לסמן ערכים בציר האנכי של הגרף.



**(6) תפוח עץ**

- תפוח נופל מעץ בגובה 15 מטרים.  
 (הנח שהתפוח נופל ממנוחה והזנח את התנגדות האוויר).  
 א. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בקרקע.  
 ב. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בראשו של ניטון היושב מתחת לעץ.  
 הנח שגובה הראש של ניטון בישיבה הוא אחד מטר.

**(7) חסידה מביאה חבילה**

- חסידה מרחפת במנוחה באוויר ומפילה חבילה מגובה של 320 מטרים.  
 א. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשנייה הרביעית של תנועתה.  
 ב. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשנייה האחרונה של תנועתה.

**(8) דני זורק כדור מחלון גבוה**

- דני זורק כדור כלפי מעלה מחלון בביתו הנמצא בגובה 105 מטרים מעל הקרקע (בניין גבוה). מהירות הכדור ישר אחרי הזריקה היא 20 מטר לשנייה.  
 סמן את כיוון הציר החיובי כלפי מעלה ואת ראשית הצירים בנקודת הזריקה.  
 א. רשום נוסחאות מקום זמן ומהירות זמן עבור הכדור.  
 ב. הכן טבלה ורשום בטבלה את הערכים של המיקום והמהירות ב-6 השניות הראשונות.  
 ג. צייר את מיקום הכדור בכל שנייה ב-6 השניות.  
 ד. מתי יפגע הכדור בקרקע?  
 ה. חזור על סעיפים א' ו-ד' במקרה שבו ראשית הצירים בקרקע.

**(9) גוף נזרק אנכית מגג בניין**

- גוף נזרק אנכית כלפי מעלה מגג בניין שגובהו 40 מטר.  
 מהירותו ההתחלתית של הגוף היא 30 מטר לשנייה.  
 בחר ציר  $y$  שראשיתו בקרקע וכיוונו החיובי כלפי מעלה.  
 א. רשום את פונקציית המקום-זמן, מהירות-זמן ותאוצה-זמן של הגוף.  
 ב. ערוך טבלה של מהירותו ומיקומו בזמנים:  $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \text{ sec}$ .  
 ג. שרטט גרפים עבור שלושת הפונקציות שחישבת בסעיף א'.

**10) כדור נזרק מלמעלה וגוף נזרק מלמטה**

- כדור נזרק כלפי מטה מראש בניין שגובהו 80 מטר.  
 מהירותו ההתחלתית של הכדור היא 15 מטר לשנייה.  
 באותו הרגע נזרק גוף שני מתחתית הבניין כלפי מעלה.  
 מהירותו ההתחלתית של הגוף השני היא 40 מטר לשנייה.
- רשום נוסחת מקום-זמן עבור כל גוף.
  - האם הגוף השני יעבור את גובה הבניין?
  - היכן ביחס לרצפת הבניין יחלפו הגופים אחד ליד השני?
  - רשום נוסחת מהירות-זמן לכל גוף.
  - מה תהיה מהירות כל גוף ברגע המפגש?
  - מהי מהירות הפגיעה בקרקע של כל גוף?
  - שרטט גרף מהירות-זמן וגרף מיקום זמן לכל גוף.

**11) מהירות כנגזרת של פולינום**

- גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי:  $x(t) = 2t^3 - 12t + 30$   
 כאשר הזמן בשניות והמיקום במטרים.
- מצאו את המהירות כתלות בזמן.
  - מתי הגוף נעצר?

**12) תנועה בקו ישר, מהירות כנגזרת**

- מיקומו של גוף הנע בקו ישר נתון לפי:  $x(t) = 32te^{-t}$ .
- מצא את הזמן בו הגוף נעצר.
  - מצא את מרחק הגוף ברגע זה מהראשית.

**13) תנועה בקו ישר, מהירות כנגזרת ותאוצה**

- גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי:  $x(t) = -2t^3 + 6t + 3$   
 כאשר הזמן בשניות והמיקום במטרים.
- מצאו את המהירות כתלות בזמן ואת הרגע בו הגוף נעצר.
  - מהו המרחק המקסימאלי אליו הגיע הגוף?
  - מהי תאוצת הגוף?

**14 תאוצה מפוצלת**

גוף נקודתי מתחיל לנוע ממנוחה ונע בקו ישר.

$$a(t) = \begin{cases} t \left[ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right], & 0 \leq t \leq 3 [\text{sec}] \\ 5 - t \left[ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right], & 3 < t [\text{sec}] \end{cases}$$

תאוצת הגוף תלויה בזמן ונתונה לפי:

תנועת הגוף נמשכת עד לרגע בו הוא עוצר.

- מהי מהירות הגוף בזמן?
- מהי המהירות המרבית של הגוף במהלך התנועה?
- מתי עוצר הגוף?
- איזה מרחק (העתק) הוא עובר עד לעצירה?

**15 מהירות מינימלית**

גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי:  $x(t) = at^3 - bt^2 + \gamma t$ .  
 כל היחידות סטנדרטיות (מיקום במטר וזמן בשניות).

- מהן היחידות של  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ?
- מהו מיקום הגוף ב- $t = 0$ ?
- מצאו את המהירות ההתחלתית של הגוף.
- מצאו מהי התאוצה ההתחלתית של הגוף.
- חשבו את המהירות המינימלית של הגוף כפונקציה של הקבועים  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  ובעיה ומצאו מה התנאי שצריכים למלא הקבועים על מנת שאכן תהיה מהירות מינימלית.

**16 ילד זורק כדור בקפיצה\***

ילד מנסה לזרוק כדור לתקרה של הכיתה אך אינו מצליח להגיע עד לתקרה. המורה לפיזיקה שהבחין בניסיונותיו של הילד הציע לו שיזרוק את הכדור תוך כדי קפיצה בכיוון מעלה.

- האם המורה צודק? לאיזה גובה יגיע הכדור אם הילד קופץ ומיד זורק את הכדור כלפי מעלה? הניחו שמהירות הקפיצה של הילד היא  $v_1$  ומהירות הזריקה של הכדור  $v_2$  ביחס לילד היא אותו הדבר. הניחו שזריקת הכדור לא משפיעה על הילד.
- בטאו את ההעתק של הילד ושל הכדור כפונקציה של הזמן בו הילד זורק את הכדור.

**17) זמן מינימלי לסיים מסלול\***

מכונית יכולה להאיץ מאפס ל-100 קמ"ש תוך 10 שניות, כאשר ניתן להניח שקצב ההאצה קבוע. אותה מכונית יכולה לבלום בקצב של 0.5g. מהו הזמן המינימלי לעבור מסלול של 3 ק"מ אם המכונית מתחילה ממנוחה ומסיימת בעצירה מוחלטת? (רמז: השתמש בגרף מהירות זמן).

**18) כמה זמן הרכבת נסעה במהירות קבועה\***

רכבת יוצאת מיישוב א' אל יישוב ב'. בשליש הראשון של הדרך הרכבת מאיצה בתאוצה קבועה. בשליש השני של הדרך הרכבת נוסעת במהירות קבועה. בשליש האחרון של הדרך הרכבת מאטה בקצב קבוע עד לעצירתה ביישוב ב'. זמן הנסיעה הכולל הוא T. כמה זמן נסעה הרכבת במהירות קבועה?

**19) אדם משחרר כדור מתוך מעלית\***

מעלית עולה מגובה הקרקע במהירות קבועה. בזמן  $T_1$ , אדם הנמצא במעלית משחרר כדור מתוך המעלית דרך חור שברצפת המעלית. הכדור מגיע לקרקע כעבור  $T_2$  שניות. מצאו את גובה המעלית h בזמן  $T_1$ . נתונים  $T_1$  ו- $T_2$ .

**20) מהירות כפונקציה של מיקום\*\***

גוף נע בכיוון חיובי של ציר ה-x כך שמהירותו נתונה לפי:  $V_x = C\sqrt{x}$ . כאשר  $C > 0$ . בזמן  $t = 0$  החלקיק נמצא ב- $x = 0$ .  
 א. מה היחידות של C?  
 ב. מצא את המהירות והתאוצה כפונקציה של הזמן.  
 ג. מצא את המהירות הממוצעת בזמן שהחלקיק עבר דרך S.

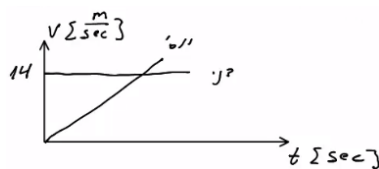
**21) טור טיילור למיקום עצם\*\***

ניתן לתאר את מיקום עצם בעזרת המשוואה:  $f(t) = 5 - 2t^2 + t$ .  
 א. מצאו טור טיילור סביב  $t = 0$  עבור מיקום העצם.  
 ב. מה המשמעות הפיזיקלית של המקדמים שהצבתם בטור?  $(f''(t)f'(t))$

## תשובות סופיות:

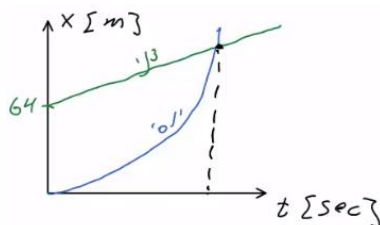
1. א. הזמן:  $t = 8.16 \text{ sec}$ , המיקום:  $16.65 \text{ m}$ .

ב.  $V_{\text{Dana}}(t = 8.16) = -8.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $V_{\text{Dani}}(t = 8.16) = 4.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ .



2. א. דני -  $V(t) = 14 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , יוסי -  $V(t) = 8t$ . גרף:

ב.  $t = 1.75 \text{ sec}$ , לא.



ג. דני -  $x(t) = 64 + 14t$ , יוסי -  $x(t) = 4t^2$ . גרף:

ד. ב-  $t = 6.12$ , המרחק:  $149.82 \text{ m}$ .

3. א. כאשר  $0 \leq t \leq 20$  (חלק I), התאוצה חיובית וקבועה, והמיקום הולך וגדל.  
כאשר  $20 \leq t \leq 50$  (חלק II), המהירות קבועה (אין תאוצה) והמיקום גדל.  
כאשר  $50 \leq t \leq 60$  (חלק III), התאוצה קבועה ושלילית והמיקום הולך וגדל.

$$a = \begin{cases} 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0 < t < 20 \\ 0 & 20 < t < 50 \\ -4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 50 < t < 60 \end{cases} \text{ ב.}$$

ג.  $V(t = 15) = 30 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $V(t = 40) = 40 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $V(t = 55) = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ .

ד.  $x(t = 15) = 225 \text{ m}$ ,  $x(t = 40) = 1,200 \text{ m}$ ,  $x(t = 55) = 1,750 \text{ m}$ .

4. א. גוף א': תנועה בתאוצה קבועה, האצה. ההתקדמות בכיוון חיובי.

גוף ב': כאשר  $0 < t < 8$ , כמו גוף א'. כאשר  $8 \leq t$ ,

תנועה במהירות קבועה בכיוון חיובי.

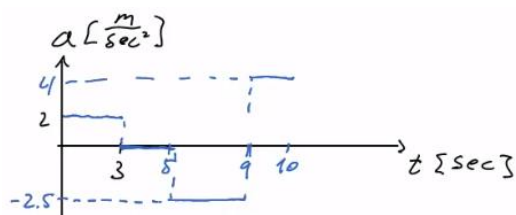
ב. גוף א':  $\frac{2}{3}t^2$ , גוף ב': כאשר  $0 \leq t \leq 8$ , כמו גוף א'.

כאשר  $8 \leq t \leq \infty$ ,  $x(t) = 96 + 24(t - 8)$ .

ג. כש-  $\Delta x(t = 3) = 7.5 \text{ m}$ , וכש-  $\Delta x(t = 24) = 96 \text{ m}$ . גוף ב' מקדים את א'.

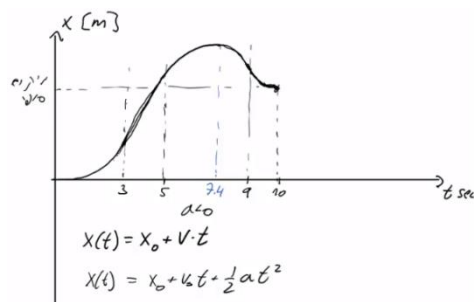
ד.  $t = 18 \text{ sec}$  ה. כש-  $t = 31.42 \text{ sec}$ .

- 5) א. כאשר  $0 \leq t \leq 3$  (חלק I), תאוצה קבועה, האצה והתקדמות בכיוון החיובי.  
 כאשר  $3 \leq t \leq 5$  (חלק II), תנועה במהירות קבועה, התקדמות בכיוון החיובי.  
 כאשר  $5 \leq t \leq 9$  (חלק III), תאוצה קבועה שלילית.  
 תאוצה עד אשר המהירות מתאפסת, ואז מתחילה האצה בכיוון הנגדי.  
 התקדמות בכיוון החיובי עד שהמהירות מתאפסת ואז מתחילים לחזור בכיוון הנגדי.  
 כאשר  $9 \leq t \leq 10$ , תאוצה קבועה חיובית, תאוטה. התקדמות בכיוון הנגדי.



גרף: 
$$a = \begin{cases} 2 \frac{m}{sec^2} & 0 < t < 3 \\ 0 & 3 < t < 5 \\ -2.5 \frac{m}{sec^2} & 5 < t < 9 \\ 4 \frac{m}{sec^2} & 9 < t < 10 \end{cases}$$
 ב.

- ג. בזמן: 7.4 sec, המרחק: 28.2m. ד.  $S = 33.4m$ . ה.  $\Delta x = 23m$ . ו.  $\bar{v} = 2.3 \frac{m}{sec}$ . ז.  $\Delta x = x(t=6) = 25.75m$ . ח.  $t = 3.5 sec$ .

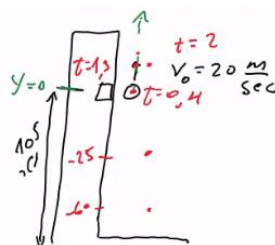


6) א.  $17.32 \frac{m}{sec}$  ב.  $v_F \approx 16.73$

7) א. 80m ב.  $40 \frac{m}{sec}$

8) א. מקום-זמן:  $y(t) = 20t - 5t^2$ ,  $v(t) = 20 - 10t$

- ב. ג. ד. 7 sec



זמן (שניות)	מיקום (מטר)	מהירות (מטר לשנייה)
1	15	10
2	20	0
3	15	-10
4	0	-20
5	-25	-30
6	-60	-40

ה. (א) מקום-זמן:  $y(t) = 105 + 20t - 5t^2$ . מהירות-זמן:  $v(t) = 20 - 10t$ .

(ד) 7 sec

9 א. מקום-זמן:  $y(t) = 40 + 30t - 5t^2$ , מהירות-זמן:  $v(t) = 30 - 10t$ ,  
תאוצה-זמן:  $a = -10$

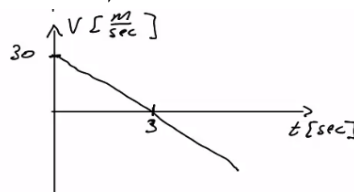
ב.

זמן (שניות)	מקום (מטר)	מהירות (מטר לשנייה)
0	40	30
1	65	20
2	80	10
3	85	0
4	80	-10
5	65	-20

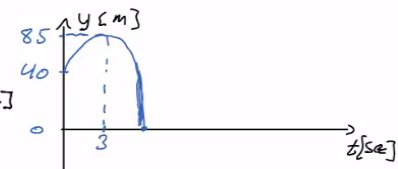
תאוצה-זמן:



מהירות-זמן:



ג. מקום-זמן:



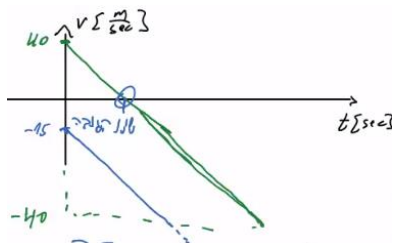
10 א. גוף 1 - כדור:  $y_1(t) = 80 + (-15)t - 5t^2$ , גוף 2 - ריבוע:  $y_2(t) = 40t - 5t^2$

ב. יגיע בדיוק לגובהו. ג. 47.74m. ד. גוף 1:  $v_1(t) = 15 - 10t$

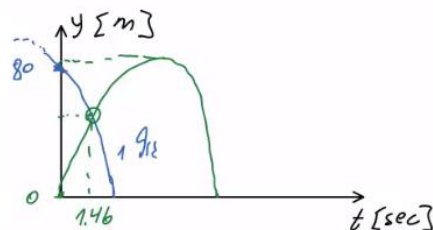
גוף 2:  $v_2(t) = 40 - 10t$  ה. גוף 1:  $-29.6 \frac{m}{sec}$ , גוף 2:  $25.4 \frac{m}{sec}$

ו. גוף 1:  $-42.72 \frac{m}{sec}$ , גוף 2:  $-40 \frac{m}{sec}$

מהירות-זמן:



ז. מיקום-זמן: (גוף 1 בכחול, גוף 2 בירוק)



11 א.  $v = 6t^2 - 12$  ב.  $t = \sqrt{2} \text{ sec}$

12 א.  $t = 1 \text{ sec}$  ב.  $x(t=1) = \frac{32}{e}$

13 א.  $t = 1 \text{ sec}$ ,  $v(t) = -6t^2 + 6$  ב.  $X_{\max} = 7m$  ג.  $a = -12t$

$$V_{\max} = 6.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.} \quad V(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{2} \left( \frac{\text{m}}{\text{sec}} \right) & 0 \leq t \leq 3 \\ \left( 5t - \frac{t^2}{2} - 6 \right) \left( \frac{\text{m}}{\text{sec}} \right) & 3 \leq t \end{cases} \quad \text{א. (14)}$$

$$\Delta x \approx 31.79\text{m} \quad \text{ד.} \quad t_2 \approx 8.61 \quad \text{ג.}$$

$$\gamma \quad \text{ג.} \quad 0 \quad \text{ב.} \quad [\alpha] = \frac{\text{m}}{\text{sec}^3}, [\beta] = \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, [\gamma] = \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א. (15)}$$

$$-\frac{\beta^2}{3\alpha} + \gamma, \quad \alpha > 0 \quad \text{ה.} \quad -2\beta \quad \text{ד.}$$

$$\frac{(v_1 + v_2)^2}{2g} - v_2 t_0 \quad \text{כדור:} \quad \frac{v_1^2}{2g} \quad \text{ב. ילד:} \quad \text{א. (16)} \quad \frac{(v_1 + v_2)^2}{2g} \quad \text{המורה צודק}$$

$$T \approx 58\text{sec} \quad \text{(17)}$$

$$t_2 = \frac{T}{5} \quad \text{(18)}$$

$$h = \frac{gT_2^2}{2 \left( 1 + \frac{T_2}{T_1} \right)} \quad \text{(19)}$$

$$\bar{V} = \frac{C}{2} (\text{S})^{\frac{1}{2}} \quad \text{ג.} \quad V_x = \frac{C^2}{2} t, \quad a_x = \frac{C^2}{2} \quad \text{ב.} \quad C = \text{m}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{sec}^{-1} \quad \text{א. (20)}$$

$$f''(t=0) = a, \quad f'(0) = V_0 \quad \text{ב.} \quad f(t) = 5 + 1 \cdot t + \frac{(-4)}{2} t^2 \quad \text{א. (21)}$$

## תנועה במישור וזריקה משופעת:

רקע:

וקטור המיקום -  $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$ .

וקטור ההעתק -  $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ .

וקטור המהירות הממוצעת (velocity) -  $\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ .

וקטור המהירות הרגעית (velocity) -  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ .

וקטור התאוצה הממוצעת -  $\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ .

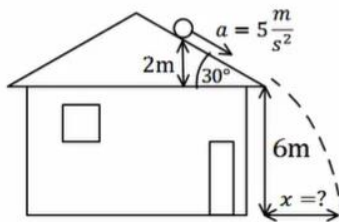
וקטור התאוצה הרגעית -  $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$ .

גודל המהירות (Speed) -  $|\vec{v}| = \frac{dS}{dt}$ , כאשר S זה הדרך.

## שאלות:

## 1) דוגמה - דן יורה חץ על עץ

דן יורה חץ מגובה של 2 מטרים לעבר עץ הנמצא במרחק של 8 מטרים. מהירות היציאה של החץ מהקשת היא 30 מטר לשנייה. מצא באיזה גובה יפגע החץ בעץ אם הזווית שבה יורה דן את החץ היא 15 מעלות?



## 2) כדור מתגלגל מגג משופע

כדור מתגלגל מגג בניין משופע. הכדור מתחיל תנועתו ממנוחה מגובה של 2 מטרים מקצה הגג. שיפוע הגג הוא 30 מעלות מתחת לאופק. נתון כי תאוצת הכדור בכיוון תנועתו על הגג היא 5 מטרים לשנייה בריבוע. גובה קצה הגג מעל הקרקע הוא 6 מטרים. מצא את המרחק האופקי מקצה הגג בו יפגע הכדור בקרקע.

## 3) תנועת כדור עם רוח נגדית

כדור נבעט מהקרקע במהירות של 20 מטרים לשנייה ובזווית של 45 מעלות מהקרקע. רוח נגדית גורמת לכדור תאוצה בכיוון האופקי של 2 מטרים לשנייה בריבוע (בנוסף לתאוצת הכובד).

- מצא את מיקום הכדור ומהירותו ב-  $t = 2 \text{ sec}$ .
- מהו המרחק בו פוגע הכדור בקרקע?
- מהו הגובה המקסימאלי אליו הגיע הכדור?
- מהו המרחק האופקי המקסימאלי אליו הגיע הכדור?

## 4) מסירה בפוטבול

במשחק הפוטבול הרכז האחורי זורק כדור בזווית של 45 מעלות ביחס לקרקע ובמהירות של 30 מטרים לשנייה. שחקן הקבוצה הנמצא 15 מטרים קדימה מהרכז האחורי רץ במהירות של 5 מטרים לשנייה. השחקן רואה את הכדור ומתחיל להאיץ בתאוצה קבועה. מהי התאוצה הדרושה לשחקן כך שיוכל לתפוס את הכדור בדיוק בגובה בו הוא נזרק? האם סימן התאוצה יכול להיות שלילי? מה המשמעות של תאוצה זו?

**(5) דוגמה מהירות ממוצעת**

מיקומו של גוף כתלות בזמן הוא:  $\vec{r}(t) = 3t^2x + (2t+1)y$ . מצא את המהירות הממוצעת ב-5 השניות הראשונות של התנועה.

**(6) דוגמה - מהירות רגעית**

מיקומו של גוף כתלות בזמן הוא:  $\vec{r}(t) = 3t^3x + (4t-5)y$ .  
 א. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן.  
 ב. מהי מהירות הגוף ב- $t = 2$ ?

**(7) דוגמה - תאוצה**

מהירותו של גוף כתלות בזמן היא:  $\vec{v}(t) = 2t^3x + (6t-5)y$ .  
 א. מצא את תאוצת הגוף כתלות בזמן.  
 ב. מהי התאוצה הממוצעת בחמש השניות הראשונות של התנועה?

**(8) דרך והעתק**

מיקומו של גוף לפי הזמן נתון לפי:  $\vec{r}(t) = 2t^3x + (t^3 - 2)y$ .  
 א. מצא את המהירות הרגעית (velocity) והתאוצה הרגעית כפונקציה של הזמן.  
 ב. מצא את גודל המהירות (speed) כתלות בזמן.  
 ג. מצא את הדרך שעשה הגוף בחמש השניות הראשונות.  
 ד. מצא את המהירות הממוצעת (average velocity) ב-5 השניות הראשונות של התנועה.  
 ה. מצא את ה-speed הממוצע של הגוף בחמש השניות הראשונות.

## תשובות סופיות:

(1) 3.78m

(2) 4.49m

(3) א.  $V_y = -5.86 \frac{m}{sec}$ ,  $V_x = 10.14 \frac{m}{sec}$ ,  $y = 8.28m$ ,  $x = 24.28m$  ב. 32.01m

ג. 10m ד.  $x_{max} = 32.01$

(4)  $a = 5.99 \frac{m}{sec^2}$ , יכול לצאת שלילי, המשמעות שהשחקן צריך להאט בשביל להגיע

לנקודה הזאת בדיוק יחד עם הכדור.

(5)  $\vec{V} = (15, 2)$

(6) א.  $\vec{V} = 9t^2 \hat{x} + 4 \hat{y}$  ב.  $\vec{V}(t=2) = (36, 4)$

(7) א.  $\vec{a}(t) = 6t^2 \hat{x} + 6 \hat{y}$  ב.  $\vec{a} = 50 \hat{x} + 6 \hat{y}$

(8) א.  $\vec{V}_{(t)} = 6t^2 \hat{x} + 3t^2 \hat{y}$  ב.  $|\vec{V}| = \sqrt{45}t^2$  ג.  $S \approx 279.5m$

ד.  $\vec{V} = 50 \hat{x} + 25 \hat{y}$  ה.  $|\vec{V}| \approx 55.9 \frac{m}{sec}$

## משוואת מסלול:

רקע:

משוואה המתארת את  $y(x)$ .

שאלות:

(1) דוגמה-משוואת מסלול

מצא את משוואת המסלול ושרטט את המסלול על מערכת צירים עבור

$$x(t) = \sqrt{3+t^2}, \quad y(t) = \sqrt{7-t^2}$$

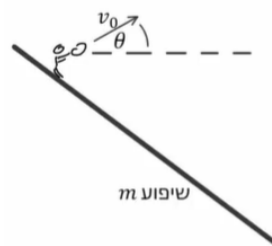
הנח ש- $x$  ו- $y$  תמיד חיוביים.

(2) זריקה משופעת על מישור משופע

איתי עומד על מישור משופע בעל שיפוע  $m$ , איתי זורק כדור לכיוון מורד המישור במהירות התחלתית  $v_0$  ובזווית  $\theta$  ביחס לאופק.

א. מצא מה המרחק מאיתי שבו יפגע הכדור? (התעלם מהגובה של איתי).

ב. מהי הזווית  $\theta$  עבורה מרחק זה יהיה מקסימאלי?



תשובות סופיות:

$$y(x) = \sqrt{10-x^2} \quad (1)$$



$$\tan 2\theta = \frac{1}{m} \quad \text{ב.} \quad x = \frac{2v_0^2 \cos^2 \theta (\tan \theta + m)}{g} \quad \text{א.} \quad (2)$$

## תאוצה נורמלית ומשיקית ורדיוס עקמומיות:

רקע:

$$\vec{a}_t = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{v})}{|\vec{v}|^2} \vec{v}$$

$$|a_t| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}$$

$$|a_n| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}, \quad \vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$$

תאוצה נורמלית:

$$R = \frac{v^2}{a_n}$$

רדיוס עקמומיות:

שאלות:

### 1) תאוצה משיקית ונורמלית

מיקומו של גוף כתלות בזמן נתון לפי:  $x(t) = 2t^2$ ,  $y(t) = (1-t)^2$

כאשר הצבה של הזמן בשניות תיתן מיקום במטרים.

א. מצא מתי מהירות הגוף מינימלית?

ב. מצא את מיקום הגוף כאשר מהירותו היא:  $6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ג. חשב את התאוצה המשיקית והנורמלית ב-  $t = 2 \text{ sec}$ .

### 2) חישוב תאוצה משיקית ונורמלית גודל וכיוון

וקטור המיקום של גוף מסוים נתון ע"י המשוואה:  $\vec{r}(t) = t^2 \hat{x} + 4t \hat{y} - 5t^2 \hat{z}$

א. חשב את וקטור המהירות של הגוף כתלות בזמן.

ב. חשב את וקטור התאוצה של הגוף כתלות בזמן.

ג. חשב את גודל התאוצה המשיקית כתלות בזמן.

ד. חשב את גודל התאוצה הנורמלית כתלות בזמן.

ה. חשב את וקטור התאוצה המשיקית כתלות בזמן.

ו. חשב את וקטור התאוצה הנורמלית כתלות בזמן.

**(3) תאוצה משיקית ונורמאלית בציקלואידה**

המסלול שמשרטטת נקודה על ההיקף של גלגל בעת שזה מתגלגל (ללא החלקה) על משטח אופקי נקרא ציקלואידה. מיקום הנקודה בכל רגע נתון על ידי הביטוי:

$$\vec{r}(t) = (R \sin \omega t + R \omega t) \hat{x} + (R \cos \omega t + R) \hat{y}$$

הם קבועים נתונים.

- א. חשב את וקטור המהירות של הנקודה בכל רגע.
- ב. מצא את הרגע בו הנקודה נמצאת בשיא הגובה (בציר ה- $y$ ) ואת הרגע בו הגובה מינימלי (קיימים אינסוף רגעים כי התנועה מחזורית, רשום בצורה כללית).
- ג. מצא את תאוצת החלקיק בכל רגע.
- ד. חשב את התאוצה המשיקית והנורמאלית כאשר הנקודה מגיעה לגובה מקסימלי ומינימלי.
- ה. חשב את התאוצה המשיקית והנורמאלית ברגע שבו רכיב ה- $x$  של המהירות מתאפס.

**(4) חרוז נע על טבעת אליפטית**

חרוז נע על פני טבעת אליפטית, כך שמיקומו בכל רגע כתלות בזמן הוא:

$$\vec{r}(t) = a \cos(\omega t) \hat{x} + b \sin(\omega t) \hat{y}$$

קבועים נתונים.

- א. מצא את התאוצה המשיקית כתלות בזמן.
  - ב. מצא את התאוצה הנורמלית כתלות בזמן.
  - ג. כאשר  $|a| = |b|$  האליפסה הופכת למעגל.
- במקרה זה, האם גודל המהירות במשך התנועה גדל, קטן, לפעמים גדל ולפעמים קטן או נשאר קבוע?

## תשובות סופיות:

$$\vec{r} = (4.38, 0.23) \quad \text{ב.} \quad t = 0.2 \text{ sec} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\vec{a}_b = (4.24, 1.06) \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \quad \vec{a}_n = (-0.24, 0.94) \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = 2\hat{x} - 10\hat{z} \quad \text{ב.} \quad \vec{V}_{(t)} = \dot{\vec{r}} = 2t\hat{x} + 4\hat{y} - 10t\hat{z} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$|a_n| = \sqrt{\frac{208}{13t^2 + 2}} \quad \text{ד.} \quad |a_t| = \frac{52t}{\sqrt{26t^2 + 4}} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{a} = \frac{4}{13t^2 + 2} (1, -13t, -5) \quad \text{ו.} \quad \vec{a}_t = \frac{52t}{26t^2 + 4} (t, 2, -5t) \quad \text{ה.}$$

$$\vec{V} = \dot{\vec{r}} = (R\omega \cdot \cos(\omega t) + R\omega)\hat{x} + (-R\omega \sin(\omega t))\hat{y} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = -\omega^2 R \sin(\omega t)\hat{x} - \omega^2 R \cos(\omega t)\hat{y} \quad \text{ג.} \quad t_{\max} = \frac{2\pi}{\omega} k, \quad t_{\min} = \frac{\pi}{\omega} + \frac{2\pi}{\omega} k \quad \text{ב.}$$

$$\vec{a}_t = 0, \quad \vec{a}_n = \vec{a} = -\omega^2 R \hat{y} \quad \text{ד.} \quad \text{ה. אי אפשר להגדיר.}$$

$$a_t = \frac{\omega^2 \sin(2\omega t)(a^2 - b^2)}{2\sqrt{a^2 \sin^2(\omega t) + b^2 \cos^2(\omega t)}} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$a_n = \sqrt{\omega^4 a^2 \cos^2(\omega t) + \omega^4 b^2 \sin^2(\omega t) + \left( -\frac{\omega^4 \sin^2(2\omega t)(a^2 - b^2)}{4(a^2 \sin^2(\omega t) + b^2 \cos^2(\omega t))} \right)} \quad \text{ב.}$$

$$\text{ג.} \quad |\vec{V}| = \text{const} \quad \text{הגודל נשאר קבוע.}$$

## תרגילים נוספים:

### שאלות:

#### (1) גודל מהירות מינימלי

וקטור המיקום של גוף מסוים כתלות בזמן נתון על ידי:  $\vec{r}(t) = 2t^2\hat{i} - 6j + (t-5)^2 k$ .

א. מהו וקטור המהירות של הגוף כתלות בזמן?

ב. מהו וקטור התאוצה של הגוף כתלות בזמן?

ג. מתי גודל מהירות הגוף מינימלי?

ד. מהו וקטור המיקום כאשר גודל מהירותו הוא:  $\sqrt{160} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ?

#### (2) וקטורים בזריקה משופעת

גוף נזרק מראשית הצירים במהירות התחלתית  $v_0$  ובזווית  $\theta$  ביחס לציר ה- $x$ .

א. מצאו את וקטור המיקום של הגוף כתלות בזמן.

ב. מצאו את וקטור המהירות והתאוצה של הגוף כתלות בזמן.

ג. חשבו את הזווית בין וקטור המהירות לוקטור התאוצה כתלות בזמן.

#### (3) וקטור מיקום ומסלול

וקטור המיקום של גוף הנע במישור  $xy$  נתון לפי:  $\hat{r}(t) = A \sin(\omega t)\hat{x} + B \cos(\omega t)\hat{y}$ .

א. מצאו את וקטור המהירות והתאוצה של הגוף.

ב. חשבו את הזווית בין וקטור המהירות לוקטור התאוצה ב- $t=0$ .

ג. הראו שוקטור התאוצה ווקטור המיקום הפוכים בכיוון.

ד. מצאו את מסלול התנועה של הגוף, כלומר את  $y(x)$ .

#### (4) וקטור מיקום ומסלול עם זמן בריבוע

וקטור המיקום של גוף הנע במישור  $x-y$  נתון לפי:  $\vec{r}(t) = A \sin(\alpha t^2)\hat{x} + B \cos(\alpha t^2)\hat{y}$ .

א. מצאו את וקטור המהירות והתאוצה של הגוף.

ב. מצאו את מסלול התנועה של הגוף, כלומר את  $y(x)$ .

ג. מה ההבדל בין המסלול בתרגיל זה לבין המסלול בתרגיל הקודם?

**(5) רובין הוד יורה ותופס חץ**

רובין הוד יורה חץ במהירות  $v_0$  וזווית  $\theta$  ביחס לקרקע. ברגע שחרור החץ מתחיל רובין הוד לרוץ בקו ישר ובתאוצה  $a(t) = Ae^{-kt}$ . רובין הוד רוצה לתפוס את החץ ברגע פגיעתו בקרקע. מצאו משוואה עם הפרמטרים  $A$ ,  $\theta$ ,  $v_0$  והמשתנה  $k$  ממנה ניתן לחלץ את  $k$  כך שרובין יצליח לתפוס את החץ. אין צורך לפתור את המשוואה.

**(6) תנועה במעגל\***

גוף נקודתי נע במישור אופקי  $xy$ .

בזמן  $t=0$  מהירות הגוף הייתה:  $\vec{v}(0) = 15\pi \hat{i} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  יחד עם וקטור המצב:  $\vec{r}(0) = 5\hat{j}\text{m}$ .

תאוצת הגוף כפונקציית זמן החל מרגע זה היא:

$$\vec{a}(t) = -45\pi^2 \sin(3\pi t) \hat{i} - 45\pi^2 \cos(3\pi t) \hat{j} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

- מצא את וקטור המהירות של הגוף בזמן.
- מצא את וקטור המצב של הגוף בזמן.
- מצא את הזווית בין וקטור המצב לוקטור התאוצה בזמן.
- מצא את משוואת המסלול של הגוף.

**(7) תנועה על אליפסה\***

מיקום של גוף נקודתי נתון במשוואה:  $\vec{r} = 4 \sin(\pi t) \hat{i} + 3 \cos(\pi t) \hat{j}$  (המיקום במטרים, הזמן בשניות).

- מצא את משוואת המסלול של הגוף.
- מצא את רגעי הזמן שבהם המהירות ורדיוס הוקטור מאונכים.
- מצא את תאוצת התנועה והראה שהיא מכוונת כלי ראשית הצירים.

- מצא באיזה רגעי זמן גודל התאוצה הוא:  $\frac{v^2}{r}$ .

ה. חשבו את המרחק המינימלי של הגוף מראשית הצירים. כמה פעמים, במשך מחזור תנועה אחד, מגיע הגוף למרחק מינימלי מהראשית?

**(8) מהירות לפי גזירה תרגיל פשוט**

נתון וקטור  $r$  של חלקיק מסוים:  $\vec{r} = (8t, -5t^2)$ .

- א. מהו רכיב ה- $x$  של הווקטור בזמן?
- ב. מהו רכיב ה- $y$  של הווקטור בזמן?
- ג. מהי מהירותו בציר  $x$ ?
- ד. מהי מהירותו בציר  $y$ ?
- ה. האם מהירויות אלו קבועות בזמן?
- ו. מהו מרחק החלקיק מהראשית לאחר שעברו 3 שניות?

**(9) גזירת מיקום למציאת מהירות**

מיקומו של חלקיק נתון ע"י הווקטור  $r$ :  $\vec{r} = 5\sin(\pi t), 4t^3 + t^2, 8e^t$ .

- א. מצאו את ווקטור המהירות כפונקציה של הזמן.
- ב. מהי מהירות החלקיק ב- $t = 2$ ?

**(10) העתק לפי גזירה**

וקטור  $r$  מתאר מיקומו של חלקיק בזמן:  $\vec{r} = (5t, 10 + t^2)$ .

- א. מהו מיקום החלקיק בזמן  $t = 0$ ?
- ב. מהו מיקום החלקיק בזמן  $t = 5$ ?
- ג. מהו ההעתק בחמש השניות הראשונות?
- ד. מהי מהירות החלקיק בזמן  $t = 5$  (בהצגת גודל וכיוון)?

## תשובות סופיות:

$$t_{\min} = 1 \text{ sec} \quad \text{ג.} \quad \vec{a} = \dot{\vec{v}} = 4\hat{i} + 2\hat{k} \quad \text{ב.} \quad \vec{v} = \dot{\vec{r}} = 4t\hat{i} + 2(t-5)\hat{k} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\vec{r}(t_1) = 18\hat{i} - 6\hat{j} + 4\hat{k} \quad \text{ד.}$$

$$\vec{v} = v_0 \cos \theta \hat{x} + (v_0 \sin \theta - 10t) \hat{y} \quad \text{ב.} \quad \vec{r}(t) = v_0 \cos \theta \cdot t \hat{x} + (v_0 \sin \theta \cdot t - 5t^2) \hat{y} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\cos \alpha = \frac{10t - v_0 \sin \theta}{\sqrt{(v_0 \cos \theta)^2 + (v_0 \sin \theta - 10t)^2}} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{v} = \omega A \cos(\omega t) \hat{x} - \omega B \sin(\omega t) \hat{y}, \quad \vec{a} = -\omega^2 A \sin(\omega t) \hat{x} - \omega^2 B \cos(\omega t) \hat{y} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 = 1 \quad \text{ד.} \quad \text{ג. הוכחה.} \quad 90^\circ \quad \text{ב.}$$

$$\vec{v} = A \cos(\alpha t^2) 2\alpha t \cdot \hat{x} - B \sin(\alpha t^2) (2\alpha t) \hat{y} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$\vec{a} = \left[ -A \sin(\alpha t^2) (2\alpha t)^2 + 2\alpha A \cos(\alpha t^2) \right] \hat{x} - \left[ B \cos(\alpha t^2) (2\alpha t)^2 + 2\alpha B \sin(\alpha t^2) \right] \hat{y}$$

$$\left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 = 1 \quad \text{ב.} \quad \text{ג. אין הבדל}$$

$$\frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{A}{k} \frac{2v_0 \sin \theta}{g} + \frac{A}{k^2} \left( e^{-k \frac{2v_0 \sin \theta}{g}} - 1 \right) \quad (5)$$

$$\vec{r}(t) = 5 \sin(3\pi t) \hat{i} + 5 \cos(3\pi t) \hat{j} \quad \text{ב.} \quad \vec{v}(t=0) = 15\pi \cos(3\pi t) \hat{i} - 15\pi \sin(3\pi t) \hat{j} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$x^2 + y^2 = 25 \quad \text{ד.} \quad \alpha = 180^\circ \quad \text{ג.}$$

$$t_1 = 0, t_2 = 1, t_3 = \frac{1}{2}, t_4 = \frac{3}{2} \quad \text{ב.} \quad \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 = 1 \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = -4\pi^2 \sin(\pi t) \hat{i} - 3\pi^2 \cos(\pi t) \hat{j} \quad \text{ג.}$$

$$t_1 = \frac{1}{4} \text{ sec}, t_2 = \frac{5}{4} \text{ sec}, t_3 = \frac{3}{4} \text{ sec}, t_4 = \frac{7}{4} \text{ sec} \quad \text{ד.} \quad \text{ה. } |\vec{r}|(t=1) = 3, \text{ פעמיים.}$$

$$v_y = \dot{r}_y = -10t \quad \text{ד.} \quad v_x = \dot{r}_x = 8 \quad \text{ג.} \quad r_y = -5t^2 \quad \text{ב.} \quad r_x = 8t \quad \text{א.} \quad (8)$$

ה. המהירות על  $x$  קבועה בזמן, המהירות על  $y$  לא קבועה בזמן.

$$|r_{t=3}| = \sqrt{2601} \quad \text{ו.}$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = 5\pi \cos(\pi t), 12t^2 + 2t, 8e^t \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$\vec{v}_{t=2} = 5\pi \cos(2\pi), 4 \cdot 2^3 + 2^2, 8e^2 = 5\pi, 36, 8e^2 \quad \text{ב.}$$

$$|\vec{r}_{t=5} - \vec{r}_{t=0}| = \sqrt{1250} \quad \text{ג.} \quad \vec{r}_{t=5} = (25, 35) \quad \text{ב.} \quad \vec{r}_{t=0} = (0, 10) \quad \text{א.} \quad (10)$$

$$|v_{(t=5)}| = \sqrt{125} \quad \text{ד.}$$

# מכניקה של חלקיקים

פרק 4 - תנועה יחסית -

תוכן העניינים

- 1. הסבר על טרנספורמצית גליליי ..... 57
- 2. שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים ..... 62
- 3. מהירות יחסית בכיוון הצופה (מד לייזר) ..... 64

## טרנספורמציית גליליי:

רקע:

$$\begin{aligned}\vec{r}_{1,2} &= \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \\ \vec{v}_{1,2} &= \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \\ \vec{a}_{1,2} &= \vec{a}_1 - \vec{a}_2\end{aligned}$$

שאלות:

### (1) כלב קופץ בתוך רכבת

כלב נמצא ברכבת הנעה במהירות  $8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  ביחס לקרקע. הכלב קופץ בכיוון התקדמות הקרון מרחק של 7 מטרים ביחס לקרון. במהלך הקפיצה מהירות הכלב קבועה ביחס לקרון ושווה ל-  $3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ . מהו המרחק שעבר הכלב ביחס לקרקע?

### (2) מדרגות נעות

כאשר אדם עומד על מדרגות נעות בחנות, הוא מגיע לקומה הרצויה תוך 50 שניות. יום אחד, המדרגות הנעות מתקלקלות והאדם צריך לעלות אותן ברגל בכוחות עצמו, כאשר הוא נע במלוא היכולת שלו, הוא מצליח להגיע לקומה הרצויה תוך 80 שניות. למחרת, המדרגות הנעות עובדות כרגיל, אך האדם מחליט לרוץ בהן במלוא יכולתו בכל זאת.

א. תוך כמה זמן יגיע לקומה הרצויה?  
 ב. האדם מנסה עתה לרדת חזרה לקומה המקורית במדרגות העולות (אלה בהן הוא עלה קודם).  
 האם הוא יכול להצליח בכך?  
 אם כן תוך כמה זמן יגיע לקומה המקורית?

**(3) כדור נזרק במעלית**

- מרצפת מעלית הנמצאת במנוחה נזרק כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה. הכדור עובר ליד שעון עצר, המחובר למעלית, ונמצא בגובה 2 מטרים מרצפת המעלית. שעון העצר מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.
- א. מהו זמן התנועה של הכדור מרגע הזריקה עד לפגיעה ברצפת המעלית?  
 ב. מהי הדרך אותה עשה הכדור ביחס למעלית וביחס לכדה"א עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?  
 ג. חוזרים על הניסוי, אבל כעת המעלית נעה (מלפני זריקת הכדור) במהירות קבועה כלפי מעלה של  $4 \frac{m}{sec}$ . הזמן שמודד השעון הוא שוב 0.5 שניות. מהו זמן התנועה של הכדור מרגע הזריקה ועד לפגיעה ברצפת המעלית?  
 ד. מהי הדרך אותה עשה הכדור ביחס למעלית וביחס לכדה"א עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?  
 ה. מהי מהירות הכדור ביחס לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

**(4) כדור נזרק במעלית מאיצה**

- מעלית נעה בתאוצה קבועה כלפי מעלה של  $2 \frac{m}{sec^2}$ .
- ברגע שמהירות המעלית היא  $4 \frac{m}{sec}$  נזרק מרצפת המעלית כדור כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה.
- הכדור עובר ליד שעון עצר המחובר למעלית ונמצא בגובה 1 מטר מרצפת המעלית. שעון העצר מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.
- א. מהו הזמן עד לפגיעת הכדור ברצפת המעלית?  
 ב. מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס למעלית עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?  
 ג. מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס לכדה"א עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?  
 ד. מהי מהירות הכדור יחסית לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

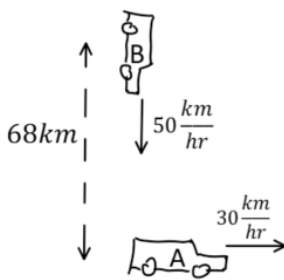
**(5) דוגמה - מכונית ביחס לאוטובוס**

- מכונית נוסעת במהירות של 30 מטר לשנייה בכיוון 30 מעלות עם ציר ה- $x$ .  
 אוטובוס נוסע במהירות של 50 מטר לשנייה בכיוון ציר ה- $x$ .
- א. מצא את המהירות היחסית בין האוטובוס למכונית.  
 ב. מצא את הזווית בה האוטובוס יראה את המכונית נוסעת.

### 6) אבן נזרקת מכדור פורח – תעשיה טכניון

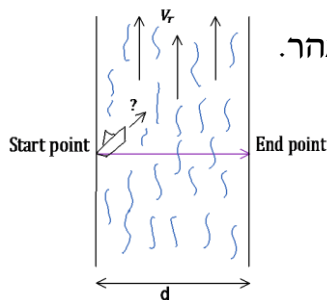
סטודנטית נמצאת על משטח שעולה אנכית במהירות קבועה  $v_0 = 6 \frac{m}{sec}$ , נסמן ב- $t = 0$  את הרגע בו התחיל לעלות המשטח מהקרקע. ברגע  $t_1 = 3 sec$  הסטודנטית זורקת אבן במהירות  $v_1 = 8 \frac{m}{sec}$ , אופקית ביחס אליה. מהו הזמן בו האבן פוגעת בקרקע (ביחס לזמן אפס של השאלה)?

### 7) מרחק מינימלי בין מכוניות



צופה הנמצא ברכב A יוצא מנקודה מסוימת לכיוון מזרח במהירות 30 קמ"ש. באותו הזמן רכב B יוצא ממרחק 68 ק"מ צפונית לנקודת יציאתו של רכב A ונוסע דרומה במהירות של 50 קמ"ש, כמתואר באיור. א. רשמו את פונקציית המרחק בין שני כלי הרכב כתלות בזמן. ב. מצאו תוך כמה שעות המרחק בין כלי הרכב יהיה מינימלי. צאו את גודלו של מרחק זה. ג. הראו כי ברגע בו המרחק בין המכוניות מינימלי וקטור המיקום היחסי מאונך לוקטור המהירות היחסית.

### 8) סירה בנהר



נהר זורם צפונה במהירות  $v_r$ . יוסי נמצא בגדה המערבית ורוצה להשיט סירה לרוחב הנהר. מהירות הסירה היא  $v_{br}$  יחסית לנהר. יוסי מעוניין להגיע אל הגדה הנגדית בדיוק מזרחית לנקודת מוצאו. נתון כי רוחב הנהר  $d$ . א. באיזה כיוון הוא יהיה חייב להשיט את הסירה? ב. מה מהירות הסירה יחסית לאדמה? ג. כמה זמן תארך דרכו?

### 9) אנייה שטה מערבה וצופה באנייה נוספת

מאנייה A השטה מערבה במהירות 30 קמ"ש נראית אנייה B כאילו היא שטה בדיוק צפונה. כאשר אנייה A מאטה ומורידה את מהירותה ל-10 קמ"ש (באותו הכיוון) נראית ממנה אנייה B כאילו היא שטה בכיוון היוצר זווית של 42 מעלות מערבית לצפון. מהו גודלה וכיוונה של מהירות אנייה B ביחס לקרקע?

**10) זווית פגיעה של גשם במכונית**

נהג הנוסע במהירות 100 קמ"ש רואה טיפות גשם נמרחות על השמשה הצדדית של המכונית בכיוון הפוך לכיוון הנסיעה ובזווית של 45 מעלות עם הציר האנך לכיוון הנסיעה.  
 נהג אחר הנוסע במהירות 70 קמ"ש רואה את טיפות הגשם בזווית 30 מעלות עם אותו הציר.  
 מצא את מהירות הטיפות ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

**11) זווית בין מהירויות**

שני קליעים נורים ברגע  $t = 0$ . מיקומם ומהירותם ההתחלתית הם:

$$\vec{v}_2(0) = -1\hat{i} + 4\hat{j}, \vec{v}_1(0) = 2\hat{i} + 5\hat{j}, \vec{r}_2(0) = \hat{i}, \vec{r}_1(0) = 0$$

על שניהם פועל כוח משיכה הגורם לתאוצה של  $\vec{a} = -3\hat{i} + \hat{j}$  היחידות הן MKS.

א. מצא את  $\vec{r}_2(t), \vec{r}_1(t)$ .

ב. מצא את המרחק בין הקליעים כפונקציה של הזמן.

ג. מצא את הזווית בין  $\vec{v}_1$  ל- $\vec{v}_2$  ברגע  $t = 3$ .

**12) מציאת מהירות בין מערכות**

ביחס למערכת ייחוס A, מיקומו של גוף מסוים נתונה על ידי:

$$\vec{r}_A(t) = (6t^2 - 4t, -3t^3, 3)$$

מערכת ייחוס B נעה ביחס למערכת הייחוס הראשונה במהירות קבועה,  $\vec{V}_{AB}$ . צופה הנמצא במערכת B רואה את הגוף נע כך שמיקומו בכל רגע הוא:

$$\vec{r}_B(t) = (6t^2 - 3t, 2t - 3t^3, 5)$$

א. חשבו את המהירות של המערכת B ביחס למערכת A,  $\vec{V}_{AB}$ .  
 ב. הראו שתאוצת הגוף זהה בשתי מערכות הייחוס, וחשבו אותה.

## תשובות סופיות:

$$25.7\text{m} \quad (1)$$

$$\text{ב. לא.} \quad t = 30.8\text{sec} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$S = 5.72\text{m} \quad \text{ד.} \quad t = 1.36\text{sec} \quad \text{ג.} \quad S = 2.62\text{m} \quad \text{ב.} \quad t = 1.36\text{sec} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$v_1 = -2.8 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ה.}$$

$$v_1 = 1.6 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ז.} \quad S = 4.46\text{m} \quad \text{ג.} \quad S = 2.76\text{m} \quad \text{ב.} \quad t = 0.96\text{sec} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$\theta_2' = 148^\circ \quad \text{ב.} \quad v_2' = \left( -24.01 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, 15 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \right) \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$2.6\text{sec} \quad (6)$$

$$\text{ג. הוכחה.} \quad t = 1\text{hr}, \quad |\vec{r}_{B,A}| = 35\text{km} \quad \text{ב.} \quad |\vec{r}_{B,A}| = \sqrt{(30t)^2 + (68 - 50t)^2} \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$t = \frac{d}{\sqrt{V_{br}^2 - V_r^2}} \quad \text{ג.} \quad V_{bx} = \sqrt{V_{br}^2 - V_r^2} \quad \text{ב.} \quad \sin \theta = -\frac{V_r}{V_{br}} \quad \text{א.} \quad (8)$$

$$V_B \approx 37.3, \quad \alpha \approx 51.2^\circ \quad (9)$$

$$\text{מהירות: } V_x = 29.21 \frac{\text{km}}{\text{hr}}, \quad V_y = -70.79 \frac{\text{km}}{\text{hr}} \quad \text{גודל וכיוון: ראה סרטון.} \quad (10)$$

$$\vec{r}_1(t) = \left( -\frac{3}{2}t^2 + 2t \right) \hat{i} + \left( \frac{t^2}{2} + 5t \right) \hat{j}, \quad \vec{r}_2(t) = \left( -\frac{3}{2}t^2 - t + 1 \right) \hat{i} + \left( \frac{t^2}{2} + 4t \right) \hat{j} \quad \text{א.} \quad (11)$$

$$\alpha = 13.82^\circ \quad \text{ג.} \quad |\vec{r}_{1,2}| = \sqrt{10t^2 - 6t + 1} \quad \text{ב.}$$

$$\text{ב. הוכחה.} \quad (1, -2, 0) \quad \text{א.} \quad (12)$$

## שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים:

### שאלות:

- (1) שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים ודוגמה  
צופה הנמצא באונייה A השטה מזרחה במהירות 15 קמ"ש רואה את  
אונייה B שטה במהירות 20 קמ"ש ובכיוון 60 מעלות צפונית למזרח.  
מהי המהירות של אונייה B ביחס לקרקע, גודל וכיוון?

(2) סירה בנהר פתרון בשיטה השניה

נהר זורם צפונה במהירות  $V_r$ .

יוסי נמצא בגדה המערבית ורוצה להשיט סירה לרוחב הנהר.

מהירות הסירה היא  $V_{br}$  יחסית לנהר.

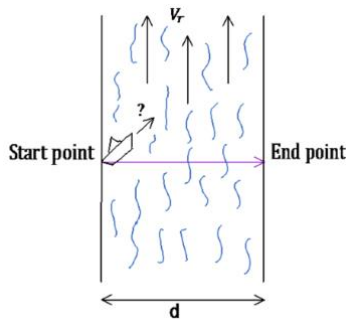
יוסי מעוניין להגיע אל הגדה הנגדית בדיוק מזרחית  
לנקודת מוצאו.

א. סרטטו תרשים וקטורי ובו:

מהירות הסירה ביחס לקרקע, מהירות הנהר

ביחס לקרקע ומהירות הסירה ביחס לנהר.

ב. מצאו את כיוון מהירות הסירה ביחס לנהר.



(3) מטוס נראה משתי רכבות

צופה הנמצא ברכבת הנעה מזרחה במהירות של 50 קמ"ש רואה

מטוס חוצה את המסילה בזווית של 30 מעלות מערבית לצפון.

צופה אחר הנוסע ברכבת הנעה מערב במהירות של 100 קמ"ש רואה

את אותו המטוס חוצה את המסילה בזווית של 50 מעלות מזרחית לצפון.

א. סרטטו תרשים וקטורים ובו:

מהירות הצופים ביחס לקרקע, מהירות המטוס ביחס לכל צופה ומהירות

המטוס ביחס לקרקע (אין צורך לדעת את כל הנתונים בתרשים).

ב. מצאו את מהירות המטוס ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

(4) רכב רואה רכב רואה רכב

צופה היושב ברכב A רואה את רכב B כאילו הוא נע צפונה במהירות  $v_{BA}$ .

צופה היושב ברכב B רואה את רכב C, כאילו הוא נע בכיוון צפון מערב בזווית  $\alpha$

מהצפון ובמהירות  $v_{CB}$ .

רכב A נע ביחס לקרקע בכיוון צפון מזרח בזווית  $\beta$  מן הצפון ובמהירות  $v_A$ .

מהי המהירות של רכב C ביחס לקרקע, גודל וכיוון?

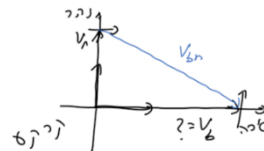
**(5) שני דאונים**

שני דאונים טסים באותו הגובה.  
באזור טיסתם קיים זרם אוויר במהירות 40 קמ"ש ובכיוון של 30 מעלות מזרחה מהצפון.  
דאון 1 טס ביחס לזרם במהירות 30 קמ"ש ובכיוון צפון.  
דאון 2 טס ביחס לקרקע במהירות לא ידועה אך בכיוון צפון.  
בנוסף הטייס שבדאון 1 רואה את דאון 2 כאילו הוא טס מערבה.  
מצאו את גודל וכיוון מהירויות הדאונים ביחס לקרקע.

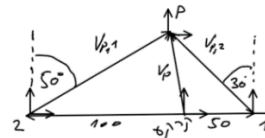
**תשובות סופיות:**

(1) 30.4 קמ"ש ובזווית 34.7 מעלות צפונית למזרח.

(2) א.  $\theta = \text{shift} \sin\left(\frac{V_r}{V_{br}}\right)$  ב. דרומית למזרח.



(3) א. ב. 84.98 קמ"ש ובכיוון 2 מעלות מערבית מהצפון.



$$v_c = \sqrt{(v_A \sin \beta - v_{CB} \sin \alpha)^2 + (v_A \cos \beta + v_{BA} + v_{CB} \cos \alpha)^2} \quad (4)$$

$$\tan \theta_C = \frac{v_A \cos \beta + v_{BA} + v_{CB} \cos \alpha}{v_A \sin \beta - v_{CB} \sin \alpha}$$

(5) דאון 1 : 67.7 קמ"ש ובזווית 17.2 מעלות מזרחה מהצפון.  
דאון 2 : 64.6 קמ"ש צפונה.

## מהירות יחסית בכיוון הצופה (מד לייזר):

רקע:

$$v = \frac{\dot{x} \cdot x + \dot{y} \cdot y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{d}{dt} |\vec{r}|$$

שמודד לייזר

שאלות:

### 1) דוגמה ראשונה

מהירותה של מכונית נתונה לפי:  $\vec{v}(t) = 2t^2 x + (3t - 1)y$ .

ב- $t = 0$  המכונית הייתה בראשית.

א. מצא את וקטור מיקום המכונית כתלות בזמן.

ב. מהי מהירות המכונית ב- $t = 2$  כפי שימדוד אותה שוטר הנמצא בראשית,

אם השוטר מודד באמצעות אקדח לייזר.

ג. חזור על סעיף ב' אם השוטר נוסע במהירות קבועה  $\vec{v} = v_0 x$  ונמצא גם כן

בראשית ב- $t = 0$ .

תשובות סופיות:

$$\vec{r} = \frac{2}{3} t^3 \hat{x} + \left( \frac{3}{2} t^2 - t \right) \hat{y} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad v(t=2) = 9.4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$v(t=2) = \frac{(8 - v_0) \left( \frac{16}{3} - 2v_0 \right) + 20}{\sqrt{\left( \frac{16}{3} - 2v_0 \right)^2 + 16}} \quad \text{ג.}$$

# מכניקה של חלקיקים

פרק 5 - דינמיקה - חוקי ניוטון

תוכן העניינים

65	1. חוקי ניוטון
(ללא ספר)	2. נושא ישן
(ללא ספר)	3. נושא ישן 2
(ללא ספר)	4. נושא ישן 3
(ללא ספר)	5. נושא ישן 4
(ללא ספר)	6. נושא ישן 5
(ללא ספר)	7. נושא ישן 6
75	8. גלגלות נעות ומכפלי כוח
76	9. תרגילים נוספים

## חוקי ניוטון:

### רקע:

#### כוחות נפוצים:

##### כוח הכובד:

סימון:  $W$  (קיצור של Weight).

מופעל ע"י כדור הארץ.

כיוון: למרכז כדור הארץ (או לכיוון האדמה).

גודל:  $mg$ .

##### נורמל:

סימון:  $N$ .

מופעל ע"י משטח.

כיוון: תמיד מאונך למשטח ודוחף (מהמשטח כלפי חוץ).

גודל: לא ידוע, תלוי בבעיה (לא שווה ל- $mg$ ).

##### מתיחות:

מופעל על ידי חוט או חבל.

סימון:  $T$  (קיצור של Tension).

כיוון: תמיד מושך את הגוף לכיוון החוט.

הערה, חוט תמיד מושך משני צדדיו.

חוט אידיאלי – חוט חסר מסה שאינו משנה את אורכו (לא אלסטי).

בחוט אידיאלי המתיחות אחידה לאורך החוט.

##### החיכוך:

##### חיכוך סטטי - $f_s$ :

פועל כאשר אין תנועה יחסית בין המשטחים.

מופעל ע"י המשטח.

כיוון: משיק למשטח (נגד כיוון השליפה לתנועה).

גודל:  $f_s \neq \mu_s N$  (בד"כ נעלם לא ידוע).

$\mu_s$  - מקדם חיכוך סטטי (תלוי בחומר וקבוע).

$f_s \leq \mu_s N$  - החיכוך הסטטי תמיד קטן מ- $\mu_s N$ .

$f_{s \max} = \mu_s N$ .

לשים לב שאפשר להציב  $f_{s \max} = \mu_s N$  רק אם ידוע שהמערכת על סף החלקה.

**חיכוך קינטי -  $f_k$  :**

פועל כאשר יש תנועה יחסית בין המשטחים.  
מופעל ע"י משטח.

כיוון: משיק למשטח (נגד כיוון התנועה היחסית).

$$\text{גודל: } f_k = \mu_k N$$

$\mu_k$  - מקדם החיכוך הקינטי – תלוי בסוגי החומרים. בד"כ קבוע.

$N$  - נורמל שמפעיל אותו משטח.

**חוק ראשון של ניוטון – התמדה:**

אם גוף נע בקו ישר ובמהירות קבועה (בהתמדה) סכום הכוחות עליו שווה לאפס.  
מקרה פרטי של תנועה במהירות קבועה הוא מנוחה. לכן, אם גוף נמצא במנוחה סכום הכוחות עליו הוא אפס.

**חוק שלישי – עקרון פעולה תגובה:**

לכל כוח שגוף A מפעיל על גוף B יש כוח תגובה שגוף B מפעיל חזרה על גוף A.  
כוח התגובה שווה בגודלו והפוך בכיוונו.  
שימו לב: הכוחות פועלים על גופים שונים ולכן אף פעם לא יופיעו באותו תרשים כוחות.

**חוק שני של ניוטון:**

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

בפועל רושמים את הנוסחה לכל ציר בנפרד.

**חוק הוק – הכוח של קפיץ:**

$$F = -k\Delta x$$

$$\Delta x = x - x_0$$

$x$  - מיקום הגוף.

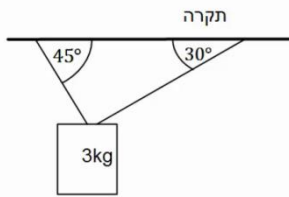
$x_0$  - מיקום שבו הקפיץ רפוי.

חיבור קפיצים במקביל (שני הקפיצים מחוברים לגוף ולקיר) -  $k_{eff} = k_1 + k_2$   
חיבור קפיצים בטור (גוף מחובר לקפיץ אחד שמחובר לקפיץ שני שמחובר לקיר) -

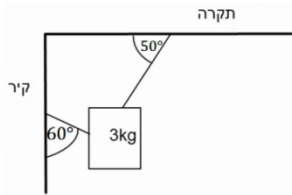


$$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

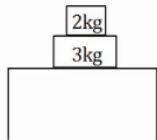
## שאלות:



- (1) **דוגמה-גוף תלוי מהתקרה**  
גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות שני חוטים, לפי האיור הבא.  
מהי המתחיות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?

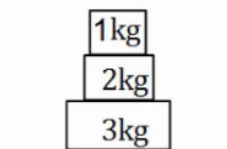


- (2) **דוגמה-גוף תלוי מהתקרה ומהקיר**  
גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות חוט ומחובר לקיר המאונך לתקרה באמצעות חוט נוסף (הסתכל באיור).  
מהי המתחיות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?



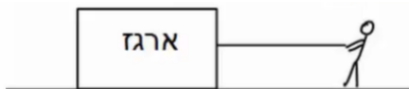
- (3) **דוגמה-מסה על מסה**  
במערכת הבאה ישנה מסה של 3 ק"ג הנמצאת במנוחה על שולחן.  
על המסה מונחת מסה נוספת של 2 ק"ג.

- שרטט תרשים כוחות לכל אחת מהמסות.
- חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה העליונה.
- חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה התחתונה.
- חשב את הכוח הנורמלי הפועל על השולחן.

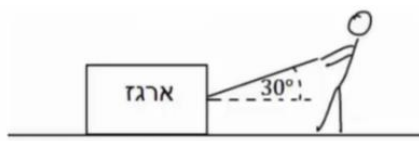


- (4) **דוגמה-מסה על מסה על מסה**  
שלוש מסות מונחות אחת על גבי השנייה ועל הקרקע במנוחה, כפי שנראה בציור.

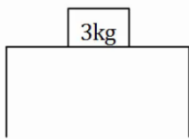
- מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה המסה הכי תחתונה על המסה מעליה?
- מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה הרצפה על המסה הכי תחתונה?



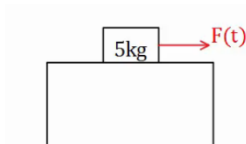
- (5) **דוגמה-דני מושך במקביל לקרקע**  
דני מושך ארגז במקביל לקרקע. ידוע כי מסת הארגז היא 20 ק"ג ומקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא:  $\mu_k = 0.2$ .  
מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל דני, אם הארגז נע במהירות קבועה?

**6) ירון מושך בארז**

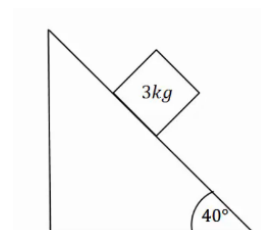
ירון מושך ארז באמצעות חבל הנמתח בזווית של 30 מעלות ביחס לקרקע. ידוע כי מסת הארז היא 20 ק"ג, ומקדם החיכוך הקינטי בין הארז לקרקע הוא:  $\mu_k = 0.2$ . מצא מהו גודלו של הכוח שמפעיל ירון, אם הארז נע במהירות קבועה?

**7) גוף על שולחן**

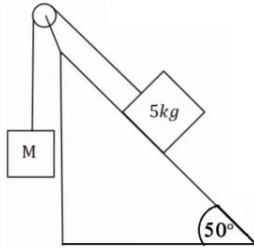
גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן. מקדם החיכוך הסטטי הוא:  $\mu_s = 0.4$ .  
א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?  
כוח אופקי בגודל 10 ניוטון פועל על הגוף ימינה.  
ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי.

**8) כוח תלוי בזמן**

גוף בעל מסה של 5 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן. כוח אופקי התלוי בזמן  $F(t) = 2 \cdot t^2$  פועל על הגוף ימינה. מקדם החיכוך הסטטי הוא:  $\mu_s = 0.3$ .  
א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?  
ב. מתי יתחיל הגוף בתנועה?  
ג. שרטט גרף של החיכוך הסטטי כתלות בזמן.

**9) מסה בשיפוע**

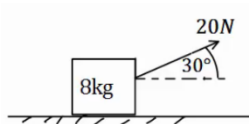
מסה של 3 ק"ג נמצאת במנוחה על מישור משופע בעל זווית של 40 מעלות. בין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא:  $\mu_s = 0.9$ .  
א. שרטט תרשים כוחות לבעיה.  
ב. מצא את גודלם של הכוח הנורמלי והחיכוך.

**10) מסה בשיפוע ומסה באוויר**

מסה של 5 ק"ג מונחת על מישור משופע בעל זווית של 50 מעלות. המסה מחוברת באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית למסה נוספת M התלויה באוויר מצידו השני של המישור.

א. מצא את גודלה של המסה M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה כאשר אין חיכוך בבעיה. כעת נתון שבין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא:  $\mu_s = 0.3$ .

ב. מצא מה הוא גודלה המקסימלי והמינימלי האפשרי של M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה.

**11) דוגמה-כוח בזווית 30 מעלות**

כוח של 20 ניוטון פועל בזווית של 30 מעלות מעל האופק. הכוח מופעל על ארגז בעל מסה של 8 ק"ג. הארגז נמצא במנוחה ונתון כי בין הארגז לרצפה קיים חיכוך. מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי הם:  $\mu_k = 0.1$ ,  $\mu_s = 0.2$ .

א. בדוק האם הארגז נשאר במנוחה או מתחיל נוע?  
 ב. כמה זמן ייקח להזיז את הארגז למרחק של 30 מטרים באמצעות כוח זה?  
 ג. חזור על הסעיפים אם הכוח היה בזווית של 70 מעלות.

**12) דוגמה-מרחק עצירה**

דני נוסע במכוניתו במהירות של 54 קמ"ש, ולפתע הוא מבחין כי רמזור הנמצא 50 מטרים לפניו הופך לאדום. דני לוחץ על הבלמים ומתחיל בעצירה. מקדם החיכוך הקינטי בין הגלגלים לרצפה הוא:  $\mu_k = 0.3$ .

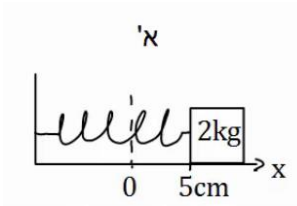
הנח שהגלגלים ננעלים ואין למכונית מערכת ABS.

א. האם דני יספיק לעצור לפני הרמזור?  
 ב. בדוק שוב האם דני יספיק לעצור, אך הפעם הוסף זמן תגובה של שנייה אחת (הזמן מהרגע שבו דני מבחין באור עד אשר הוא לוחץ על הבלמים).

**13) דוגמה 1-קפיץ**

גוף בעל מסה של 2 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע

קפיץ  $k = 50 \frac{N}{m}$ . בין הגוף למשטח אין חיכוך.



א. מושכים את הגוף למרחק 5 ס"מ מהנקודה בה

הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.

מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

ב. דוחפים את הגוף למרחק 10 ס"מ מהנקודה בה

הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.

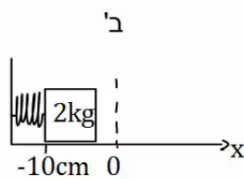
מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

כעת נתון כי בין הגוף למשטח קיים חיכוך, ומקדם

החיכוך הסטטי הוא:  $\mu_s = 0.2$ .

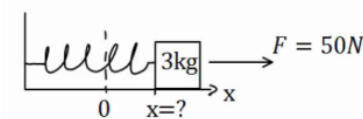
ג. מהו המרחק המקסימלי בו ניתן להניח את הגוף קשור

לקפיץ כך שיישאר במנוחה?

**14) דוגמה 2-קפיץ**

גוף בעל מסה של 3 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע

קפיץ  $k = 100 \frac{N}{m}$ . בין הגוף למשטח אין חיכוך.



על הגוף פועל כוח ימינה שגודלו 50 ניוטון.

קבע את ראשית הצירים בנקודת הרפיון של הקפיץ.

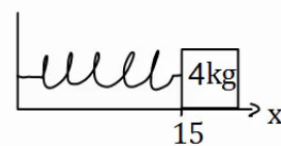
היכן נמצאת נקודת שיווי המשקל (הנקודה בה סכום

הכוחות שווה לאפס)?

**15) דוגמה 3-קפיץ**

גוף בעל מסה של 4 ק"ג מחובר לקיר באמצעות קפיץ

בעל קבוע קפיץ  $k = 50 \frac{N}{m}$ . בין הגוף למשטח אין חיכוך.



אורכו הרפוי של הקפיץ הוא 10 ס"מ.

א. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר

הגוף במרחק 15 ס"מ מהקיר.

ב. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר

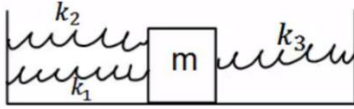
הגוף במרחק 6 ס"מ מהקיר.

ג. חשב את תאוצת הגוף בכל נקודה אם על הגוף

פועל כוח שגודלו 10 ניוטון שמאלה.

**16) מסה עם שלושה קפיצים**

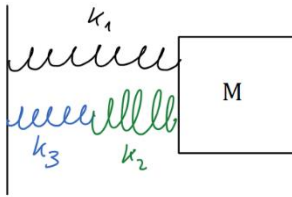
שלושה קפיצים מחוברים למסה  $m = 2\text{kg}$ , כפי שנראה באיור. אין חיכוך בין המסה לרצפה.



נתון כי:  $k_1 = 3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ,  $k_2 = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ,  $k_3 = 12 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ .

הנח כי כל הקפיצים רפויים באותה הנקודה.

מהי תאוצת המסה כאשר היא נמצאת במרחק 20 ס"מ מנקודת שיווי המשקל?

**17) שלושה קפיצים שוב**

באיור הבה, המסה  $m = 4\text{kg}$  מחוברת לשלושה קפיצים

בעלי קבועי קפיץ שונים. הנח שכל הקפיצים רפויים

כאשר המסה נמצאת ב- $x = 0$ .

מהי תאוצת המסה, כאשר מיקומה הוא:  $x = 0.2\text{m}$ ,

אם קבועי הקפיצים הם:  $k_1 = 3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ,  $k_2 = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ,  $k_3 = 12 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ?

**18) כוח אופקי תלוי בזמן**

כוח אופקי שגודלו  $F = 2t$  פועל על גוף, כאשר הזמן  $t$  נתון בשניות והכוח  $F$  בניוטונים. מסת הגוף  $2\text{kg}$  והוא נמצא במנוחה על משטח אופקי.

מקדמי החיכוך בין הגוף למשטח:  $\mu_k = 0.15$ ,  $\mu_s = 0.2$ . מצא/י את:

א. זמן תחילת התנועה.

ב. כוח החיכוך בזמן  $t = 0.5\text{sec}$ .

ג. תאוצת הגוף כפונקציה של זמן.

ד. מהירות הגוף לאחר 4 שניות.

ה. מיקום הגוף לאחר 4 שניות.

**19) כוח בזווית תלוי בזמן**

הגוף שבציור מונח על הרצפה, בזמן  $t = 0$  מתחיל לפעול

על הגוף כוח שגודלו  $F = 2t$  הזמן בשניות והכוח בניוטונים.

הכוח פועל בזווית  $\alpha = 37^\circ$  יחסית לציר התנועה.

מסת הגוף היא  $2\text{kg}$ .

נתון כי מקדם החיכוך הסטטי והקינטי בין הגוף והרצפה הוא:  $\mu = 0.2$ .

לפשטות החישוב קחו:  $\sin \alpha = 0.6$ ,  $\cos \alpha = 0.8$ ,  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ .

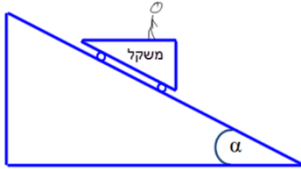
א. מתי יתחיל הגוף לנוע?

ב. מהי מהירות הגוף לאחר 4 שניות?

ג. מה המרחק שהתקדם הגוף עד לניתוקו מהקרע?

**20) אדם על קרונית על מישור משופע\***

אדם בעל מסה  $m$  עומד על משקל המחובר בצורה אופקית לקרונית. מסת הקרונית היא  $M$  ונתון כי היא מחליקה ללא חיכוך על פני מישור משופע בזווית  $\alpha$ .



א. מה מורים המאזניים?

הניחו שהחיכוך בין רגלי האדם לקרונית מספיק גדול, כך שאינו נע ביחס אליה.

ב. מצא את מקדם החיכוך המינימלי בין רגלי האדם והקרונית על מנת שהאדם לא יחליק ביחס לקרונית.

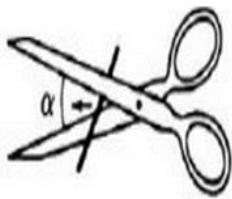
ג. כעת הנח כי אין חיכוך בכלל בין האדם לקרונית.

מה תהיה תאוצת הקרונית במצב זה? (כל עוד האדם נמצא על הקרונית).

ד. מה יורה המשקל במצב המתואר בסעיף ג'?

**21) מספריים חותכות חוט\*\***

אדם מנסה לחתוך חוט מתכת בעזרת מספריים. החוט חופשי לנוע והוא מחליק על המספריים עד שזווית המפתח של המספריים היא  $\alpha$ , בזווית זו המספריים מתחילות לחתוך את החוט.



א. צייר את הכוחות שפועלים על החוט.

ב. מצא את מקדם החיכוך בין המספריים לחוט.

ג. הראה שהזווית  $\alpha$  אינה תלויה בכוח הכובד כאשר המספריים במצב אופקי.

ד. כעת, מסובבים את המספריים בזווית  $\beta$  סביב ציר העובר בבורג המספריים. כיוון הסיבוב הוא נגד השעון, כך שהחוט עולה כלפי מעלה.

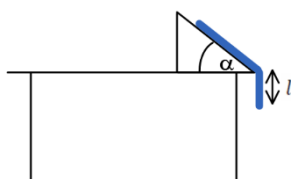
הראה כעת שהשינוי בזווית  $\alpha$  הוא לפי:  $\mu = \mu_0 + \Delta\mu$  כאשר  $\mu_0$  הוא

$$\Delta\mu = -\frac{mg \sin \beta}{F \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad \text{ו-1}$$

האם המספריים יחתכו יותר מוקדם או יותר מאוחר?

**22) חבל מחליק משולחן משופע\*\***

חבל בעל מסה  $M$  ואורך  $L$  נמצא על מישור משופע בזווית  $\alpha$  שנמצא על שולחן כך שחלק משתלשל מהשולחן מטה. בין החבל לשולחן יש מקדם חיכוך קינטי וסטטי  $\mu$ . בזמן  $t = 0$  יש חבל באורך  $l$  המשתלשל מקצה השולחן, ונמצא במנוחה.



מהו הגובה של קצה החבל  $y(t)$  מתחת לשולחן

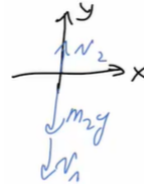
כתלות בזמן? הניחו כי החבל בעל עובי אפס ויש חיכוך רק עם החלק העליון של המישור.

## תשובות סופיות:

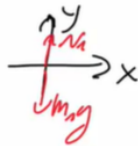
(1)  $T_1 \approx 22.0\text{N}$  ,  $T_2 \approx 26.9\text{N}$

(2)  $T_1 \approx 19.5\text{N}$  ,  $T_2 \approx 26.3\text{N}$

(3) א. מסה 3 ק"ג:



מסה 2 ק"ג:



ד. 50N

ג. 20N

ב. 20N

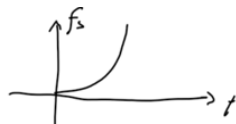
(4) א. 30N למעלה ב. 60N למעלה

(5) 40N

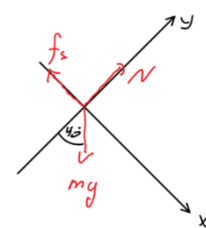
(6)  $T \approx 41.3\text{N}$

(7) א. 12N ב. 10N

(8) א. 20N ב.  $\sqrt{10}\text{sec}$  ג.



ב.  $f_s \approx 19.3\text{N}$  ,  $N \approx 23.0\text{N}$



(9) א.

(10) א.  $M = 3.83\text{kg}$  ב.  $M_{\min} = 2.87\text{kg}$  ,  $M_{\max} = 4.79\text{kg}$

(11) א. הגוף לא יכול להיות במנוחה. ב.  $t \approx 6.82\text{sec}$

ג. סעיף א': נשאר במנוחה, סעיף ב': אין משמעות.

(12) א. כן, כי  $\Delta x \approx 37.5\text{m} < 50\text{m}$  ב. לא, כי  $\Delta x = 52.5\text{m} > 50\text{m}$

(13) א. גודל:  $-1.25 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ , הכיוון חיובי. ב. גודל:  $a = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ , הכיוון חיובי.

ג.  $x = 8\text{cm}$

(14)  $x = \frac{1}{2}\text{m}$

(15) א.  $F = -2.5\text{N}$  ב.  $F = 2\text{N}$  ג. סעיף א':  $a = -3.13 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

סעיף ב':  $a = -2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

(16)  $a = -2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

$$a \approx 0.326 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad (17)$$

$$a = \begin{cases} 0 & 0 < t < 2 \\ t - \frac{3}{2} & 2 < t \end{cases} \quad \text{ג.} \quad f_s = 1\text{N} \quad \text{ב.} \quad t = 2\text{sec} \quad \text{א.} \quad (18)$$

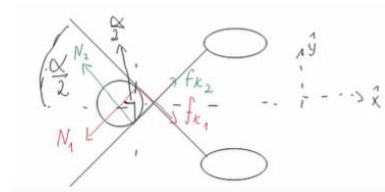
$$x(t=4) = 2.3\text{m} \quad \text{ה.} \quad v(t=4) = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ד.}$$

$$x = 467\text{m} \quad \text{ג.} \quad v(t=4) = 1.53 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.} \quad t \approx 2.17\text{sec} \quad \text{א.} \quad (19)$$

$$a_x = \frac{(M+m)g \sin \alpha}{M+m \sin^2 \alpha} \quad \text{ג.} \quad \mu_{s,\min} = \tan \alpha \quad \text{ב.} \quad N_2 = mg \cos^2 \alpha \quad \text{א.} \quad (20)$$

$$N_2 = m \left( g - \left( \frac{(M+m)g \sin \alpha}{M+m \sin^2 \alpha} \right) \sin \alpha \right) \quad \text{ד.}$$

$$\text{ג. הוכחה.} \quad \mu_k = \tan \frac{\alpha}{2} \quad \text{ב.}$$



(21) א.

ד. הוכחה. החוט יחתך יותר מאוחר.

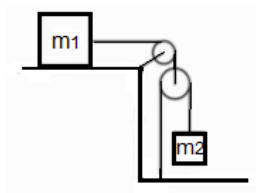
$$y(t) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\beta}{k} \right) \left( e^{\sqrt{\frac{k}{M}}t} + e^{-\sqrt{\frac{k}{M}}t} \right) - \frac{\beta}{k} \quad (22)$$

## גלגלות נעות ומכפלי כוח:

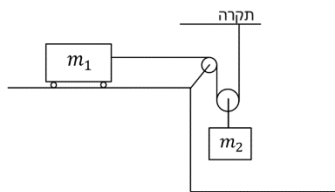
### רקע:

נבטא את אורך החוט באמצעות מיקום הגופים וקבועים ונגזור.

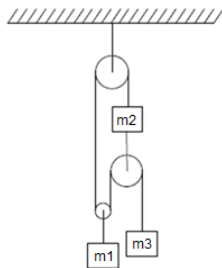
### שאלות:



- (1) **גלגלות וגזירה בזמן של אורך החוט**  
 במערכת הבאה מסות הגופים ידועות.  
 אין חיכוך בין המסות למשטח.  
 מצא את תאוצות הגופים ואת המתיחויות בחוטים.



- (2) **אחת תלויה מהתקרה ואחת על שולחן**  
 במערכת הבאה המסה  $m_1$  נמצאת על שולחן חסר חיכוך  
 ומחוברת באמצעות חוט אידיאלי כפי שמתואר באיור.  
 הגלגלות אידיאליות ו- $m_2$  נתונה.  
 מצא את התאוצה של כל מסה כל עוד הן לא נופלות  
 מהשולחן או פוגעות ברצפה.



- (3) **מערכת גלגלות מסובכת**  
 מצאו את תאוצת הגופים במערכת הבאה.  
 מה התנאי לכך שהמסה  $m_3$  תנוע כלפי מעלה  
 אם נתון שהמערכת מתחילה ממנוחה?

### תשובות סופיות:

$$a_1 = \frac{2m_2g}{4m_2 + m_1} \quad (1)$$

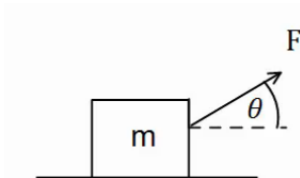
$$a_1 = \frac{m_2g}{2m_1 + \frac{m_2}{2}}, \quad a_2 = \frac{m_2g}{4m_1 + m_2} \quad (2)$$

$$a_3 < 0, \quad a_3 = \left( (m_2 + m_3)(4m_2 + m_1) + 4m_2^2 \right) \quad (3)$$

## תרגילים נוספים:

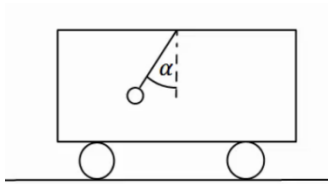
### שאלות:

#### (1) זווית אופטימלית למשיכה



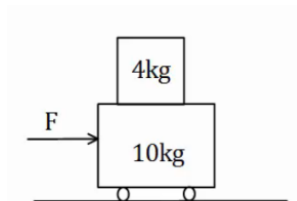
- כוח  $F$  מושך ארגז בעל מסה  $m$  בזווית  $\theta$  מעל האופק. מקדם החיכוך בין הארגז לקרקע הוא  $\mu_k$ .
- מצא את תאוצת הכוח כתלות בפרמטרים הרשומים בשאלה.
  - הנח כי מקדם החיכוך הקינטי הוא 0.3. בדוק באילו מהערכים הבאים של הזווית יש את התאוצה הגבוהה ביותר:  $\theta = -10^\circ, 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ .
  - מצא את הזווית המדויקת בה התאוצה תהיה מקסימלית. השתמש בנגזרת.

#### (2) מטוטלת במכונית

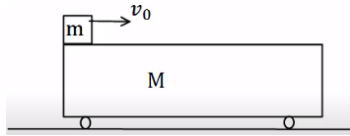


- מטוטלת קשורה לתקרת מכונית. המטוטלת נמצאת בזווית קבועה ונתונה  $\alpha$ , ביחס לאנך מתקרת המכונית.
- מצא מהי תאוצת המכונית (גודל וכיוון)?
  - האם ניתן לדעת מה כיוון תנועת המכונית?

#### (3) מסה של 4 על עגלה של 10



- מסה של 4 ק"ג מונחת מעל עגלה בעלת מסה של 10 ק"ג. החיכוך בין העגלה למשטח זניח. מקדם החיכוך הסטטי בין המסה לעגלה הוא  $\mu_s = 0.2$ . כוח אופקי  $F$  מופעל על המסה התחתונה ימינה. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל כך שהמסה העליונה לא תחליק על העגלה.

**(4) מסה מחליקה על עגלה**

מסה  $m$  מונחת על עגלה בעלת מסה  $M$ , הנמצאת במנוחה.

המסה מונחת בקצה השמאלי של העגלה.

נותנים למסה העליונה (בלבד) מהירות התחלתית  $v_0$ .

בין המסה לגג העגלה קיים חיכוך, והחיכוך בין העגלה למשטח זניח.

נתון:  $\mu_k = 0.2$ ,  $v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $M = 12\text{kg}$ ,  $m = 3\text{kg}$ .

א. מצא את הביטוי למיקום ולמהירות המסה, כתלות בזמן.

ב. מצא את הביטוי למיקום ולמהירות העגלה, כתלות בזמן.

ג. מהי המהירות הסופית של שני הגופים, בהנחה שהמסה לא נופלת מהעגלה.

**(5) מסה צמודה למשאית**

מסה  $m$  מונחת בצמוד לחלקה הקדמי של משאית.

בין המסה למשטח קיים חיכוך. נתון:  $\mu_s$ ,  $m$ .

מהי התאוצה המינימלית הדרושה למשאית על מנת שהמסה לא תיפול?

**(6) קופסה בין מדרונות**

קופסה קטנה עם גלגלים מונחת על מישור משופע בעל זווית של  $45^\circ$  מעלות.

הקופסה משוחררת ממנוחה מגובה של 3 מטרים ומתחילה בתנועה.

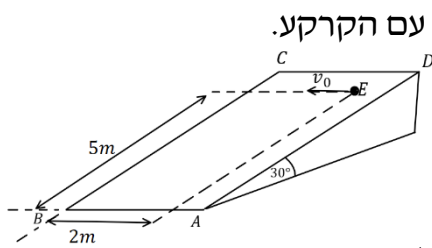
בתחתית המדרון הקופסה עוברת למדרון משופע אחר בעל זווית של  $30^\circ$  מעלות.

הזנח אפקטים המתרחשים בעת המעבר והנח כי גודל מהירות הקופסה במעבר בין המדרונות נשאר זהה.

א. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע הקופסה במדרון השני? נחש מה יקרה לאחר מכן.

ב. חזור על סעיף א' אם נהג הקופסה שכח לשחרר את מעצור היד של הגלגלים וקיים חיכוך קינטי בין הקופסה למשטח.

מקדם החיכוך הוא:  $\mu_k = 0.2$ .

**(7) זריקה אופקית על מישור משופע**

מישור משופע חלק ABCD יוצר זווית של  $30^\circ$  מעלות עם הקרקע.

הנקודה E נמצאת במרחק 5m מהצלע AB

ובמרחק 2m מהצלע BC.

מן הנקודה E נזרק כדור קטן על הלוח,

במהירות התחלתית  $v_0$  שכיוונה מקביל לצלע AB.

א. צייר מערכת צירים, ורשום את הכוחות הפועלים

על הכדור בעת תנועתו על הלוח בכל ציר.

ב. מהי צורת המסלול של הכדור על הלוח?

ג. מצא את  $v_0$ , עבורה הכדור יגיע בדיוק לנקודה B.

ד. מהי מהירות הכדור בנקודה B עבור ה- $v_0$  שמצאת בסעיף ג'?

**(8) כוח דוחף שתי קופסאות צמודות**

שתי תיבות נמצאות צמודות זו לזו על משטח

אופקי חסר חיכוך.

מסות התיבות הן:  $m_1 = 3\text{ kg}$  ו-  $m_2 = 5\text{ kg}$ .

כוח אופקי דוחף את תיבה 2 שדוחפת את תיבה 1, כפי שמתואר בתרשים.

גודל הכוח הוא  $F = 16\text{ N}$ .

חשב את:

א. התאוצה של כל תיבה.

ב. הכוח הנורמלי  $N_{1 \rightarrow 2}$ , שבו התיבה הראשונה דוחפת את השנייה.

ג. הכוח הנורמלי  $N_{2 \rightarrow 1}$ , שבו התיבה השנייה דוחפת את הראשונה.

**(9) גוף על גוף במישור משופע**

גוף A בעל מסה  $m_A$ , גוף B בעל מסה  $m_B$  מחוברים

באמצעות חוט וגלגלת, כמתואר באיור.

גוף A מונח על מישור משופע חלק בעל זווית  $\alpha$ .

גוף C בעל מסה  $m_C$  מונח על גוף A.

מקדם החיכוך הסטטי בין הגופים A ל-C הוא  $\mu_s$ .

א. מהי המסה המרבית של גוף B, כך שהגופים A ו-C ינועו יחדיו במעלה המישור?

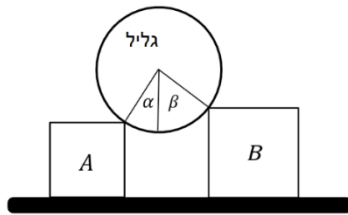
ב. מהי תאוצת הגופים והמתחיות בחוט, אם המסה של גוף B היא זאת

שמצאת בסעיף א' (או טיפה קטנה ממנה)?

ג. מהן תאוצות הגופים אם המסה של גוף B גדולה מזו שמצאת בסעיף א'

ומקדם החיכוך הקינטי הוא  $\mu_k$ ?

### 10 גליל על שני ארגזים



גליל אחיד, שמסתו  $m$  מונח על שני ארגזים

שמסותיהם:  $m_A = m$ ,  $m_B = 2m$ .

לארגזים גבהים שונים והם מונחים על משטח אופקי. בין הגליל לארגזים אין חיכוך.

כשהמערכת נמצאת בשיווי משקל יוצרים הרדיוסים

של הגליל, הנוגעים בפינות הארגזים זוויות של:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$

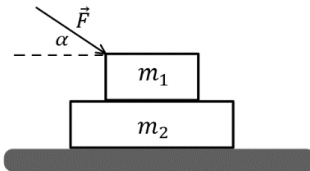
עם האנך לקרקע, ראה איור. נתונים:  $m$ ,  $g$ .

א. מה הכוח שמפעיל כל ארגז על הגליל?

ב. בהנחה שקיים אותו מקדם חיכוך בין הארגזים והמשטח,

מהו גודלו המינימלי של מקדם החיכוך, כך שהמערכת תישאר בשיווי משקל?

### 11 כוח דוחף גוף על גוף



שני גופים זהים שמסותיהם:  $m_1 = m_2 = m$ , מונחים

זה על גבי זה, על גבי שולחן אופקי חלק (ראה איור).

בין הגופים קיים חיכוך, ומקדמי החיכוך הקינטי

והסטטי הם:  $\mu_s$ ,  $\mu_k$ .

כוח חיצוני  $\vec{F}$  מופעל על הגוף העליון בזווית  $\alpha$  מתחת לאופק.

הביעו את תשובתכם באמצעות הפרמטרים:  $F$ ,  $\alpha$ ,  $m$ ,  $g$ ,  $\mu_s$ ,  $\mu_k$ .

א. בהנחה שהגופים נעים יחדיו, מהי התאוצה המשותפת?

ב. בהנחה שהגופים נעים יחדיו, מהו גודלו של כוח החיכוך בין הגופים?

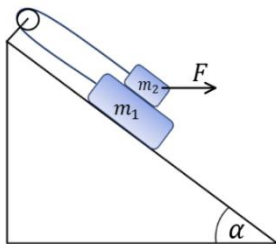
ג. מהו גודלו המקסימלי של  $\vec{F}$ , כך שהגופים ינועו יחדיו?

ד. נתון כי:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\mu_k = 0.15$ ,  $\mu_s = 0.2$ .

מצא את תאוצת כל גוף, כאשר הכוח הדוחף הוא:  $F = \frac{1}{2}mg$ .

ה. חזור על סעיף ד' כאשר  $F = 3mg$ .

### 12 מסה על מסה מחוברות בגלגלת



נתונה מערכת הכוללת שני גופים:  $m_1 = 4\text{kg}$ ,  $m_2 = 3\text{kg}$

הגופים קשורים על ידי חוט וגלגלת אידיאלית,

ומונחים על מישור משופע בעל זווית  $\alpha = 30^\circ$ .

מקדמי החיכוך בין הגופים הם:  $\mu_k = \mu_s = 0.4$ ,

ומקדמי החיכוך עם המישור הם:  $\mu_k = \mu_s = 0.3$ .

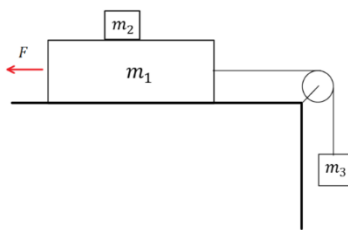
כוח אופקי  $F$  פועל על  $m_2$ .

א. מהו ה- $F$  המקסימלי, כך שהגופים יישארו במנוחה?

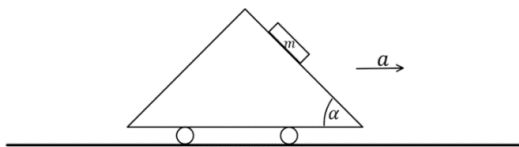
ב. אם  $F = 40\text{N}$ , מהי תאוצת הגופים?

**13) זמן לעלות ולרדת מדרון עם חיכוך**

- גוף נזרק במעלה מדרון משופע במהירות התחלתית  $v_0$ .  
 זווית השיפוע של המדרון היא  $\theta$  ומקדם החיכוך בין המדרון לגוף הוא  $\mu_k$ .  
 א. מצאו כמה זמן ייקח לגוף לחזור לנקודת ההתחלה (בהנחה שהוא לא נשאר במנוחה בשיא הגובה)?  
 ב. מה היחס בין המהירות הסופית והמהירות התחלתית של הגוף?

**14) גוף על גוף וכוח מושך**

- במערכת שבאיור המסות נתונות.  
 נתונים גם מקדמי החיכוך בין  $m_1$  למשטח  $\mu_{k_1}, \mu_{s_1}$   
 ומקדמי החיכוך בין  $m_1$  ל- $m_2$   $\mu_{k_2}, \mu_{s_2}$ .  
 הכוח  $F$  באיור מתייחס רק לסעיף ב.  
 א. מהן תאוצות הגופים והמתיחות בחוט  
 בהנחה ש- $m_2$  נעה בתאוצה יחסית ל- $m_1$ ?  
 ב. מהו הכוח המינימאלי  $F$  שיש להפעיל בכדי שהמסות ינועו יחדיו?

**15) תיבה על מכונית משולשת**

- מכונית עם זווית בסיס  $\alpha$  נוסעת בתאוצה קבועה.  
 מניחים תיבה בעלת מסה  $m$  על דופן המכונית.  
 א. מצאו את גודלו של כוח החיכוך  
 בין המכונית לתיבה אם ידוע  
 שתאוצת המכונית היא  $a$  ימינה  
 והתיבה לא מחליקה על הדופן.  
 ב. מהו  $\mu_s$  המינימלי המאפשר מצב זה?

**16) כדור בתא מטען משופע**

- למשאית באיור תא מטען משופע בזווית  $\alpha$   
 ובסופו דופן אנכית.  
 בתוך תא המטען יש כדור בעל מסה  $M$ .  
 המשאית נוסעת בתאוצה קבועה  $a$  שמאלה.  
 מצאו את הכוחות הנורמלים שפועלים על הכדור בהנחה שאין חיכוך.

## תשובות סופיות:

$$\theta_0 \approx 16.6992^\circ \quad \text{ג.} \quad \theta = 20^\circ \quad \text{ב.} \quad a = \frac{F}{m}(\cos \theta + \mu_k \sin \theta) - \theta_k g \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\text{א. גודל: } a_x = g \tan \alpha, \text{ כיוון: חיובי} \quad \text{ב. לא} \quad (2)$$

$$F = \mu_s (m_1 + m_2) g = 28 \text{ N} \quad (3)$$

$$\text{א. מיקום-זמן: } x_1(t) = 0 - 20t - \frac{2}{2}t^2, \text{ מהירות-זמן: } v_1(t) = 20 - 2t \quad (4)$$

$$\text{ב. מיקום-זמן: } x_2(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}t^2, \text{ מהירות-זמן: } v_2(t) = 0 + \frac{1}{2}t$$

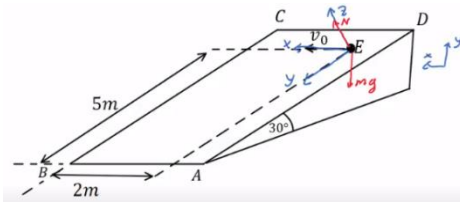
$$\text{ג. } v_2(t=8) = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$a_{\min} = \frac{g}{\mu_s} \quad (5)$$

$$\text{א. } h_{\max} = 3 \text{ m} \quad (6)$$

$$\text{ב. } h_{\max} = 1.78 \text{ m}$$

$$\sum F_z = 0, \sum F_y = mg \sin 30^\circ, \sum F_x = 0 \quad \text{א.} \quad (7)$$



$$\text{ב. פרבולה כמו בזריקה אופקית.} \quad v_0 = \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.}$$

$$\text{ד. } v_{x(t_B)} = \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \quad v_{y(t_B)} = 7.07 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$\text{א. } a_1 = a_2 = 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad (8)$$

$$\text{א. } m_{B_{\max}} = \frac{(m_A + m_C) \mu_s \cos \alpha}{1 + \sin \alpha - \mu_s \cos \alpha} \quad (9)$$

$$\text{ב. } a = g[\mu_s \cos \alpha - \sin \alpha], \quad T = g(m_A + m_C) \mu_s \cos \alpha$$

$$\text{ג. } a_c = (\mu_k \cos \alpha - \sin \alpha)g, \quad a_A = a_B = \frac{g(m_B - \mu_k m_c \cos \alpha - m_A \sin \alpha)}{m_A + m_B}$$

$$\text{א. } N_A = 0.732mg, \quad N_B = 0.518mg \quad (10)$$

$$\text{א. } a = \frac{F \cos \alpha}{2m} \quad \text{ב. } f_s = \frac{F \cos \alpha}{2} \quad (11)$$

$$\text{ג. } F_{\max} = \frac{2\mu_s mg}{\cos \alpha - 2\mu_s \sin \alpha}$$

$$\text{ה. } a_1 = 22.2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \quad a_2 = 3.75 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$a = 1.81 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב.} \quad F_{\max} = 31.05 \text{ N} \quad \text{א. (12)}$$

$$t = \frac{v_0}{g(\sin \theta + \mu_1 \cos \theta)} + \frac{v_0}{g \sqrt{(\sin^2 \theta - \mu_k^2 \cos^2 \theta)}} \quad \text{א. (13)}$$

$$\frac{v_f}{v_0} = \sqrt{\frac{\sin \theta - \mu_k \cos \theta}{\sin \theta + \mu_k \cos \theta}} \quad \text{ב.}$$

$$a_1 = a_3 = \frac{m_3 g - \mu_{k_2} m_2 g - \mu_{k_1} (m_1 + m_2) g}{m_1 + m_3}, \quad a_2 = \mu_{k_2} g \quad \text{א. (14)}$$

$$F_{\min} = m_3 g - \mu_{s_2} g (m_3 + m_2) - \mu_{s_1} (m_1 + m_2) g \quad \text{ב.}$$

$$\mu_{s_{\min}} = \frac{g \sin \alpha - a \cos \alpha}{g \cos \alpha + a \sin \alpha} \quad \text{ב.} \quad f_s = mg \sin \alpha - ma \cos \alpha \quad \text{א. (15)}$$

$$N_1 = \frac{Mg}{\cos \alpha}, \quad N_2 = M(a + g \tan \alpha) \quad \text{(16)}$$

# מכניקה של חלקיקים

פרק 6 - כוח גרר וכוח ציפה -

תוכן העניינים

- 1. תרגילים מסכמים ..... 83
- 2. תרגיל - כדור נזרק לבריכה ..... 86
- 3. כוח ציפה ..... 87
- 4. כוח גרר, הסבר ודוגמה עם צנחן ..... 88
- 5. כוח סטוקס ..... (ללא ספר)

## תרגילים מסכמים:

### שאלות:

#### (1) כוח גרר עם חיכוך קינטי

- גוף בעל מסה  $M$  נע על מישור אופקי במהירות התחלתית  $v_0$  ימינה. בין הגוף והמישור יש חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא  $\mu$ . בנוסף פועל על הגוף כוח התנגדות של האוויר  $f = -\alpha v$ ,  $\alpha$  קבוע.
- מצא את משוואת הכוחות על הגוף.
  - מהי מהירות הגוף בכל רגע?
  - מה מיקום הגוף בכל רגע? הנח כי ברגע  $t=0$  מיקום הגוף הוא  $x_0$ .

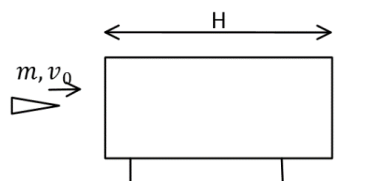
#### (2) רכבת עוצרת

- רכבת שמסתה 200 טון ומהירותה 30 מ"שני, מתחילה לבלום כאשר כוח עוצר  $F = -4000N - 600 \frac{N \cdot s}{m}$  פועל עליה. כעבור איזה מרחק תעצור הרכבת בתנאים האלה?

#### (3) כוח גרר ריבועי במהירות

- במהירויות גבוהות, גודל כח החיכוך שמפעיל האוויר על כדור הוא:  $F_d = kv^2$ .
- מצאו את המהירות הסופית של כדור הנופל מגובה רב. זורקים כדור ישר למעלה במהירות התחלתית השווה למהירות הסופית מסעיף א.
  - מהי תאוצת הכדור כאשר מהירותו שווה לחצי ממהירותו ההתחלתית אם הכדור בדרכו למעלה?
  - מהי תאוצת הכדור כאשר מהירותו שווה לחצי ממהירותו ההתחלתית אם הכדור בדרכו למטה?

#### (4) כוח גרר מתכונתי למהירות בשלישית



- קליע בעל מסה  $m$  נורה מלוע רובה ועובר דרך בול עץ בעובי  $H$  המקובע במקום. בכניסה לבול העץ מהירות הקליע  $v_0$  וביציאה  $v_1$ . במהלך התנועה בתוך העץ פועל על הקליע כוח מתכונתי למהירות בשלישית  $f = -kv^3$  (k) קבוע. נתון כי הקליע חודר לבול העץ במקביל לקרקע וכי ההשפעה של כוח הכובד על תנועת הקליע זניחה.

- א. מצא את מהירות הקליע כתלות בזמן בתוך בול העץ.  
 ב. מהו מיקום הקליע כתלות בזמן בתוך בול העץ?  
 ג. מהי מהירות הקליע בתוך הבול לאחר זמן ארוך ביחס ל- $\frac{m}{kv_0}$ ?  
 ד. בטא את מהירות היציאה כתלות במהירות הכניסה, אורך הבול, מסת הקליע, ומקדם החיכוך.

**5 צוללת**

- צוללת שמסתה 20 טון שטה בכיוון אופקי במהירות 10 מ"שני.  
 ברגע מסוים, הצוללת מכבה את מנועה. מרגע זה פועל על הצוללת כוח עצירה  
 בנתון בביטוי:  $\vec{F} = -(\lambda v^2) \hat{v}$ , כאשר  $\hat{v}$  זה וקטור היחידה בכיוון התנועה.  
 זהו הכוח היחידי הפועל על הצוללת. הניחו כי בכיוון האנכי אין תנועה.  
 נתון כי 5 דקות לאחר כיבוי המנוע מהירות הצוללת קטנה פי 4.  
 א. מהי מהירות הצוללת כפונקציה של זמן?  
 ב. חשב את הקבוע  $\lambda$ .  
 ג. מהו המרחק שעברה הצוללת בחמש הדקות מרגע כיבוי המנוע?

**6 סירה עם כוח גרר אקספוננציאלי**

- סירה שמסתה 50 ק"ג החלה את תנועתה במהירות 5 מ"שני ומואטת על ידי כוח  
 חיכוך הנתון בנוסחה:  $\vec{F} = -2e^{0.5v} \hat{v}$ . יחידות המידה mks,  $v$  מהירות הגוף.  
 הנח שכוח החיכוך הוא הכוח היחיד הפועל על הסירה.  
 א. כמה זמן יעבור עד לעצירת הסירה?  
 ב. מהי מהירות הגוף בחצי מהזמן הנ"ל?

## תשובות סופיות:

$$\sum F_x = ma \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad v(t) = \left( -\mu g + \left( \mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) e^{-\frac{\alpha}{m} t} \right) \frac{m}{\alpha} \quad (1)$$

$$x(t) = \frac{m}{\alpha} \left( (-\mu g)t + \left( \mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) \left( \frac{1}{-\frac{\alpha}{m}} \right) e^{-\frac{\alpha}{m} t} \right) + C, \quad C = x_0 + \left( \frac{m}{\alpha} \right)^2 \left( \mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) \quad \text{ג.} \quad (2)$$

$$x(t) \approx 6.1 \text{ km} \quad (2)$$

$$a = \frac{3}{4} g \quad \text{ג.} \quad a = \frac{5}{4} g \quad \text{ב.} \quad v = \sqrt{\frac{mg}{k}} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$x(t) = \frac{m}{k} \sqrt{\frac{2k}{m} t + \frac{1}{v_0^2}} - \frac{m}{kv_0} \quad \text{ב.} \quad v(t) = \frac{1}{\sqrt{\frac{2k}{m} t + \frac{1}{v_0^2}}} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$v(t) = \frac{1}{\frac{kH}{m} + \frac{1}{v_0}} = v_2 \quad \text{ד.} \quad v(t) \approx \frac{1}{\sqrt{\frac{2kt}{m}}} \quad \text{ג.}$$

$$\Delta x = 1.39 \cdot 10^3 \text{ m} \quad \text{ג.} \quad \lambda = 20 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad \text{ב.} \quad v(t) = \frac{1}{0.1 + 10^{-3} t} \quad \text{א.} \quad (5)$$

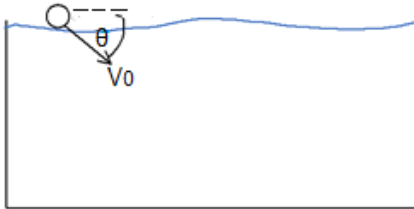
$$v\left(t = \frac{45.9}{2}\right) \approx 1.23 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.} \quad t = 45.9 \text{ sec} \quad \text{א.} \quad (6)$$

## כדור נזרק לבריכה:

### שאלות:

#### 1) כדור נזרק לבריכה

כדור נזרק לתוך בריכה עם מהירות התחלתית  $v_0$  בזווית  $\theta$  עם פני המים. נתונים:



צמיגות המים -  $\eta$ .

רדיוס הכדור -  $R$ .

מהירות התחלתית -  $v_0$ .

צפיפות המים -  $\rho_w$ .

צפיפות הכדור -  $\rho_b$ .

א. רשום את משוואת התנועה של הכדור.

ב. מצא את המהירות הסופית של הכדור.

ג. מצא את העומק המקסימאלי אליו יגיע הכדור אם  $\rho_b < \rho_w$ .

### תשובות סופיות:

$$\text{א. } \sum F_y = ma_y, \sum F_x = ma_x \quad \text{ב. } v_{y \text{ final}} = \frac{mg - F_b}{6\pi\eta R}, v_{x \text{ final}} = 0 \quad \text{1)$$

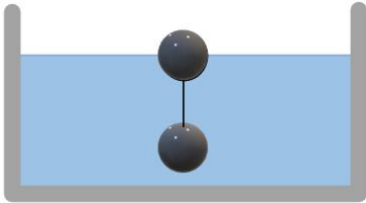
$$\text{ג. } y_{\max} = \frac{C \cdot m}{k^2} \ln \frac{k(C - v_0 \sin \theta)}{C} + \frac{m}{k} (C - v_0 \sin \theta) \left( \frac{C}{k(C - v_0 \sin \theta)} - 1 \right)$$

## כוח ציפה:

### שאלות:

#### (1) שני כדורים קשורים בחוט בתוך המים

שני כדורים בעלי נפח זהה  $V = 20 \text{ c.m}^3$  קשורים בחוט זה לזה. מניחים את הכדורים במים ולאחר זמן רב רואים שהמערכת התייצבה כך שכדור 1 נמצא כולו בתוך המים ורק חצי מנפחו של כדור 2 שקע לתוך המים, ראה איור.



- המסה של כדור 1 גדולה פי 4 מזו של כדור 2.
- א. מהי המסה של כל כדור?  
 ב. מהי צפיפות המסה של כל כדור?

### תשובות סופיות:

(1) א.  $m_1 = 24 \text{ gr}$  ,  $m_2 = 6 \text{ gr}$  . ב.  $\rho_1 = 1.2 \frac{\text{gr}}{\text{c.m}^3}$  ,  $\rho_2 = 0.3 \frac{\text{gr}}{\text{c.m}^3}$  .

## כוח גרר, הסבר ודוגמה עם צנחן:

### שאלות:



#### 1) הסבר ודוגמה עם צנחן

צנחן קופץ ממטוס ופותח מצנח.

נתון כי כוח החיכוך עם האוויר הוא:  $\vec{F} = -k\vec{v}$ .

א. מצא את משוואת התנועה של הצנחן.

ב. מצא את המהירות הסופית.

ג. מצא את המהירות כפונקציה של הזמן אם הנפילה התחילה ממנוחה.

### תשובות סופיות:

$$\sum F_y = ma_y \quad \text{א.} \quad (1) \qquad
 v_{y,final} = \frac{mg}{k} \quad \text{ב.} \qquad
 v(t) = \frac{mg}{k} \left( 1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right) \quad \text{ג.}$$

# מכניקה של חלקיקים

פרק 7 - תנועה מעגלית -

תוכן העניינים

1.	תרגיל מסה על שולחן מסתובב	(ללא ספר)
89	הכוח הצנטרפוגלי	
3.	תרגיל בסיסי בתנועה מעגלית	(ללא ספר)
90	נוסחאות בסיסיות בתנועה מעגלית	
95	וקטורים בתנועה מעגלית	
(ללא ספר)	תרגיל תנועה מעגלית שאינה סביב הראשית	
(ללא ספר)	תרגיל תאוצה משיקית קבועה	
(ללא ספר)	תרגיל זווית משתנה בזמן	
(ללא ספר)	תרגיל מציאת מיקום כפונקציה של הזמן	
98	תרגילים מסכמים	
102	תרגילים מסכמים למתקדמים	

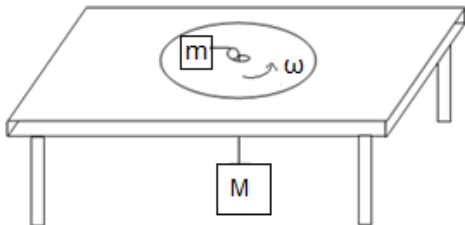
## הכוח הצנטרפוגלי:

### שאלות:

#### (1) מסה על שולחן מסתובב

- מסה  $m$  מונחת על דיסק המסתובב על שולחן במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ .  
 המסה מחוברת לחוט העובר דרך מרכז השולחן ומחובר למסה  $m$ .  
 בין המסה  $m$  לדיסק יש חיכוך ומקדם החיכוך הסטטי הוא  $\mu_s$ .  
 נתון:  $\omega, \mu, m, \mu_s$ .

מהו הרדיוס המינימלי והרדיוס המקסימאלי שבו ניתן להניח את המסה כך שלא תזוז בכיוון הרדיאלי?



### תשובות סופיות:

$$r_{\min}^{\max} = \frac{Mg \pm \mu_s mg}{m\omega^2} \quad (1)$$

## נוסחאות בסיסיות בתנועה מעגלית:

### שאלות:

#### (1) דוגמה-נהג מרוצים

נהג מרוצים נוסע במסלול מעגלי שרדיוסו 50 מטר.  
מהירותו של הנהג כתלות בזמן היא:  $v(t) = 4t$ .

- א. מצא את המהירות הזוויתית של הנהג כתלות בזמן ומצא את הזווית של הנהג לאחר 5 שניות? (בהנחה כי התחיל מזווית אפס).  
ב. מתי ישלים הנהג את הסיבוב הראשון?

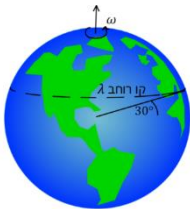


#### (2) דוגמה-חישוב מהירות זוויתית של מחוגי שעון

חשב את המהירות הזוויתית של מחוג השניות, מחוג הדקות ומחוג השעות בשעון מחוגים.

#### (3) חישוב מהירות זוויתית של כדור הארץ

- א. חשב את המהירות הזוויתית של סיבוב כדור הארץ סביב עצמו.  
ב. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו המשווה אם רדיוס כדור הארץ הוא בערך 6400 ק"מ?  
ג. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו רוחב  $\lambda = 30^\circ$ ?

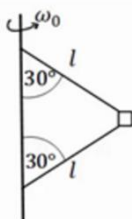


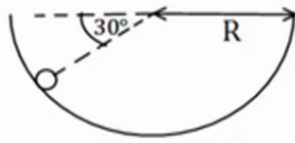
#### (4) דוגמה-יובל מסובבת אבן

יובל קושרת אבן שמסתה 200 גרם לחוט באורך 0.7 מטר.  
יובל מסובבת את האבן באמצעות החוט במעגל אופקי מעל ראשה (כמו שמסובבים קלע). המהירות הזוויתית של האבן היא:  $12 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ .  
מהי התאוצה הרדיאלית של האבן ומהי המתיחות בחוט? הנח שכוח הכובד זניח.

#### (5) מסה קשורה לעמוד מסתובב

במערכת הבאה מסה m קשורה דרך שני חוטים למוט המסתובב במהירות זוויתית  $\omega_0$ . אורך החוטים זהה ושווה ל-1.  
הזווית של החוטים עם המוט היא 30 מעלות.  
מהי המתיחות בכל חוט? בשאלה זו כוח הכובד אינו זניח.  
נתונים:  $m, l, \omega_0$ .



**6) כדור בקערה כדורית**

כדור קטן מונח בתוך קערה כדורית בעלת רדיוס  $R$ . מניחים את הכדור בזווית של  $30^\circ$  מעלות ביחס לאופק ונותנים לו מהירות התחלתית לתוך הדף. מהו גודל המהירות ההתחלתית הדרוש כך שהכדור יישאר בתנועה מעגלית בגובה קבוע?

**7) דוגמה-תאוצה זוויתית נהג המרוצים**

מצא את התאוצה הזוויתית בדוגמה-נהג מרוצים (שאלה 1).

**8) זווית משתנה בזמן**

המיקום הזוויתי של נקודה על גבי שפת גלגל מסתובב נתונה ע"י:  $\phi = 5t + 3t^2 - 2t^3$ .

- מהי המהירות הזוויתית ב-  $t = 2\text{sec}$  ו-  $t = 4\text{sec}$ ?
- מהי התאוצה הזוויתית הממוצעת בין זמנים אלו?
- מהי התאוצה הזוויתית הרגעית בזמנים אלו?

**9) תאוצה משיקית קבועה**

גוף נע במעגל בעל רדיוס  $R$  בתאוצה משיקית קבועה  $a_t$ , וללא מהירות התחלתית. מצאו את גודל התאוצה הרדיאלית:

- כפונקציה של הזמן.
- כפונקציה של זווית הסיבוב.

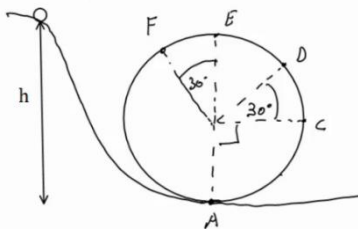
**10) תאוצה משיקית רדיאלית וכוללת**

גוף נע במעגל שרדיוסו 3 מטר. הדרך שעובר הגוף נתונה ע"י:  $s = 6t^2 + 3t$ . חשב את התאוצה המשיקית, הרדיאלית והכוללת (כתלות בזמן).

**11) דוגמה-כוח על נהג המרוצים**

בדוגמה של נהג המרוצים (שאלה 1), מצא מה הכוח הפועל על המכונית אם מסת המכונית (כולל הנהג) היא טון אחד. מי מפעיל כוח זה?

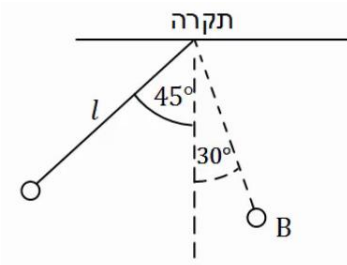
**12) דוגמה-כדור בלופ**



כדור קטן מאוד מתחיל להתגלגל ממנוחה מגובה  $h = 6m$  ונכנס לתוך מעגל אנכי. נתון שהכדור משלים סיבוב ואין חיכוך בינו לבין הרצפה. רדיוס המעגל הוא:  $R = 2m$ .

- א. מצא את מהירות הכדור בכל הנקודות באיור. (רמז: שימור אנרגיה).
- ב. מצא את התאוצה הרדיאלית של הכדור באותן נקודות.
- ג. מצא את התאוצה בכיוון המשיק באותן נקודות.
- ד. מצא את גודל התאוצה הכוללת באותן נקודות.

**13) כוחות במטוטלת**

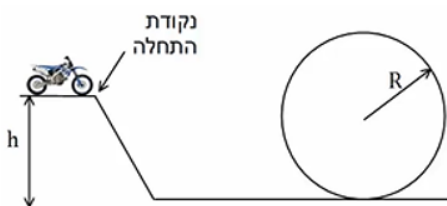


מטוטלת משוחררת ממנוחה מזווית של  $45^\circ$  מעלות. אורך החוט הוא  $l$  והמסה היא  $m$ .

- א. מהי מהירות המסה בתחתית המסלול?
- ב. מהי המתיחות בחוט ברגע זה?
- ג. מהי מהירות המסה בנקודה B הנמצאת בזווית  $30^\circ$  מעלות? ומהי המתיחות בחוט באותה נקודה?
- ד. מהי המתיחות בחוט בשיא הגובה וברגע השחרור?

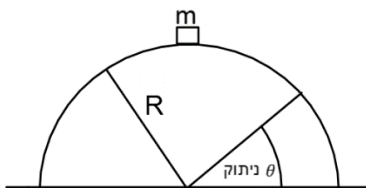
**14) רוכב אופנוע במעגל אנכי**

רוכב אופנוע מתחיל תנועתו מנקודת ההתחלה שבציור. מהי המהירות ההתחלתית המינימלית הנדרשת עבור הרוכב כך שיוכל להשלים את הסיבוב האנכי. הנח שהרוכב אינו משתמש במנוע לאחר נקודת ההתחלה. נתון:  $R, h$ .



**15) קופסה מחליקה על גבעה מעגלית**

קופסה במסה  $m$  מונחת על ראש גבעה בצורת חצי מעגל ברדיוס  $R$ . הקופסה מתחילה להחליק לאחד הצדדים ממנוחה כאשר אין חיכוך בינה לבין הגבעה. מצא באיזה זווית הקופסה תתנתק מהגבעה.



## תשובות סופיות:

$$\omega = \frac{2t}{25}, \theta \approx 57.3^\circ \quad \text{א.} \quad \text{ב. } 12.5 \text{ sec} \quad (1)$$

$$0.105 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} : \text{מחוג שניות} \quad \text{ב.} \quad 1.75 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{sec}} : \text{מחוג דקות} \quad (2)$$

$$1.45 \cdot 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{sec}} : \text{מחוג שעות}$$

$$7.27 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad 465 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.} \quad 400 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (3)$$

$$T = 20.16 \text{ N}, a_r = 100.8 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad (4)$$

$$T_1 = \frac{mg}{\sqrt{3}} + \frac{m\omega_0^2 l}{2}, T_2 = \frac{-mg}{\sqrt{3}} + \frac{m\omega_0^2 l}{2} \quad (5)$$

$$v = \sqrt{\frac{3gR}{2}} \quad (6)$$

$$\alpha = \frac{2}{25} \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad (7)$$

$$\omega(t=2) = -7 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, \omega(t=4) = -67 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad \bar{\alpha} = -30 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad (8)$$

$$\alpha(t=2) = 18 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}, \alpha(t=4) = -42 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad \text{ג.}$$

$$a_r = 2a_t \theta \quad \text{ב.} \quad a_r = \frac{(a_t \cdot t)^2}{R} \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$a_\theta = 12 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_r = (4t+1)^2 \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a = \sqrt{12^2 + 9(4t+1)^4} \quad (10)$$

$$|F| = \sqrt{(80t)^2 + 4000^2} \quad \text{הכביש מפעיל כוח זה.} \quad (11)$$

$$|F| = \sqrt{(80t)^2 + 4000^2} : \text{החיכוך מהכביש.} \quad (12)$$

$$v_A \approx 10.95 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_C \approx 8.94 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_D \approx 7.975 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_E \approx 6.32 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, v_F \approx 6.73 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad (13)$$

$$a_r = \frac{v^2}{R} \quad \text{ב.} \quad a_{r_A} = 60 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_{r_B} = 40 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{וכו', לפי הנוסחה}$$

$$a_{\theta_A} = 0, a_{\theta_C} = -g, a_{\theta_D} = -10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, a_{\theta_E} = 0, a_{\theta_F} = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ג.}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2} \quad \text{ד.}$$

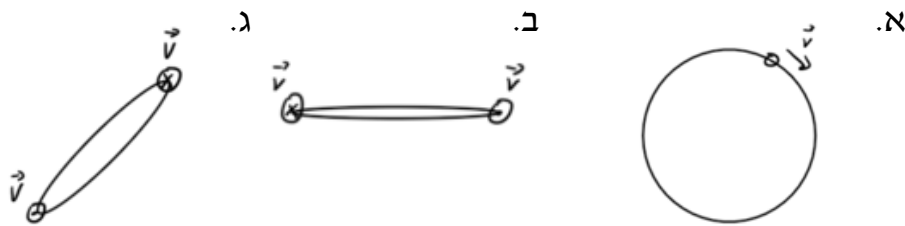
א.  $v = \sqrt{0.58gl}$  (14)  
 ב.  $T = 1.58mg$   
 ג. מהירות:  $v_B = \sqrt{0.32gl}$ , מתיחות:  $T = mg(1.19)$   
 ד. בשניהם:  $T = mg \frac{1}{\sqrt{2}}$   
 (15)  $\theta = 41.8^\circ$

## וקטורים בתנועה מעגלית:

### שאלות:

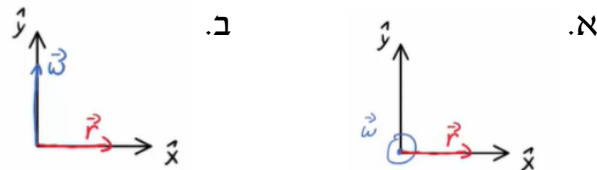
#### (1) מציאת הכיוון של אומגה

במקרים הבאים נתון כיוונה של המהירות הקווית של גוף הנע במעגל. מצא את הכיוון של המהירות הזוויתית בכל מקרה:



#### (2) תרגיל לנוסחה $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

מצא את כיוון המהירות הקווית של הגוף במקרים הבאים בהנחה כי הגוף נע בתנועה מעגלית.



#### (3) תאוצה זוויתית קבועה כוקטור

גוף נע במעגל בעל רדיוס קבוע שאינו ידוע.

התאוצה הזוויתית של הגוף קבועה ונתונה לפי:  $\vec{\alpha} = 2\hat{x} + 3\hat{y} + 1\hat{z}$  ביחידות של רדיאן לשנייה בריבוע.

המיקום ההתחלתי והמהירות הזוויתית ההתחלתית הם:  $\vec{r}_0 = 5\hat{x} + 3\hat{y} - 2\hat{z}$

במטרים ו-  $\vec{\omega}_0 = -2\hat{x} + 3\hat{y} - 4\hat{z}$  ברדיאן לשנייה.

מצא את גודל המהירות הקווית של הגוף ב-  $t = 2 \text{ sec}$ .

#### (4) דוגמה-וקטור המיקום של נהג המרוצים

מצא את וקטור המיקום כתלות בזמן בדוגמה עם נהג המרוצים.

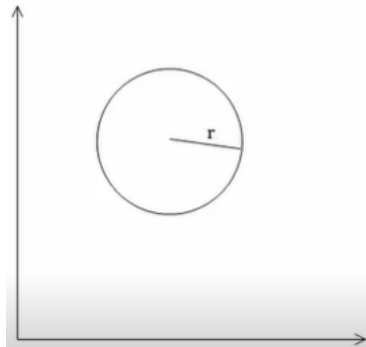
**(5) תנועה מעגלית שאינה סביב הראשית**

גוף נע על מעגל ברדיוס 3m.

הגוף חולף דרך הנקודה (5,4) ביחס לראשית הצירים O.

נתון כי מרכז המעגל נמצא ב- (5,7) והמהירות הזוויתית היא:  $\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{20 \text{ sec}}$

- א. מצא את וקטור המיקום של הגוף כפונקציה של הזמן.
- ב. מצא את וקטור המהירות של הגוף כפונקציה של הזמן.
- ג. מצא את וקטור התאוצה של הגוף כפונקציה של הזמן.
- ד. מצא את המהירות הממוצעת בין  $t = 5\text{sec}$  ל-  $t = 10\text{sec}$ .
- ה. מצא את תחום הזווית ביחס לראשית בו נע וקטור המקום.
- ו. מצא את תחום הגדלים של וקטור המקום.



## תשובות סופיות:

$$\text{א. } \otimes \quad \text{ב. } \downarrow \quad \text{ג. } \swarrow \quad (1)$$

$$\text{א. } \hat{y} \quad \text{ב. } -\hat{z} \quad (2)$$

$$63.63 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (3)$$

$$\vec{r} = 50 \cos\left(\frac{t^2}{25}\right) \hat{x} + 50 \sin\left(\frac{t^2}{25}\right) \hat{y} \quad (4)$$

$$\vec{r} = \left( 5 + 3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right), 7 + 3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right) \right) \text{ א.} \quad (5)$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \left( -3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right) \frac{\pi}{10}, 3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10}t\right) \frac{\pi}{10} \right) \text{ ב.}$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \left( \frac{-3}{5}, \frac{3}{5} \right) \text{ ד.} \quad \text{ג. } \vec{a} = \dot{\vec{v}} = -\omega^2 \vec{r}'$$

$$r_{\max} = 8.6 + 3, r_{\min} = 8.6 - 3 \text{ ו.}$$

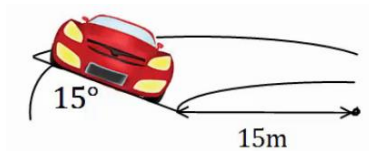
$$\theta_{\min} = 34.5^\circ, \theta_{\max} = 74.9^\circ \text{ ה.}$$

## תרגילים מסכמים:

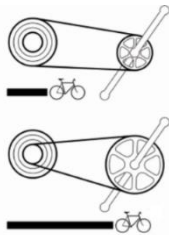
### שאלות:



- (1) **מטוטלת מסתובבת אופקית**  
מטוטלת בעלת אורך  $l$  מסתובבת סביב ציר האנך לתקרה בזווית מפתח קבועה  $\theta$ . נתון:  $l, \theta$ . מצא את התדירות וזמן המחזור של הסיבוב.



- (2) **מכונית במחלף**  
מכונית נוסעת על מחלף משופע. זווית השיפוע של המחלף היא  $15^\circ$  מעלות. רדיוס הסיבוב של המחלף הוא  $15$  מטרים. אם נניח שלמכונית אין חיכוך עם הכביש, מה המהירות בה צריכה לנסוע המכונית על מנת לא להחליק?



- (3) **הילוכי אופניים**  
הילוכים של אופניים מורכבים משני גלגלי שיניים ברדיוסים שונים ושרשרת המקיפה את שני הגלגלים. כאשר השרשרת מתוחה האורך שלה קבוע. מצאו את הקשר בין מהירות הסיבוב של גלגלי השיניים אם הרדיוסים שבהם מקיפה השרשרת כל אחד מהגלגלים ידועים.

- (4) **שני גופים על מסילה מעגלית אנכית (כולל עבודה ואנרגיה)**  
מסילה מעגלית חלקה, דקה ובעלת רדיוס  $R$  מוצבת במישור אנכי. מישור משופע וחלק משיק למסילה ומשתלב בה כמתואר בתרשים. מציבים את בול A בגובה  $2R$  ואת בול B על המישור המשופע בגובה זהה מהרצפה. נותנים ל-A דחיפה קלה ועוזבים את B ממצב מנוחה. שני הגופים מחליקים, גוף A בצידה החיצוני של המסילה ואילו גוף B משתלב ונכנס לתוך המסילה. בשלב מסוים כל אחד מהגופים מתנתק מהמסילה. התייחסו לגופים כאל גופים נקודתיים.

א. באיזו זווית  $\theta_1$  עם ציר ה-y, יתנתק גוף A מהמסילה?

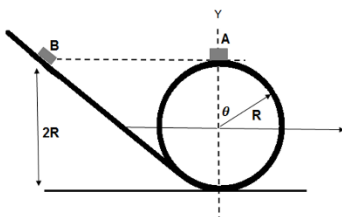
ב. באיזו זווית  $\theta_2$  יתנתק גוף B מהמסילה?

ג. אם שני הגופים מתנתקים מהמסילה בו זמנית.

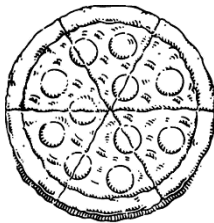
מה גודל המהירות היחסית בניהם?

ד. מה יהיה המרחק בין הגופים לאחר הניתוק,

אחרי פרק זמן  $\Delta t$  (הניחו שהגופים עדיין באוויר).



- (5) **מציאת מיקום כפונקציה של הזמן**  
 חלקיק מוגבל לנוע על מעגל ברדיוס R.  
 נתון שגודל המהירות של החלקיק:  $V(t) = Ct^2$  כאשר C קבוע.  
 מצאו ופתרו את משוואת המיקום של החלקיק.



- (6) **מסובבים פיצה בתנועה מעגלית**  
 מסובבים פיצה בתנועה מעגלית כך שמתקיים:  $\theta = 4t^2 + 5t$   
 כאשר  $\theta$  נמדדת ברדיאנים ו-t בשניות.  
 א. מצאו את המהירות הזוויתית של הבצק.  
 ב. מצאו את התאוצה הזוויתית של הבצק.  
 ג. לאחר שהוסיפו את הזיתים מסובבים עוד פעם את הפיצה באותו אופן.  
 מצאו את הרדיוס בו נמצא זית הנע בתאוצה משיקית של  $0.2 \frac{m}{sec^2}$ .  
 ד. חזור על סעיף ג' אם ידוע שהתאוצה הקווית הכוללת ב-  $t = 1 \text{ sec}$  היא:  $0.2 \frac{m}{sec^2}$ .

- (7) **תאוצה משיקית קבועה**  
 נקודה נעה במסלול מעגלי שרדיוסו 30 ס"מ.  
 הנקודה נעה בתאוצה משיקית קבועה של 4 מטר לשנייה בריבוע.  
 לאחר כמה זמן מתחילת התנועה התאוצה הרדיאלית של הנקודה תהיה:  
 א. גדולה פי 2 מהתאוצה המשיקית?  
 ב. שווה לתאוצה המשיקית?

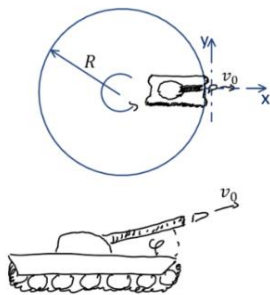
- (8) **זווית בין משיקית לכוללת**  
 גוף נקודתי מתחיל לנוע ממנוחה במסלול מעגלי בעל רדיוס 2 מטר בתאוצה משיקית קבועה. ידוע כי לאחר שני סיבובים שלמים הגיע הגוף למהירות קווית של 2 מטר לשנייה.  
 א. תוך כמה זמן השלים הגוף את שני הסיבובים הראשונים?  
 ב. מה הייתה התאוצה המשיקית של הגוף?  
 ג. מה הייתה הזווית בין וקטור התאוצה המשיקית לווקטור התאוצה השקולה לאחר שני הסיבובים הראשונים?  
 ד. מתי, החל מעת תחילת התנועה, תהיה התאוצה המשיקית שווה בגודלה לתאוצה המרכזית של הגוף?  
 ה. איזה מרחק יעבור הגוף עד אז? (ראה סעיף ד').

**9) חמישה סיבובים**

נקודה שנמצאת במרחק 15 ס"מ ממרכז הגלגל, מתחילה להסתובב בתאוצה משיקית קבועה. הנקודה מגיעה למהירות זוויתית של  $20 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$  לאחר 5 סיבובים. מצא את:

- התאוצה המרכזית של הנקודה כעבור 5 שניות.
- התאוצה המשיקית של הנקודה כעבור 5 שניות.
- התאוצה השקולה של הנקודה כעבור 5 שניות.

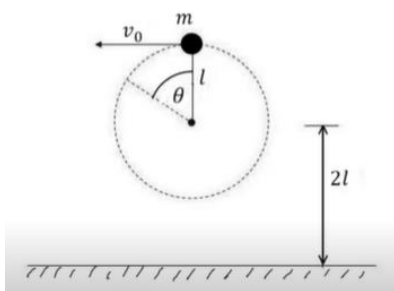
**10) טנק יורה פגז מדיסקה מסתובבת**



טנק נמצא בקצה של דיסקה ברדיוס R היכולה להסתובב במקביל לקרקע. הדיסקה מתחילה להסתובב ב- $t = 0$  בתאוצה זוויתית  $\ddot{\theta} = kt^2$ . כעבור זמן  $t_0$  הטנק נמצא במיקום שבאיור ויורה פגז. מהירות הלוע של הפגז היא  $v_0$ . התותח מכיוון בכיוון הרדיאלי כלפי חוץ, ובזווית  $\varphi$  מעל הקרקע (במאונך למישור שבו מסתובבת הדיסקה).

- באיזה מהירות ביחס לצופה ניח יוצא הכדור מלוע הטנק?
- באיזה מרחק מנקודת הירי יפגע הפגז?

**11) חוט נקרע במעגל אנכי גבוה**



כדור קטן שמסתו m קשור לקצהו של חוט שאורכו l. הכדור מסתובב במעגל אנכי שמרכזו בגובה 2l מעל הרצפה. כאשר החוט מתוח והכדור נמצא אנכית מעל ציר סיבוב מעניקים לו מהירות אופקית  $v_0$ .

- מה המהירות המינימלית  $v_0$  הנדרשת כדי שהכדור יבצע תנועה מעגלית שלמה?
- מעניקים לכדור מהירות התחלתית:  $v_0 = 1.5\sqrt{gl}$ , אם החוט נקרע ברגע שמתוחותו עולה על  $5.25mg$  מצאו את הזווית  $\theta$  שבה יקרע החוט.
- מה מהירות הכדור ברגע שהחוט נקרע, אם נתון ש:  $l = 2m$ ?
- תוך כמה זמן מרגע קריעת החוט יפגע הכדור ברצפה?

**תשובות סופיות:**

$$f = \frac{\omega}{2\pi}, T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1)$$

$$V \approx 6.34 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (2)$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (3)$$

$$d = \sqrt{\frac{8}{3}gR\Delta t} \quad \text{ז} \quad |\vec{V}_{AB}| = \sqrt{\frac{8}{3}gR} \quad \text{ג} \quad \theta_2 = \theta_1 = 48.2^\circ \quad \text{ב} \quad \theta_1 = 48.2^\circ \quad \text{א} \quad (4)$$

$$x = R \cos \frac{C \cdot t^3}{3R}, y = R \sin \left( \frac{C \cdot t^3}{3R} \right) \quad (5)$$

$$R = 2.5\text{cm} \quad \text{ג} \quad \alpha = \dot{\omega} = 8 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב} \quad \omega = \dot{\theta} = 8t + 5 \quad \text{א} \quad (6)$$

$$1.18 \cdot 10^{-3} \text{m} \quad \text{ז}$$

$$t \approx 0.27 \text{sec} \quad \text{ב} \quad t \approx 0.39 \text{sec} \quad \text{א} \quad (7)$$

$$t_2 = 5 \text{sec} \quad \text{ז} \quad \alpha = 87.73^\circ \quad \text{ג} \quad a_\theta \approx 0.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב} \quad t_1 \approx 25.1 \text{sec} \quad \text{א} \quad (8)$$

$$S = 1\text{m} \quad \text{ה}$$

$$|a| \approx 150 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ג} \quad a_\theta \approx 0.95 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב} \quad a_r \approx 150 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \text{א} \quad (9)$$

$$v_x = v_0 \cos \varphi, v_y = \frac{kt_0^3 R}{3}, v_z = v_0 \sin \varphi \quad \text{א} \quad (10)$$

$$d = \left[ (v_0 \cos \varphi)^2 + \left( \frac{kt_0^3 R}{3} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \left( t_0 + \frac{2v_0 \sin \varphi}{g} \right) \quad \text{ב}$$

$$t \approx 0.3 \text{sec} \quad \text{ז} \quad v \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג} \quad \theta \approx 110^\circ \quad \text{ב} \quad v_{\min} = \sqrt{gl^5} \quad \text{א} \quad (11)$$

## תרגילים מסכמים למתקדמים:

### שאלות:

#### (1) נקודה על גלגל

מיקומו של גוף כתלות הזמן נתון ע"י:  $x(t) = R\omega t - R \sin(\omega t)$  ,  $y(t) = R - R \cos(\omega t)$  , כאשר  $R$  ו- $\omega$  קבועים.

- מצאו את וקטורי המהירות והתאוצה של הגוף.
- מצאו את גודל התאוצה המשיקית והנורמאלית.
- ציירו את מסלול הגוף.

#### (2) חבל עם מסה מסתובב\*

נתון חבל אחיד בעל מסה  $m$  ואורך  $l$ .  
 החבל קשור בקצה אחד ומסתובב במישור אופקי במהירות זוויתית  $\omega$ .  
 מצא את גודל המתיחות לאורך החבל (כתלות במרחק מהקצה הקשור).  
 רמז: יש לחלק את החבל לחתיכות קטנות ולעשות משוואת תנועה על כל חתיכה.

#### (3) מטוטלת כפולה מסתובבת אופקית\*

גוף בעל מסה  $m_1$  מחובר באמצעות חוט באורך  $l_1$  לתקרה.  
 גוף בעל מסה  $m_2$  מחובר באמצעות חוט באורך  $l_2$  לגוף הראשון.  
 שני הגופים מסתובבים יחדיו בתדירות זוויתית קבועה  $\omega$  סביב ציר האנך לתקרה.  
 הזוויות בין החוטים לאנכים הן:  $\alpha$  ,  $\beta$  (ראה איור).

א. רשום את משוואת התנועה לכל גוף.

ב. מצא מהי הזווית  $\alpha$  עבור המקרה בו  $m_2 = 0$  ו-  $m_1 \neq 0$ .

מהי תדירות הסיבוב המינימלית האפשרית?

ג. דני ויוסי ניסו למצא את  $\omega$  במקרה הכללי.

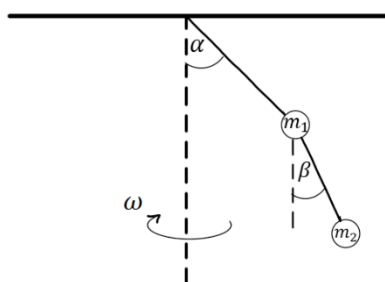
דני הציב את גדלי המתיחות של החוטים במשוואת התנועה של גוף 2

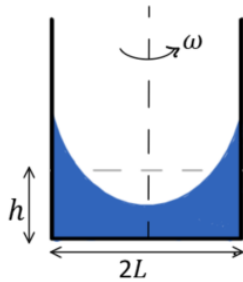
$$\text{וקיבל: } \omega^2 = \frac{g \tan \beta}{l_1 \sin \alpha + l_2 \sin \beta}$$

יוסי הציב את המתיחות במשוואת התנועה

$$\text{של גוף 1 וקיבל: } \omega^2 = \frac{g}{l_1} \cdot \frac{\frac{m_1 + m_2}{m_1} \tan \alpha - \frac{m_2}{m_1} \tan \beta}{\sin \alpha}$$

ישב את הסתירה.





**(4) מים בכלי מסתובב\*\***

תיבה באורך  $2L$  ורוחב  $\omega$  כך ש- $\omega \ll L$  מכילה מים. גובה המים בתיבה הוא  $h$ . מסובבים את התיבה במהירות זוויתית  $\omega$  סביב ציר העובר במרכזה. הנח כי המים לא נשפכים מהתיבה.

א. מצאו את הפונקציה המתארת את פני המים במרחב (רמז: חשבו את השיפוע של המשיק לפני המים בנקודה כלשהיא, שיפוע זה הוא הנגזרת של הפונקציה).

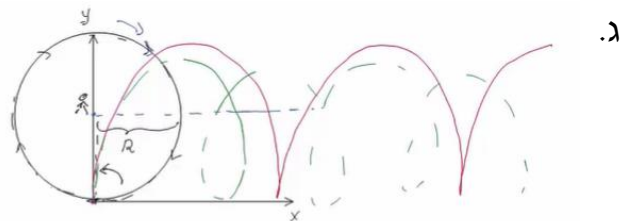
- ב. מהו הפרש הגבהים בין המים במרכז התיבה למים במרחק אופקי  $d$  מהמרכז?
- ג. מה יהיה הפרש הגבהים אם נגדיל את מהירות הסיבוב פי 2?
- ד. מהו התנאי שתחתית התיבה תתייבש בנקודה כלשהיא?

**תשובות סופיות:**

א.  $\vec{v} = (R\omega - R \cos(\omega t) \cdot \omega) \hat{x} + R \sin(\omega t) \cdot \omega \hat{y}$  (1)

$\vec{a} = R\omega^2 \sin(\omega t) \hat{x} + R\omega^2 \cos(\omega t) \hat{y}$

ב.  $|\vec{a}_t| = \frac{R\omega^2 (\sin \omega t)}{\sqrt{2(1 - \cos \omega t)}}$ ,  $|\vec{a}_n| = \frac{R\omega^2 (\cos(\omega t) - \cos(2\omega t))}{\sqrt{2(1 - \cos(\omega t))}}$  (1)



$T(x) = \frac{m\omega^2}{2l} (l^2 - x^2)$  (2)

גוף 1:  $\sum F_x = m_1 \omega^2 l_1 \sin \alpha$ ,  $\sum F_y = 0$  (3)

גוף 2:  $\sum F_x = m_2 \omega^2 (l_1 \sin \alpha + l_2 \sin \beta)$ ,  $\sum F_y = m_2 g$

א.  $y = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + h - \frac{\omega^2 L^2}{6g}$  (4)

ב.  $\Delta y = \frac{\omega^2 d^2}{2g}$

ג.  $\Delta y = \frac{2\omega^2 d^2}{g}$

ד.  $h = \frac{\omega^2 L^2}{6g}$

# מכניקה של חלקיקים

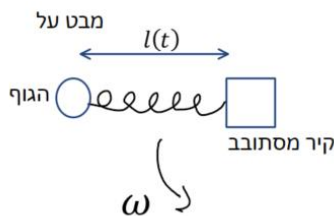
פרק 8 - קואורדינטות פולריות -

תוכן העניינים

1. תרגילים מסכמים	.....	(ללא ספר)
2. תרגיל - קרוסלה	.....	(ללא ספר)
3. תרגיל - רוכב אופנוע	.....	(ללא ספר)
4. הרצאות ותרגילים	.....	104

## הרצאות ותרגילים:

### שאלות:



#### (1) מסה קשורה עם קפיץ לקיר מסתובב

גוף נקודתי מחובר ע"י קפיץ לקיר שמסתובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega$  במישור האופקי. אורך הקפיץ משתנה בזמן ונתון לפי:  $l(t) = l_0 + A \sin(\Omega t)$  כאשר  $A$ ,  $\Omega$  ו- $l_0$  הם קבועים חיוביים ומתקיים  $A < l_0$ .

א. מהי תאוצת הגוף בקואורדינטות פולריות?

ב. נניח ש- $A$ ,  $\Omega$  ו- $\omega$  ידועים, מהו התנאי על  $l_0$  כך שבנקודות זמן

מסוימות כיוון התאוצה יהיה רק בכיוון  $\hat{\theta}$ ?

ג. מהי התשובה המספרית לסעיף ב' אם:  $\omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ,  $A = 0.2\text{m}$ ,  $\Omega = 3 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ?

#### (2) דני מסתובב במעגלים

דני בן השלוש מתחיל לרוץ במעגלים ממנוחה.

דני מתרחק מהנקודה בה התחיל לרוץ לפי:  $r = At^2$  והוא מסתובב במהירות

זוויתית הולכת וגדלה:  $\omega = Bt$ .  $\left( A = 0.4167 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, B = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \right)$ .

א. מצא את המהירות של דני כתלות בזמן בקואורדינטות פולריות.

ב. מצא את התאוצה של דני כתלות בזמן בקואורדינטות פולריות.

ג. כאשר דני מגיע לתאוצה השווה ל- $g$  הוא מקבל סחרחורת ונופל (על הטוסיק כמובן), מתי ייפול דני?

#### (3) כוח מסתורי בצינור

צינור מסתובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega$  סביב מרכזו.

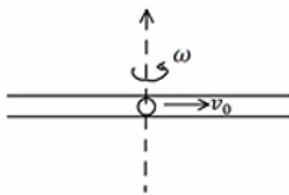
כדור קטן בעל מסה  $m$  נמצא ב- $t = 0$  במרכז הצינור.

לכדור מהירות התחלתית  $v_0$  בכיוון הרדיאלי.

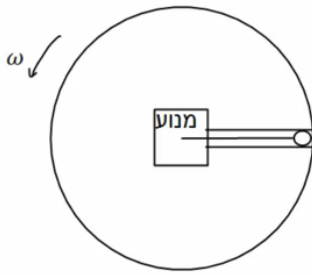
כוח מסתורי  $F$  (לא בהכרח קבוע) פועל על הכדור ושומר על מהירות הכדור ביחס לצינור להיות קבועה ושווה ל- $v_0$ . בין הצינור לכדור אין חיכוך.

א. מה מיקום הכדור כתלות בזמן?

ב. מהו הכוח  $F$  כתלות בזמן הפועל על הכדור?



#### (4) מנוע מושך כדור בתוך דיסקה מסתובבת

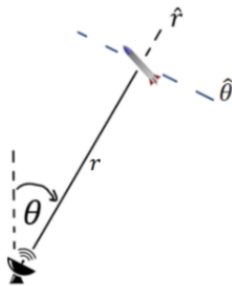


דיסקה ברדיוס  $R$  מונחת על שולחן ומקובעת במרכז. דיסקה מסתובבת סביב מרכז. במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ . בתוך הדיסקה ישנה תעלה, כדור בעל מסה  $m$  מונח בקצה של התעלה ויכול לזוז רק בתוך התעלה. במרכז הדיסקה נמצא מנוע המחובר בחוט לכדור. המנוע מושך את הכדור למרכז הדיסקה כך שתאוצת הכדור ביחס לדיסקה היא  $a_0$ .

- מצא את מיקום המסה כתלות בזמן ביחס לדיסקה וביחס למעבדה, בקואורדינטות פולריות.
- מה הכוח שמפעיל המנוע על הכדור כתלות בזמן?
- מה הכוח שמפעילים הקירות על הכדור?

#### (5) מכ"מ מזהה טיל

מכ"מ מזהה טיל הנמצא מעט מעל האטמוספירה עם מנוע כבוי. הבעיה דו מימדית.



נתון כי:  $r = 70\text{km}$ ,  $\theta = 30^\circ$ ,  $\dot{r} = 1100 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $\dot{\theta} = 1.5 \cdot 10^{-2} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

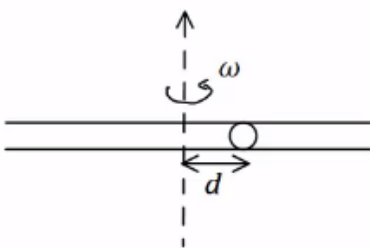
החיכוך עם האוויר זניח בגובה רב והתאוצה היחידה היא תאוצת הכובד השווה ל-  $\frac{9.6\text{m}}{\text{sec}^2}$  (התאוצה קטנה מעט בגלל המרחק ממרכז כדור הארץ).

- מהו גודלה של מהירות הטיל?
- מצאו את הערך של  $\ddot{r}$  ושל  $\ddot{\theta}$ .

#### (6) כדור חופשי בתוך צינור מסתובב

צינור מסתובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega$  סביב מרכזו. כדור קטן בעל מסה  $m$  נמצא בתוך הצינור. ב- $t=0$  הכדור נמצא במנוחה ביחס לצינור ובמרחק  $d$  ממרכז הצינור. בין הצינור לכדור אין חיכוך.

- רשום את הכוחות הפועלים על הכדור בצירים פולריים.
- רשום את משוואת התנועה בכיוון הרדיאלי.
- בדוק כי הפתרון:  $r(t) = Ae^{\omega t} + Be^{-\omega t}$  מתאים למשוואה שמצאת ומצא את הקבועים  $A$ ,  $B$ .
- מהו הכוח הנורמאלי הפועל מהצינור על כדור?



**(7) משוואות לתנועת חלקיק**

תנועת חלקיק מתוארת ע"י המשוואות:  $r = A \cdot t^\alpha$  ו-  $\dot{\theta} = \omega = \text{const}$  כאשר  $A, \alpha$  קבועים.

א. הביעו את  $r$  כתלות ב-  $\theta$ .

ב. שרטטו את התנועה עבור:  $\alpha > 0$ ,  $\alpha < 0$ ,  $\alpha = 0$ .

ג. הניחו כי הגוף מתחיל מהראשית וכי:  $\alpha = 1$ ,  $A = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $\omega = 2 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ .

כמה סיבובים יעבור הגוף עד שהרדיוס יהיה  $30 \text{ m}$ ?

**(8) חללית במסלול ספיראלי**

חללית 1 נעה במסלול ספיראלי (בדו מימד) כך ש-  $r_1(t) = At^\alpha$ , כאשר  $A$  ו-  $\alpha$  הם קבועים חיוביים נתונים.

נתון גם כי:  $\ddot{\vec{r}}(t) \cdot \hat{r} = A\alpha(\alpha-1)t^{\alpha-2} - AC^2t^\alpha e^{2Ct}$ .

החללית נעה נגד כיוון השעון ו-  $C$  הוא גם קבוע חיובי נתון. בזמן  $t = 0$  החללית חוצה את ציר ה-  $x$  השלילי.

א. מצאו את מיקום החללית בקואורדינטות קרטזיות.

ב. חללית 2 נעה על מסלול ספיראלי כך ש-  $r_2(t) = \frac{1}{2}r_1(t)$  ובאותה זווית

כמו חללית 1.

מצאו את המיקום, המהירות והתאוצה של חללית 1 ביחס לחללית 2.

ג. תארו באופן מילולי את תנועתה של חללית 1 ביחס לחללית 2 אם  $\alpha = 2$ .

**(9) עכביש הולך על דיסקה מסתובבת**

עכביש נמצא במרכזה של דיסקה המסתובבת במהירות זוויתית  $0.2 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ .

העכביש מתחיל לנוע במהירות קבועה ובקו ישר ביחס לדיסקה עד לקצה הדיסקה ברדיוס  $2 \text{ m}$ . הזמן שלוקח לעכביש להגיע לקצה הוא  $4$  שניות.

א. מצאו את וקטורי מהירותו ותאוצתו של העכביש (ביחס למעבדה).

ב. הסבירו מדוע יש לעכביש תאוצה אם הוא הולך במהירות קבועה ביחס לקרוסלה.

ג. הסבירו באופן איכותי את כל אחד מהרכיבים של תאוצת העכביש.

**(10) מהירות מינימאלית ללווין**

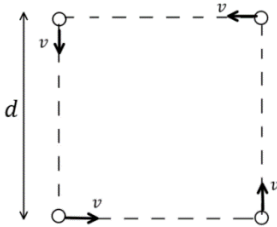
לווין שעובר בסמוך לפני כדה"א מרגיש תאוצה  $\vec{a} = -g\hat{r}$  (בהזנחת התנגדות האוויר).

מצאו מה צריכה להיות המהירות המינימלית של הלווין כך שלא יתנגש בפני כדה"א

וישלים סיבוב.

**11) משחק תופסת\***

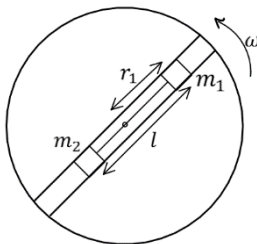
ארבעה ילדים משחקים תופסת, הם מתחילים לרוץ מארבע פינות של ריבוע בגודל  $d \times d$ . כל ילד רץ במהירות קבועה  $v$  לעבר הילד שמשמאלו (הכיוון הוא תמיד לכיוון הילד שמשמאלו).



- תאר את תנועת הילדים וקבע היכן ייפגשו.
- כעבור כמה זמן ייפגשו?
- כמה סיבובים עשה כל ילד עד למחצית מהזמן שנפגשו?
- מצא את וקטור המיקום של הילד המתחיל ברביע הראשון כפונקציה של הזמן בקואורדינטות קרטזיות. רמזים: מהי הסימטריה בבעיה? איזה צורה יוצרים הילדים בכל רגע? רשום את המהירות של כל ילד בקואורדינטות פולריות.

**12) שתי מסות מחוברות בחוט בתוך דסקה מסתובבת\***

על דסקה המסתובבת במהירות זוויתית קבועה  $\omega$  ישנה מסילה העוברת דרך מרכז הדסקה. במסילה ישנן שתי מסות  $m_1$ ,  $m_2$  המחוברות בחוט באורך  $l$ . המערכת מונחת על שולחן אופקי (ז"א כיוון כוח הכובד לתוך הדף).



- מצא את היחס בין המסות על מנת שרדיוס כל מסה יישאר קבוע במהלך התנועה. כעת חותכים את החוט. נסמן את הזמן שבו חותכים את החוט ב- $t = 0$ .
- רשום משוואה דיפרנציאלית שפתרונה ייתן את  $r_1(t)$ .
- פתור את המשוואה ומצא את  $r_1(t)$ . הנח כי  $r_1$  הוא מיקום המסה ברגע השחרור.

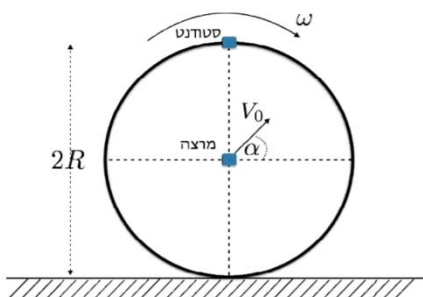
**13) רוכב אופנוע\***

רוכב אופנוע מתחיל את תנועתו ממנוחה. מרחקו מנקודת ההתחלה משתנה לפי  $r = Ct$ , כאשר  $C$  קבוע. בנוסף הרוכב מסתובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ . מצא את המרחק המקסימלי אליו יגיע הרוכב אם נתון מקדם החיכוך הסטטי  $\mu_s$ .

### 14 סטודנט ומרצה על גלגל ענק\*

סטודנט נמרץ פוגש מרצה בעת ביקורו בפארק שעשועים. הסטודנט נחוש בדעתו להראות שהוא יודע מכניקה ומשכנע את המרצה לטפס למרכז גלגל ענק. הסטודנט עולה על הקרון של הגלגל. הגלגל מסתובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega$  עם כיוון השעון ורדיוסו  $R$ . כשהסטודנט מגיע לשיא הגובה המרצה זורק כרית במהירות התחלתית  $v_0$  ובזווית  $\alpha$  ביחס לאופק. בזמן מסוים לאחר זריקת הכרית הסטודנט קופץ מהקרון כך שמהירותו היא המהירות המשיקית של הקרון ביחס למרצה. הסיכוי היחידי של הסטודנט לא להיפצע בעת הפגיעה בקרקע הוא אך ורק אם ינחת על הכרית. הנח שתנועת הכרית היא כתנועת אבן. לפני הזינוק של הסטודנט:

- רשמו את ווקטור המיקום של הכרית בקואורדינטות קרטזיות ביחס למרצה.
- רשמו את ווקטור המיקום של הכרית בקואורדינטות פולריות ביחס למרצה.
- רשמו את ווקטור המיקום של הסטודנט בקואורדינטות קרטזיות ביחס למרצה.
- רשמו את ווקטור המיקום של הסטודנט בקואורדינטות פולריות ביחס למרצה.
- רשמו את ווקטור המיקום של הכרית בקואורדינטות קרטזיות ביחס לסטודנט.
- מה צריכה להיות גודלה של המהירות ההתחלתית  $v_0$  והזווית  $\alpha$  כדי שהכרית תעבור ליד הסטודנט לאחר זמן  $t_0$ .
- הסטודנט מחליט לקפוץ כשהכרית עוברת לידו (אסור לו לתפוס אותה כשהיא לידו).
  - הכרית יכולה לעבור ליד הסטודנט כשהיא לפני שיא הגובה, בשיא הגובה או אחריו. באיזה משלושת המקרים על הסטודנט לקפוץ על מנת לחסוך את הוצאות החיוב של האמבולנס? (נמקו את תשובתכם).
  - על פי הסעיף בהינתן שהסטודנט והכרית בקרקע באותו הזמן. מה הוא הקשר בין ווקטורי המהירויות של הסטודנט והכרית בעת הקפיצה כך שהסטודנט לא יפגע?
  - חשבו את הגובה בו תתרחש הקפיצה. בטאו את הגובה הנ"ל בעזרת קבועי הבעיה בלבד ( $t_0$  הוא לא קבוע בעיה עבור שאלה זו).



**15 קרוסלה\*\***

- חיפושית נעה על קרוסלה המסתובבת במהירות זוויתית קבועה  $\omega_0$ .  
 רדיוס הקרוסלה R. החיפושית נעה מקצה הקרוסלה למרכזה במהירות  
 קבועה  $v_0$  ביחס לקרוסלה.
- א. מצא את מיקום החיפושית בקורדינטות קרטזיות ובקורדינטות פולריות  
 ביחס לצופים הבאים:
- i. צופה A - הנמצא על הקרוסלה בנקודת ההתחלה של החיפושית.
  - ii. צופה B - הנמצא על הקרוסלה במרכזה.
  - iii. צופה C - הנמצא במרכז הקרוסלה אך אינו מסתובב איתה.
  - iv. צופה D - הנמצא בקצה הקרוסלה ואינו מסתובב עם הקרוסלה.
- ב. מצא את המהירות והתאוצה ביחס לאותם צופים.

## תשובות סופיות:

$$\vec{a} = -\left((\Omega^2 + \omega^2)A \sin \Omega t + \omega^2 l_0\right) \hat{r} + (2\Omega A \cos \Omega t) \hat{\theta} \quad \text{א. (1)}$$

$$\theta < l_0 \leq 2m \quad \text{ג.} \quad \theta < l_0 \leq \frac{\Omega^2 + \omega^2}{\omega^2} \cdot A \quad \text{ב.}$$

$$\vec{a} = (2A - B^2 A t^4) \hat{r} + (5AB t^2) \hat{\theta} \quad \text{ב.} \quad \vec{r} = 2A t \hat{r} + A t^2 \cdot B t \hat{\theta} \quad \text{א. (2)}$$

$$t = 2 \text{ sec} \quad \text{ג.}$$

$$F_r = m(0 - \omega^2 v_0 t) \quad \text{ב.} \quad r = v_0 \cdot t, \theta(t) = \omega \cdot t \quad \text{א. (3)}$$

$$, r'(t) = R - \frac{1}{2} a_0 t^2, \theta'(t) = 0 \quad \text{א. ביחס לדיסקה: (4)}$$

$$T = m \left( a_0 + \omega^2 \left( R - \frac{1}{2} a_0 t^2 \right) \right) \quad \text{ב.} \quad r(t) = R - \frac{1}{2} a_0 t^2, \theta(t) = \omega t \quad \text{ביחס למעבדה: (5)}$$

$$N_z = mg \quad \text{ג.}$$

$$\ddot{r} = 7.44 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \ddot{\theta} \approx -4.03 \cdot 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \quad \text{ב.} \quad |\vec{v}| \approx 1521 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א. (6)}$$

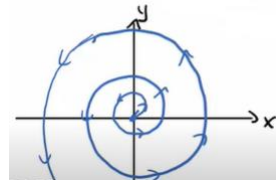
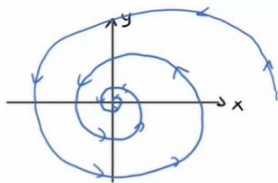
$$\ddot{r} - \dot{\theta}^2 r = 0 \quad \text{ב.} \quad \sum F_r = 0, \sum F_\theta = N_\theta, \sum F_z = N_z - mg \quad \text{א. (7)}$$

$$N_\theta = m \omega^2 d (e^{\omega t} - e^{-\omega t}), N_z = mg \quad \text{ג.} \quad \dot{r} = \omega A e^{\omega t} - \omega B e^{-\omega t}, A = B = \frac{d}{2} \quad \text{א.}$$

$$: \alpha < 0$$

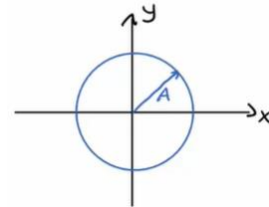
$$: \alpha > 0 \quad \text{ב.}$$

$$r = A \left( \frac{\theta}{\omega} \right)^\alpha \quad \text{א. (7)}$$



$$N \approx 2.39 \quad \text{ג.}$$

$$: \alpha = 0$$



$$\vec{r}(t) = A t^\alpha \left( -\cos(e^t - 1) \hat{x} - \sin(e^t - 1) \hat{y} \right) \quad \text{א. (8)}$$

$$x(t) = -\frac{1}{2} A t^\alpha, y(t) = 0 \quad \text{ב.}$$

$$v_x(t) = -\frac{1}{2} A \alpha t^{\alpha-1}, a_x(t) = -\frac{1}{2} A \alpha (\alpha - 1) t^{\alpha-2}$$

ג. תנועה בתאוצה קבועה בקו ישר.

$$\vec{v} = 0.5\hat{r} + 0.1t\hat{\theta}, \quad \vec{a} = -0.02 \cdot t\hat{r} + 0.2\hat{\theta} \quad \text{א. (9)}$$

ב. כי הוא לא זז במהירות קבועה ביחס למעבדה.

ג. רכיב רציאלי: תאוצה רציאלית מהתנועה.

רכיב  $\theta$ :  $v_\theta = \omega r$  בגלל ש- $r$  משתנה צריך תאוצה בכיוון  $\theta$  שתגדיל את

המהירות בכיוון  $\theta$  אפילו ש- $\omega$  קבוע.

$$\sqrt{gR_E} \quad \text{ב. (10)}$$

א. התנועה היא של הפינות של ריבוע הקטן ומסתובב. המפגש יהיה במרכז.

$$\frac{d}{v} \quad \text{ב.} \quad \frac{\ln 2}{2\pi} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{r}(t) = \left( -\frac{vt}{\sqrt{2}} + \frac{d}{\sqrt{2}} \right) \left[ \cos \left( \ln \left( \frac{d}{d-vt} \right) + \frac{\pi}{4} \right) \hat{x} + \sin \left( \ln \left( \frac{d}{d+vt} \right) + \frac{\pi}{4} \right) \hat{y} \right] \quad \text{ד.}$$

$$r_1(t) = \frac{r_1}{2} (e^{\omega t} + e^{-\omega t}) \quad \text{ג.} \quad \ddot{r}_1 = \omega^2 r_1 \quad \text{ב.} \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad \text{א. (12)}$$

$$r_{\max} = \sqrt{(\mu_s g)^2 - (2C\omega_0)^2} \left( \frac{1}{\omega_0} \right) \quad \text{ב. (13)}$$

$$x_1 = v_0 \cos \alpha \cdot t, \quad y_1 = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{א. (14)}$$

$$r = \sqrt{(v_0 \cos \alpha \cdot t)^2 + \left( v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2 \right)^2}, \quad \tan \theta = \frac{v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2}{v_0 \cos \alpha t} \quad \text{ב.}$$

$$r = R, \quad \theta = \frac{\pi}{2} - |\omega| \cdot t \quad \text{ד.} \quad x_2 = R \cos \left( \frac{\pi}{2} - |\omega| t \right), \quad y_2 = R \sin \left( \frac{\pi}{2} - |\omega| t \right) \quad \text{ג.}$$

$$x_{1,2} = v_0 \cos \alpha t - R \cos \left( \frac{\pi}{2} - |\omega| t \right), \quad y_{1,2} = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t - R \sin \left( \frac{\pi}{2} - |\omega| t \right) \quad \text{ה.}$$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{1}{2} g t_0^2 + R \sin \left( \frac{\pi}{2} - |\omega| t_0 \right)}{R \cos \left( \frac{\pi}{2} - |\omega| t_0 \right)} \quad \text{ו.}$$

$$v_0^2 t_0^2 = \left( \frac{1}{2} g t_0^2 + R \sin \left( \frac{\pi}{2} - |\omega| t_0 \right) \right)^2 + R^2 \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} - |\omega| t_0 \right) \quad \text{ז. אחריו.}$$

ח. וקטורי המהירות חייבים להיות שווים בגודל ובכיוון.

$$y = \frac{v_0 \cos \alpha}{|\omega|} \quad \text{ט.}$$

א. ראה סרטון. ב. ראה סרטון. (15)

# מכניקה של חלקיקים

פרק 9 - כוחות מדומים ומערכות מסתובבות -

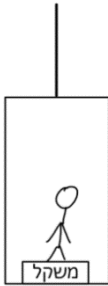
תוכן העניינים

1. הסבר על כוחות מדומים ומערכת הנעה בקו ישר. 112
2. כוחות מדומים במערכת מסתובבת - הצנטרפוגלי והקוריאוליס 115
3. תרגילים מסכמים (ללא תנועה מעגלית) (ללא ספר) 116
4. תרגילים עם הקוריאוליס והצנטריפוגלי. 116
5. תרגיל - גלגול נעות במעלית (ללא ספר)
6. תרגיל - מכונת משולשת (ללא ספר)

## הסבר על כוחות מדומים ומערכת הנעה בקו ישר:

### שאלות:

#### (1) דוגמה-משקל במעלית



אדם עומד על משקל בתוך מעלית. מסת האדם היא 70 ק"ג. המעלית עולה מקומת הקרקע לקומה 15.

בתחילת התנועה המעלית מאיצה בקצב קבוע של  $3 \frac{m}{sec^2}$ .

החל מקומה 2 המעלית נעה במהירות קבועה עד לקומה 12.

החל מקומה 12 המעלית מאטה בקצב קבוע של  $4 \frac{m}{sec^2}$

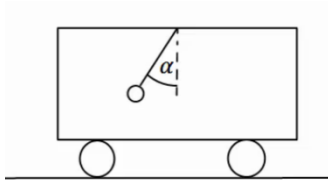
עד לעצירה בקומה 15.

מצא מה מורה המשקל בכל רגע במהלך תנועת המעלית.

פתור פעם אחת מנקודת מבט של צופה מהקרקע

ופעם נוספת מנקודת מבט של צופה הנמצא בתוך המעלית.

#### (2) מכשיר למדידת תאוצה



מטוטלת קשורה לתקרת מכוננית.

המטוטלת נמצאת בזווית קבועה ונתונה  $\alpha$ ,

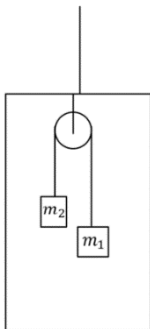
ביחס לאנך מתקרת המכוננית.

מצא מהי תאוצת המכוננית (גודל וכיוון).

פתור פעם אחת מנקודת מבט של צופה מהקרקע

ופעם שניה מנקודת מבטו של צופה בתוך המכוננית.

#### (3) מכונת אטווד במעלית



שתי מסות:  $m_1 = 5kg$  ו-  $m_2 = 3kg$  מחוברות באמצעות

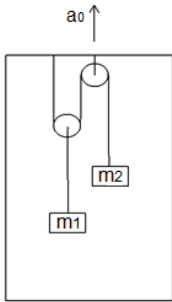
חוט דרך גלגלת אידיאלית הקשורה לתקרת מעלית.

המערכת מתחילה ממנוחה ותאוצת המעלית

היא:  $a_0 = 2 \frac{m}{sec^2}$  כלפי מעלה.

הגובה של  $m_1$  מעל רצפת המעלית הוא:  $h = 5m$ .

כמה זמן ייקח ל-  $m_1$  להגיע אל רצפת המעלית?



**(4) גלגלות נעות במעלית\***

מערכת הגלגלות המתוארת באיור תלויה מתקרת מעלית העולה בתאוצה קבועה  $\alpha_0$ . כל הגלגלות הינן חסרות מסה.

א. מצאו את תאוצת המסות.

ב. ידוע כי  $m_1 > 2m_2$ .

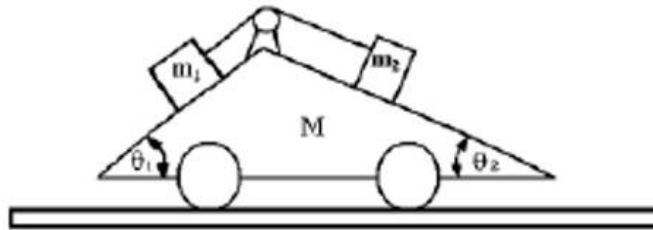
עוזבים את המערכת ממנוחה כאשר המסה  $m_1$

נמצאת מטר מעל לרצפת המעלית.

תוך כמה זמן תפגע המסה  $m_1$  ברצפת המעלית?

**(5) תרגיל חי משנקר - משולש עם שתי מסות\***

באיור מתוארת עגלה שמסתה  $M$  המורכבת משני מישורים משופעים חלקים. שתי מסות נקודתיות  $m_1$  ו- $m_2$  מחוברות ביניהן בחוט העובר בגלגלת אידיאלית. המישורים המשופעים והמישור האופקי עליו נעה העגלה חלקים.



נתונים:  $M = 35\text{kg}$ ,  $m_1 = 10\text{kg}$ ,  $m_2 = 5\text{kg}$ ,  $\theta_1 = 45^\circ$ ,  $\theta_2 = 30^\circ$ .

משחררים את המסות הנקודתיות ממצב מנוחה והן מחליקות על המישורים המשופעים.

חשב את תאוצת העגלה ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

**(6) מכונית משולשת\*\***

בציור מתוארת מכונית משולשת עם זווית ראש  $\theta$ .

על המכונית ישנה מסה  $M$  ובין המכונית למסה קיים חיכוך.

נתון כי:  $\sin \theta = 0.6$ ,  $\mu_k = \mu_s = 0.2$ .

א. מהו התנאי שהתאוצה  $a$  צריכה לקיים על

מנת שהמסה לא תחליק מטה?

ב. כעת, נתון כי  $a = 0.2g$ .

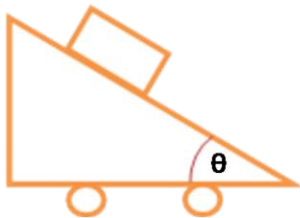
חשב את תאוצת הגוף במערכת העגלה.

ג. חשב את תאוצת הגוף במערכת המעבדה ( $a = 0.2g$ ).

ד. כעת נתון כי העגלה נעה שמאלה.

מה צריכה להיות התאוצה הקריטית שמאלה של

העגלה כדי שהמשקולת תינתק מהמישור המשופע?



**תשובות סופיות:**

$$(1) \text{ קומות } 0-2 : 91\text{kg} , \text{ קומות } 2-12 : 70\text{kg} , \text{ קומות } 12-15 : 42\text{kg}$$

$$(2) a_x = g \tan \alpha , \text{ ימינה.}$$

$$(3) t = 1.83\text{sec}$$

$$(4) a_2 = -2(a_0 + g) \frac{2m_2 - m_1}{2m_2 + m_1} , a_1 = \frac{2m_2 - m_1}{4m_2 + m_1} (a_0 + g) . \text{א.}$$

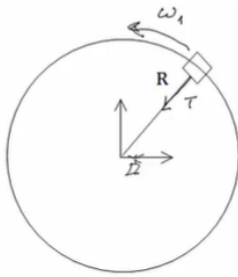
$$(4) \text{ב. } t = \sqrt{\frac{(4m_2 + m_1) \cdot 2}{(m_1 - 2m_2)(a_0 + g)}}$$

$$(5) a_M = 1.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$(6) \text{א. } a \geq 0.48g \text{ ב. } a_x' = 0.256g \text{ ג. } a_x = 0.4g , a_y = 0.15g \text{ ד. } a = 1.33g$$

## כוחות מדומים במערכת מסתובבת – הצנטרפוגלי והקוריאוליס:

### שאלות:



- (1) דוגמה על גוף שנע בתנועה מעגלית מנקודת מבט של צופה אינרציאלי (אינו מסתובב)  
 צופה מסתובב היא מערכת לא אינרציאלית וצריך להוסיף לה כוחות מדומים.  
 הכוחות המדומים מגיעים בגלל שהצופה מסתובב ולא בגלל שהגוף מסתובב.  
 האומגה הוא תמיד של הצופה (בלרינה) ביחס למעבדה. נתח ביחס לצופה במעבדה.
- (2) אותה הדוגמה מנקודת מבט של צופה המסתובב עם הגוף  
 נתח ביחס לצופה שמסתובב עם הגוף.
- (3) אותה הדוגמה מנקודת מבט של צופה המסתובב במהירות זוויתית שונה מהגוף  
 נתח ביחס לצופה שמסתובב במהירות זוויתית שונה מהגוף.

### תשובות סופיות:

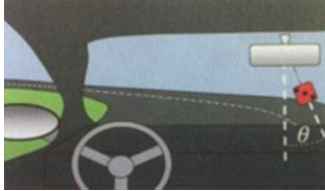
$$T = m\omega_1^2 R \quad (1)$$

$$T = m\omega_1^2 R \quad (2)$$

$$T = m\omega_1^2 R \quad (3)$$

## תרגילים עם הקוריאוליס והצנטריפוגלי:

### שאלות:



#### (1) מכונית בסיבוב עם קובייה תלויה

נהג מסתובב עם מכוניתו סביב כיכר

$$v = 20 \frac{m}{sec}, R = 50m, \text{ במהירות}$$

על מראת המכונית תלויה קובייה שמסתה  $m = 0.1kg$ .

א. במערכת הייחוס של הנהג, מהו הכוח המדומה (הכוח הצנטריפוגלי) הפועל על הקובייה?

ב. מצאו, פעם במערכת הייחוס של צופה מן הצד ופעם במערכת הייחוס של הנהג, את הזווית בה תלויה הקובייה ביחס לאנך בשיווי-משקל.

#### (2) מטוטלת בתוך תיבה מסתובבת

תיבה קשורה בחבל שאורכו  $R$  למוט המסתובב במהירות זוויתית  $\omega$ .

תולים מטוטלת שאורכה  $L$  ומסתה  $M$  מהקיר של התיבה.

המסה שבקצה המטוטלת היא גוף בעל מטען

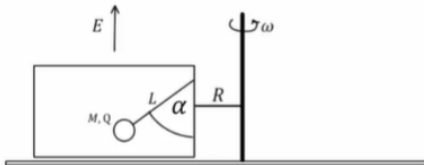
חשמלי  $Q$  הנמצא בשדה חשמלי  $E$  כלפי מעלה

(גוף טעון הנמצא בשדה חשמלי מרגיש כוח שגודלו  $QE$

וכיוונו בכיוון השדה החשמלי).

חשבו את הזווית של המטוטלת עם הקיר במצב שיווי משקל.

הניחו ש-  $R \ll L \sin \alpha$ .



#### (3) זיגי הולך על השפה של דיסקה מסתובבת

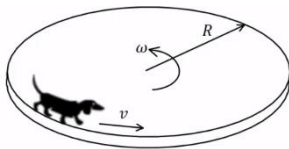
זיגי הולך על השפה של דיסקה מסתובבת במהירות קבועה  $v$  לאורך היקפה של

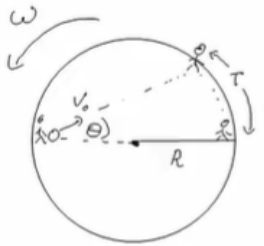
דיסקה המסתובבת במהירות זוויתית  $\omega$ .

המהירות  $v$  נתונה ביחס לדיסקה.

משקלו של זיגי הוא  $m$  ורדיוס הדיסקה הוא  $R$ .

מהו כוח החיכוך הפועל על זיגי מהדיסקה (גודל וכיוון)?





**4) יוסי ודני מתמסרים על דסקה מסתובבת**

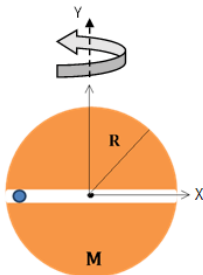
יוסי ודני עומדים זה מול זה על גבי דסקה בעלת רדיוס R המסתובבת במהירות זוויתית  $\omega$  סביב צירה. האנשים קבועים במקומם על שפת הדיסקה כאשר מרכז הדיסקה נמצא בדיוק ביניהם.

יוסי מגלגל כדור קטן על הדיסקה שמגיע לדני כעבור זמן T.

א. מצא את מהירות הזריקה (גודל וכיוון) יחסית לדיסקה. בצע את החישוב במערכת המעבדה.

ב. מצא את משוואת התנועה של המסה במערכת הדיסקה בעזרת מערכת קואורדינטות פולריות היחסית למערכת ומרכז הדיסקה.

**5) חלקיק במנהרה**



חלקיק נקודתי בעל מסה m נע בתוך מנהרה ישרה העוברת במרכז כדור הארץ (הנח כי מסת כדור הארץ ורדיוסו ידועים וצפיפותו אחידה).

נתון גם כי כדור הארץ מסתובב במהירות זוויתית  $\omega$ .

על החלקיק פועל כוח חיכוך השווה ל- $\mu N$  כאשר N הוא הכוח הנורמאלי הפועל מדופן המנהרה.

א. מהו גודל כוח הכובד בתוך הכדור כתלות במרחק ממרכזו?

התייחס לנוסחה המלאה של כוח הכובד:  $\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2} \hat{r}$

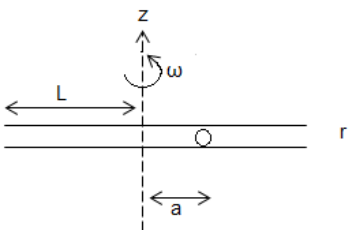
(כאשר G הוא קבוע נתון, r הוא המרחק ממרכז הכדור).

ב. מהם הכוחות הצנטריפוגלי וקוריאוליס הפועלים על החלקיק כתלות במיקום ובמהירות?

ג. מהו כוח החיכוך הפועל על החלקיק?

ד. רשמו משוואות התנועה עבור רכיב המיקום לאורך ציר ה-x במערכת מסתובבת.

**6) כדור בצינור מסתובב**



צינור גלילי באורך 2l מסתובב במהירות זוויתית  $\omega$

סביב ציר אנכי הניצב לצינור ועובר במרכזו.

גוף בעל מסה m נע ללא חיכוך בתוך הצינור.

נתון כי הגוף מתחיל ממנוחה ובמרחק a

ממרכז הצינור. (לצורך השאלה יש להתעלם מכוח הכובד).

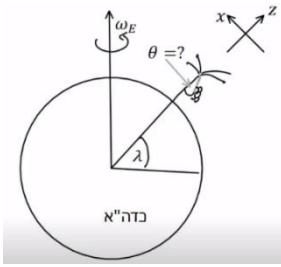
א. מצא את הכוחות הפועלים על החלקיק במערכת הצינור המסתובב.

ב. חשב את המהירות כפונקציה של הזמן וכפונקציה של המרחק מהציר. (פתור את המשוואה הדיפרנציאלית בעזרת הכפלה ב-r).

ג. מצא את הזמן בו הגוף ייצא מהצינור.

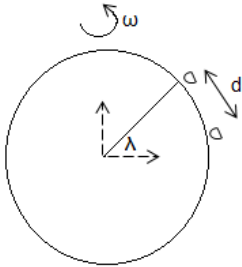
ד. רשום את משוואת התנועה של הגוף בצינור במידה וקיים כוח חיכוך ומקדם החיכוך הקינטי נתון  $\mu$ .

**(7) עכביש מטפס על עץ**



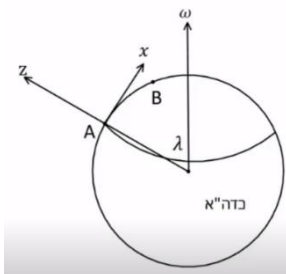
עץ דקל נמצא בקו רוחב  $\lambda$  וכיוונו מקביל לרדיוס כדה"א (הנח שגובהו זניח ביחס לרדיוס כדה"א). עכביש מטפס במהירות קבועה במעלה חוט שטווה המחובר לעץ. מצא את הזווית שיוצר החוט עם העץ. הנח כי תאוצת הכובד  $g$  כבר כוללת את התיקון הצנטריפוגלי וכי הזווית עם העץ קטנה ולכן ניתן להזניח את רכיבי המהירות בצירים  $x, y$  (התייחס ל- $\omega_E, R_E, v$  בנתונים).

**(8) סירה יורה פגז**



סירה נמצאת בקו רוחב  $\lambda$  יורה פגז במהירות  $v$  לעבר סירה אחרת הנמצאת במרחק  $d$  ממנה לכיוון דרום. נתון מהירות כדור הארץ היא  $\omega$ . מצא את הסטייה במיקום הפגז בעקבות כוח קוריאוליס. הזנח את ההשפעה של הכוח על רכיבי המהירות בכיוון מזרח מערב ובכיוון אנך לכדור הארץ. הנח כי הפגז נע בקו ישר והתעלם מהתנועה הבליסטית.

**(9) פגז עם כנפיים**

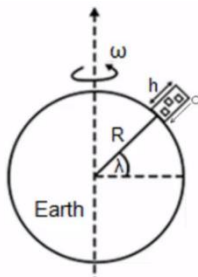


פגז עם כנפיים נורה במהירות  $v = 4 \frac{\text{Km}}{\text{sec}}$ .

בגלל הכנפיים, הפגז עף בגובה קבוע מעל פני כדה"א. הפגז יוצא מנקודה A הנמצאת בזווית  $\lambda = 5^\circ$  מציר הסיבוב של כדה"א ומגיע לנקודה B הנמצאת במרחק  $d = 5 \text{ Km}$  צפונית לנקודה A.

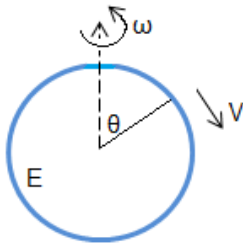
ניתן להניח כי  $d \ll R_E$  ומכאן שקו הרוחב של B זהה לזה של A. חשב את הזווית בה צריך לירות את הפגז ביחס לקו האורך המתבר בין A ל-B כך שיגיע בדיוק לנקודה B. רמז: מומלץ לשים לב לגדלים בשאלה ולעשות הזנחות בהתאם.

**(10) כדור משוחרר מגג בניין**



כדור משוחרר ממנוחה מגג בניין בגובה  $h$  הנמצא בקו רוחב  $\lambda$ .

חשב את הסטייה של הכדור הנובעת מכוח קוריאוליס. הזנח את כל ההשפעות של הכוח הצנטריפוגלי.

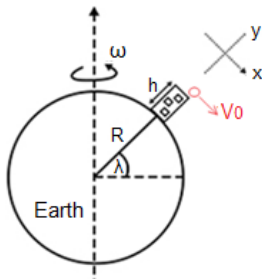


**(11) הפרש גבהים בגדות נהר**

נהר זורם במהירות  $v$  מצפון לדרום.  
מיקום הנהר הוא בזווית  $\theta$  ביחס לציר הסיבוב של כדור הארץ.  
נתון רדיוס כדור הארץ ורוחב הנהר  $D$ .  
מהירות כדור הארץ היא:  $\omega = \frac{2\pi}{24}$ .  
מצא את הפרש הגבהים בין גדות הנהר.

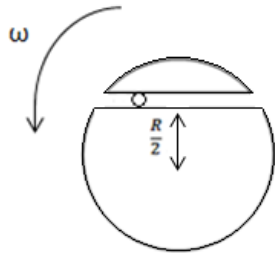
**(12) חבילת סיוע לכפר**

כפר הנמצא בקו רוחב  $\lambda$  בחצי הכדור הצפוני נדרש לסיוע הומניטרי.  
מטוס סיוע טס בגובה  $H$  מעל הכפר במהירות אופקית  $v_0$  ובכיוון צפון.  
המטוס משחרר חבילת סיוע לכפר.  
א. חשבו את כוח קוריוליס, בצעו הזנחות מתאימות.  
ב. האם הסטייה בנקודת הנפילה של החבילה היא מזרחה או מערבה?  
ג. חשב את הסטייה מהכפר כתוצאה מכוח קוריוליס (הנח שאין סטייה צפונה או דרומה).



**(13) זריקה אופקית עם קוריוליס ללא הזנחות**

מסה  $m$  נזרקה אופקית ממגדל בגובה  $H$ .  
המגדל נמצא בקו רוחב  $\lambda$ .  
נתון:  
-  $R$  - רדיוס כדור הארץ.  
-  $v_0$  - מהירות התחלתית של המסה.  
-  $g$  - תאוצת הכובד בקטבים.  
-  $\omega$  - מהירות זוויתית של כדור הארץ.  
הנח כי  $h \ll R$  וכי ניתן להזניח את השינוי בכוח הצנטריפוגלי ואת השינוי בקו הרוחב במהלך התנועה.  
א. חשב את משוואות התנועה במערכת יחוס של המגדל.  
ב. פתור את משוואות התנועה.  
ג. בדוק מה קורה בגבול ש- $R\omega^2 \ll g$  ו- $\omega t \ll 1$ ? פתח עד סדר שני ב- $\omega t$ .



**14 דיסקה מסתובבת וגוף בתעלה שאינה במרכז**

בדיסקה ברדיוס  $R$  ישנה תעלה ישרה במרחק  $\frac{R}{2}$

ממרכז הדיסקה.

הדיסקה מסתובבת במהירות זוויתית  $\omega$ .

כוח מושך גוף בעל מסה  $m$  לאורך התעלה כך שמהירות

הגוף היא:  $v = \omega R$  יחסית לדיסקה.

א. מה גודלו של הכוח המסיע את המסה אם נתון שאין חיכוך בין המסה לתעלה?

ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח הנורמלי הפועל מדפנות התעלה?

(התעלם מכוח הכובד).

ג. במידה והכוח המושך את המסה לא היה פועל, והגוף היה מתחיל

לנוע מקצה התעלה במהירות התחלתית  $v = \omega R$  כלפי פנים,

מה היתה מהירות הגוף במרכז התעלה?

## תשובות סופיות:

$$tg\theta = \frac{v^2}{gR} \quad \text{ב.} \quad v' = 0 \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\cos\alpha = \frac{mg - QE}{m\omega^2 L} \quad (2)$$

$$\vec{f} = -m\left(\omega^2 R + 2\omega v + \frac{v^2}{R}\right)\hat{r} \quad (3)$$

$$|v_{ball,disk}|^2 = \left(\frac{R}{T}(\cos\omega T + 1)\right)^2 + \left(\frac{R}{T}\sin\omega T + \omega R\right)^2, \quad \tan\theta_{ball,disk} = \frac{\cos\omega T + 1}{\sin\omega T + \omega T} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$\tilde{\omega}^2 r = \ddot{r}, \quad -2\tilde{\omega}\dot{r} = r\tilde{\omega} \quad \text{ב.}$$

$$N = -2m\omega\dot{x}\hat{z} \quad \text{ג.} \quad \vec{F} = m2\omega\dot{x}\hat{z} \quad \text{ב.} \quad F(r) = -\frac{GMm}{R^3}x\hat{x} \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$\sum F_x = m\ddot{x} \quad \text{ד.}$$

$$r(t) = a \cosh(t), \quad v(t) = \dot{r} = \omega a \sinh(t) \quad \text{ב.} \quad \vec{F} = m\omega^2 r\hat{r}, \quad \vec{F} = 2m\dot{r}\omega(-\hat{\theta}) \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$-\mu 2m\omega\dot{r} + m\omega^2 r = m\ddot{r} \quad \text{ד.} \quad t_{end} = \frac{1}{\omega} \ln\left(\frac{L + \sqrt{L^2 - a^2}}{a}\right) \quad \text{ג.}$$

$$\cos\theta = \frac{T_z}{\sqrt{T_x^2 + T_y^2 + T_z^2}} \quad (7)$$

$$z = \frac{\omega d^2}{v} \sin\lambda \quad (8)$$

$$\alpha = 5.185 \cdot 10^{-3} \quad (9)$$

$$y = -\omega \cos(\lambda) g \frac{1}{3} \left(\frac{2h}{g}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (10)$$

$$t_y \varphi = \frac{2mv\omega \cos\theta}{-mg + m\omega^2 R E \sin^2\varphi} \quad (11)$$

$$\text{ב. מזרחה.} \quad 2m(gt\omega \cos\lambda + v_0\omega \sin\lambda)\hat{z} \quad \text{א.} \quad (12)$$

$$\frac{1}{3} \left(\frac{2H}{g}\right)^{\frac{3}{2}} \omega \cos\lambda + v_0\omega \sin\lambda \frac{H}{g} \quad \text{ג.}$$

$$\text{ראה סרטון.} \quad (13)$$

$$v(x=0) = \frac{1}{2}\omega R \quad \text{ג.} \quad N = \frac{3}{2}m\omega^2 R \quad \text{ב.} \quad F = -m\omega^2 x \quad \text{א.} \quad (14)$$

# מכניקה של חלקיקים

פרק 10 - עבודה ואנרגיה -

תוכן העניינים

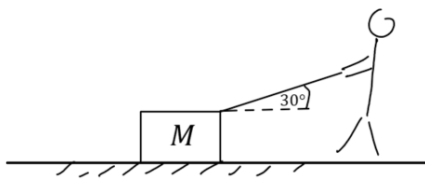
122	1. שימור אנרגיה ומשפט עבודה ואנרגיה
125	2. חישוב עבודה לכוח לא קבוע
127	3. חישוב כוח משמר מאנרגיה פוטנציאלית
128	4. איך בודקים האם כוח הוא משמר
129	5. נקודת שיווי משקל
131	6. ניתוח באמצעות גרפים של אנרגיות
133	7. חישוב אנרגיה פוטנציאלית מכוח משמר
134	8. הספק
136	9. תרגילים מסכמים
140	10. תרגילים מסכמים כולל תנועה מעגלית

## שימור אנרגיה ומשפט עבודה ואנרגיה:

### שאלות:

#### (1) אדם מושך ארגז

אדם מושך ארגז שמסתו  $M = 5\text{kg}$  באמצעות חבל ובזווית  $30^\circ$  מעלות ביחס לקרקע. מקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא:  $\mu_k = 0.2$ . האדם מושך את הארגז לאורך שני מטרים. הכוח שמפעיל האדם הוא  $80\text{N}$ .



- מהי העבודה שביצע האדם?
- מהי העבודה שביצע כוח החיכוך?
- מהן העבודות שביצעו כוח הכובד והנורמל מהמשטח?
- מהי העבודה הכוללת שנעשתה על הארגז?

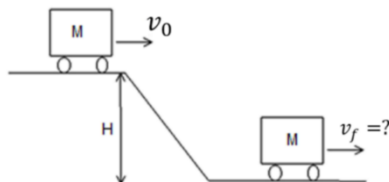
#### (2) מהירות הארגז

בדוגמה הקודמת, אדם מושך ארגז, חשב את מהירות הארגז לאחר שהאדם משך אותו 2 מטרים אם ידוע שהוא התחיל ממנוחה.

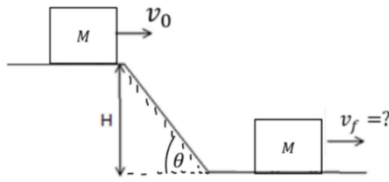
#### (3) חישוב עבודה של כוח הכובד

אבן בעלת מסה  $2\text{kg}$  נופלת מגג בניין בגובה 10 מטרים. חשבו את העבודה שביצע כוח הכובד על האבן עד הפגיעה בקרקע. חשבו פעם אחת באופן מפורש דרך המכפלה הסקלרית ופעם נוספת דרך האנרגיה הפוטנציאלית.

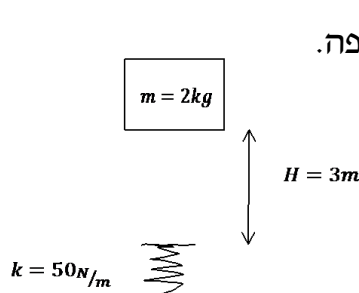
#### (4) עגלה במדרון



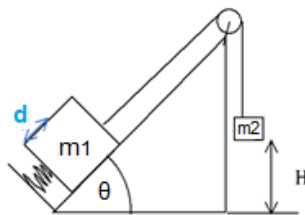
עגלה נעה על משטח ללא חיכוך. העגלה מתחילה במעלה המדרון בגובה  $H$  עם מהירות התחלתית  $v_0$ . מצא את מהירות העגלה בתחתית המדרון. נתונים:  $H$ ,  $v_0$ .

**(5) קופסה במדרון עם חיכוך**

קופסה יורדת במדרון משופע בעל זווית  $\theta$ . הנח כי מהירות הקופסה במעלה המדרון היא  $v_0$  וגובה ההתחלתי הוא  $H$ . מצא את מהירות העגלה בתחתית המדרון. הנח שהחיכוך הוא רק על החלק המשופע של התנועה. נתונים:  $H$ ,  $\theta$ ,  $\mu_k$ ,  $v_0$ .

**(6) מסה נופלת על קפיץ**

קפיץ חסר מסה, בעל קבוע קפיץ של  $50 \frac{N}{m}$ , מחובר לרצפה. משחררים ממנוחה מסה של  $m = 2 \text{ kg}$  הנמצאת בגובה 3 מטר מעל הקפיץ. א. מצא את הכיוון המקסימאלי של הקפיץ. ב. מה הגובה המקסימאלי אליו תגיע המסה לאחר הפגיעה בקפיץ.

**(7) שתי מסות מחוברות, מדרון וקפיץ**

מסה  $m_1$  נמצאת על מדרון משופע בזווית  $\theta$ . המסה מונחת על קפיץ בעל קבוע קפיץ  $k$  המכווץ ב- $\Delta x = d$ . אל המסה קשור חוט העובר דרך גלגלת אידיאלית ומחובר למסה  $m_2$  הנמצאת בגובה  $H$  מעל הרצפה. המערכת משוחררת ממנוחה. מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של  $m_2$ .

נתון:

$$m_1 = 1 \text{ kg}, m_2 = 2 \text{ kg}$$

$$H = 3 \text{ m}, k = 100 \frac{N}{m}$$

$$\theta = 30^\circ, d = 30 \text{ cm}$$

**תשובות סופיות:**

$$W_T = 135\text{J} \quad \text{ד} \quad W_N = W_g = 0 \quad \text{ג} \quad W_{fk} = -4\text{J} \quad \text{ב} \quad W = 139\text{J} \quad \text{א} \quad (1)$$

$$V_F \approx 7.35 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (2)$$

$$W_C = |\vec{F}| \cdot |\Delta\vec{r}| \cos \alpha = 200\text{J} \quad , \quad W_C = -\Delta U = -(U_F - U_i) = 200\text{J} \quad (3)$$

$$V_F = \sqrt{v_0^2 + 2gH} \quad (4)$$

$$V_F = \sqrt{v_0^2 + 2gH(1 - \mu_k \cot(\theta))} \quad (5)$$

$$mgH = mgh \quad \text{ב} \quad \Delta x = 2\text{m} \quad \text{א} \quad (6)$$

$$V = 5.745 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (7)$$

## חישוב עבודה לכוח לא קבוע:

### שאלות:

#### 1) חישוב עבודה במסלולים שונים

- חשב את העבודה שמבצע הכוח  $\vec{F} = xx + yxy$  בין הנקודה  $A(0,0)$  לנקודה  $B(2,4)$ :
- דרך המסלול של הקו הישר המחבר בין הנקודות.
  - דרך מסלול המקביל לציר ה- $x$  עד לנקודה  $C(2,0)$  ולאחר מכן דרך המסלול המקביל לציר ה- $y$  עד לנקודה  $B$ .
  - דרך המסלול  $y = x^2$ .
  - דרך המסלול  $x(t) = 2t, y(t) = 4t^2$ .

#### 2) כוח בשלושה מימדים

- נתון הכוח:  $\vec{F} = zx^2\hat{x} + xz\hat{y} + 2y\hat{z}$ .
- חשב את העבודה של הכוח דרך המסלול היוצא מהנקודה  $A(1,2,3)$  עד לנקודה  $B(2,3,5)$  כאשר המסלול יוצא מ- $A$  במקביל לציר ה- $Y$  עד לנקודה  $C(1,3,3)$  ולאחר מכן מ- $C$  במקביל לציר ה- $Z$  ועד לנקודה  $D(1,3,5)$  ולאחר מכן מהנקודה  $D$  במקביל לציר ה- $X$  עד לנקודה  $B$ .
  - חשב את העבודה של הכוח מהנקודה  $A(0,0,-1)$  עד הנקודה  $B(4,4,5)$  לאורך המסלול הנתון לפי המשוואות:  $x(t) = 2t; y(t) = t^2; z(t) = 3t - 1$ .

#### 3) חישוב עבודה של כוח במסלול מעגלי ואלפטי

- נתון הכוח הבא:  $\vec{F} = a(2x+4y)x + b(4x-2y)y$
- מצא תנאי על  $a$  ו- $b$  כך שהכוח יהיה משמר.
  - מצא את העבודה שעושה הכוח על גוף הנע במסלול סגור לאורך מעגל המתואר ע"י:  $\vec{r} = R \cos \theta x + R \sin \theta y$  כאשר הגוף מתחיל את תנועתו מהנקודה  $(R,0)$ .
  - מצא את העבודה שעושה הכוח על גוף הנע במסלול סגור לאורך אליפסה המתוארת ע"י:  $\vec{r} = d \cos \theta x + k \sin \theta y$  כאשר הגוף מתחיל את תנועתו מהנקודה  $(d,0)$ .

## תשובות סופיות:

$$W_{A \rightarrow B} = 2 + \frac{64}{5} \text{ ג.} \quad W_{A \rightarrow B} = 18 \text{ ב.} \quad W_{A \rightarrow B} = \frac{4}{2} + \frac{4 \cdot 8}{3} \text{ א.} \quad (1)$$

$$W_{A \rightarrow B} = 2 + \frac{64}{5} \text{ ד.}$$

$$128\text{J} \text{ ב.} \quad 26.67\text{J} \text{ א.} \quad (2)$$

$$W = k \cdot d(0 - 4a\pi + 4b\pi) \text{ ג.} \quad W = R^2(0 - 4a\pi + 4b\pi) \text{ ב.} \quad \vec{\nabla} \times \vec{F} = 0 \Rightarrow a = b \text{ א.} \quad (3)$$

## חישוב כוח משמר מאנרגיה פוטנציאלית:

שאלות:

- (1) חישוב עבודה מתוך אנרגיה פוטנציאלית  
על גוף מסוים פועל כוח משמר המתאים לאנרגיה הפוטנציאלית  
הבאה:  $U(x, y) = 2x^2 - 6y^3$ .  
מצא את העבודה אותה צריך לבצע על מנת להביא את הגוף מהנקודה (1,0)  
אל הנקודה (2,3).

תשובות סופיות:

$$W_{\text{ext}} = 156\text{J} \quad (1)$$

## איך בודקים האם כוח הוא משמר:

שאלות:

(1) דוגמה

נתון הכוח  $F$ :  $\vec{F} = -2xy\hat{x} + (x^2 - z)y\hat{y} + yz\hat{z}$ .  
בדוק האם הכוח  $F$  משמר?

תשובות סופיות:

(1) משמר.

## נקודת שיווי משקל:

### שאלות:

#### (1) שעון תלוי

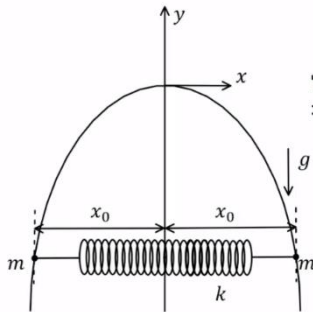


- שעון קיר תלוי באמצעות מסמר הנמצא בקצהו העליון. ניתן לסובב את כל השעון (לא את המחוגים) סביב המסמר. א. מצא באילו מצבים השעון יהיה בשיווי משקל וקבע עבור כל מצב איזה סוג שיווי משקל הוא. ב. חזור על סעיף א' אם המסמר תקוע במרכז השעון (השעון עדיין יכול להסתובב סביב המסמר).

#### (2) אנרגיה פוטנציאלית בשיווי משקל

- האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף נתונה לפי הפונקציה הבאה:  $U = (x-4)^2 + x^3$ . מצא את נקודת שיווי המשקל ומיין אותה לסוגים הרלוונטיים.

#### (3) קפיץ וחרוזים על תיל קשיח מכופף



- תיל קשיח מכופף בצורת פרבולה המתאימה לפונקציה:  $y = -Ax^2$  כאשר A קבוע נתון. על התיל מושחלים שני חרוזים זהים בעלי מסה m, אחד בכל צד. קפיץ אופקי בעל קבוע k ואורך רפוי l מחבר בין החרוזים (ראה איור). חשב את המרחק האופקי  $x_0$  של כל חרוז מציר ה-y במצב של שיווי משקל. הנח כי הקפיץ והחרוזים נמצאים תמיד באותו הגובה. הדרכה: כתוב ביטוי לאנרגיה הפוטנציאלית כפונקציה של x בלבד.

### תשובות סופיות:

(1) א. כשהשעון למטה שיווי משקל יציב וכשהשעון הפוך ב- $180^\circ$  שיווי משקל רופף.  
 ב. השעון בשיווי משקל אדיש.

$$(2) \quad x_1, U''(x_1) = 6 \cdot \frac{4}{3} + 2 > 0 \quad \text{נק' מינימום} \Leftarrow \text{ש.מ. יציב.}$$

$$x_2, U''(x_2) = -2 \cdot 6 + 2 < 0 \quad \text{נק' מקסימום} \Leftarrow \text{ש.מ. רופף.}$$

$$(3) \quad x_0 = \frac{kl}{2k - 2mgA}$$

## ניתוח באמצעות גרפים של אנרגיות:

### שאלות:

#### (1) נקודה הכי ימנית

גוף שמסתו 6 ק"ג נע לאורך ציר  $x$  בהשפעת כוח יחיד הנגזר מהאנרגיה הפוטנציאלית:  $U(x) = 2x^4 - 36x^2$ .

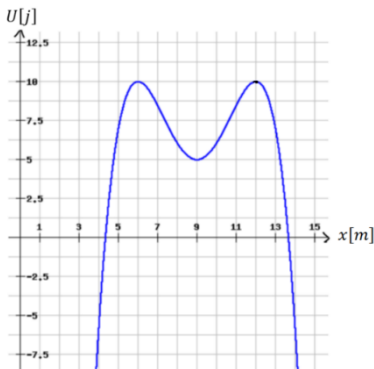
נתון שכאשר הגוף מגיע לנקודה בה  $x = -1.5\text{m}$  מהירותו שווה ל-  $v = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ .

א. מהי הנקודה הימנית ביותר במסלול של הגוף?

ב. חזור על סעיף א', אם ערך המהירות היה:  $v = 3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ .

#### (2) גמל דו דבשתי

כוח משמר פועל על כדור בעל מסה 625gr. הגרף הבא מתאר את האנרגיה הפוטנציאלית של הכדור כתלות במיקומו:



א. שרטטו באופן איכותי את הגרף של הכוח כתלות במיקום.

ב. תארו באופן מילולי את תנועת הכדור אם הוא משוחרר מ-  $x = 7\text{m}$  ממנוחה.

ג. מהי המהירות המינימלית שצריך לתת לכדור במצב של סעיף ב' על מנת שהכדור יגיע לאינסוף?

ד. מהן נקודות שיווי המשקל?

מיינו אותן לפי יציבותן וציינו מה המשמעות של כל סוג של שיווי משקל.

#### (3) שני גופים בפוטנציאל אקספוננציאלי ריבועי

שני גופים נמצאים על ציר ה- $x$  ונתונים להשפעת הפוטנציאל:  $U(x) = Axe^{-Bx^2}$  כאשר  $A, B$  הם קבועים חיוביים. נתון כי ברגע מסוים גוף אחד נמצא ב- $x=0$  והאנרגיה שלו היא אפס, והגוף השני נמצא ב- $x = -\sqrt{\frac{1}{B}}$  והאנרגיה שלו היא:  $E = -\frac{A}{e} \sqrt{\frac{1}{B}}$  (בחר את התשובה הנכונה):

א. בתחום  $-\sqrt{\frac{1}{B}} \leq x \leq 0$ .

ב. הגופים לא ייפגשו אף פעם.

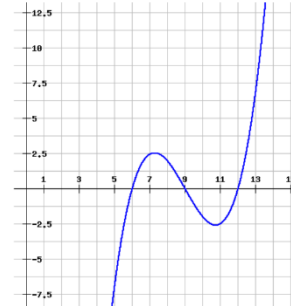
ג. בנקודה  $x = -\sqrt{\frac{1}{B}}$ .

ד. ב- $x=0$ .

**תשובות סופיות:**

(1) א.  $x = -1.202\text{m}$       ב.  $x = 6.81\text{m}$

(2) א.



ב. מתחיל בתאוצה בכיוון החיובי עד  $x = 9\text{m}$  ואז מתחיל להאט עד  $x = 11\text{m}$

שם עוצר רגעית ומסתובב חזרה. כך חוזר עד אינסוף.

ג. 2 מטר לשנייה.

ד.  $x = 6\text{m}$  לא יציבה,  $x = 9\text{m}$  יציבה,  $x = 12\text{m}$  לא יציבה.

(3) א'.

## חישוב אנרגיה פוטנציאלית מכוח משמר:

שאלות:

(1) דוגמה

מצא את האנרגיה הפוטנציאלית של הכוח:  $\vec{F} = -2xyx + (2 - x^2)y$

אם נתון ש:  $U(0,0) = 0$ .

תשובות סופיות:

$$U = x^2y - 2y \quad (1)$$

## הספק:

### שאלות:

#### 1 דוגמה 1

- מכונית מתחילה לנסוע ממנוחה ומגיעה למהירות של 100 קמ"ש ב-10 שניות. מסת המכונית היא 1 טון. הניחו כי אין חיכוך עם האוויר.
- א. מהי העבודה שהתבצעה על המכונית?
- ב. מהו ההספק של המנוע בהנחה שהוא קבוע ומנוצל במלואו (הנחה לא נכונה)?

#### 2 דוגמה 2

- אופנוע נוסע במהירות קבועה של 100 קמ"ש. כנגדו פועל כוח ההתנגדות מהאוויר של 300 ניוטון. מהו ההספק של המנוע, אם נניח שההספק מנוצל במלואו?

#### 3 הספק ממוצע לשנות מהירות

- איזה כוח קבוע יש להפעיל על מכונית בעלת מסה של 2 טון, כדי לשנות את מהירותה מ- $9 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$  ל- $27 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$  בתוך 4 sec?
- מהו ההספק הממוצע של כוח זה?

#### 4 רכבת צעצוע חשמלית

- רכבת צעצוע חשמלית מורכבת מ-10 קרונות. הקרון הראשון והשני מכילים מנוע חשמלי ושוקלים 2 ק"ג כל אחד. שאר הקרונות עמוסים בצעצועים ושוקלים 3 ק"ג כל אחד. כל אחד מן המנועים מייצר הספק קבוע של 0.2KW.
- א. כמה זמן ייקח לרכבת להגיע למהירות של 10 מטר לשנייה אם התחילה לנוע ממנוחה?
- ב. מהי האנרגיה הקינטית של הקרון הראשון ומהי האנרגיה הקינטית של הקרון השני, כאשר הרכבת נעה במהירות שחישבת בסעיף א'?
- ג. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון הראשון לשני על הקרון השני בזמן ההאצה.
- ד. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון השני לשלישי על הקרון השלישי בזמן ההאצה.

ה. הרכבת מגיעה לעלייה עם שיפוע של 2 מעלות, מה צריך להיות הספק המנועים (בהנחה שהם שווים) על מנת שהרכבת תישאר במהירות קבועה של 10 מטר לשנייה?



### (5) הספק כאשר נתון המיקום כתלות בזמן

כוח יחיד פועל על גוף שמסתו 4kg, הכוח פועל בכיוון התנועה

והמיקום כתלות בזמן של הגוף הוא:  $x(t) = 2 + 3t + t^2$  ביחידות m.k.s.

א. מהי העבודה שמבצע הכוח במשך 3 השניות הראשונות של התנועה?

ב. מהו ההספק של הכוח ב-  $t = 2 \text{ sec}$  ?

### תשובות סופיות:

$$\Delta E_k \approx 385,800 \text{ J} = W_{\sum \vec{F}} \quad \text{א. (1)}$$

$$p = 11.18 \text{ HP} \quad \text{(2)}$$

$$F = 2500 \text{ N}, \quad \bar{p} = 16.76 \text{ HP} \quad \text{(3)}$$

$$W_{1 \rightarrow 2} = 600 \text{ J} \quad \text{ג.} \quad E_{k_1=100 \text{ J}} = E_{k_2} \quad \text{ב.} \quad \Delta t = 3.5 \text{ sec} \quad \text{א. (4)}$$

$$p = 97.7 \text{ W} \quad \text{ה.} \quad W_{3 \rightarrow 2} = 1200 \text{ J} \quad \text{ד.}$$

$$p(t=2) = 56 \text{ W} \quad \text{ב.} \quad W = 144 \text{ J} \quad \text{א. (5)}$$

## תרגילים מסכמים:

### שאלות:

#### 1) קפיץ יורה כדור

הלוע של רובה צעצוע מורכב מקפיץ בעל קבוע  $k$  ובוכנה בעלת מסה  $m_1$ .

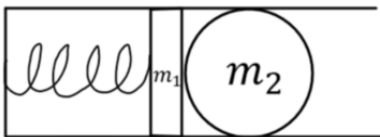
בטעינה דוחפים כדור בעל מסה  $m_2$  ודורכים את הקפיץ.

הכיווץ של הקפיץ הוא  $d$ .

ברגע הירי הקפיץ משוחרר ממנוחה.

א. באיזה רגע הכדור מנתק מגע מהבוכנה?

ב. מהי מהירות הכדור ברגע הזה?



#### 2) כוח כפונקציה של מיקום, קפיץ וחיכוך

מסה  $m$  נמצאת על מישור אופקי לא חלק ומחוברת לקפיץ בעל קבוע  $k$ .

החל מ- $t=0$  פועל על המסה כוח התלוי במיקום:  $\vec{F}(x) = (30x^2 - 4x)\hat{x}$ .

כל היחידות בשאלה הן יחידות סטנדרטיות.

ב- $t=0$  המסה נמצאת בראשית עם מהירות התחלתית  $v_0$  והקפיץ רפוי.

נתונים:  $m = 2\text{kg}$ ,  $k = 10\frac{\text{N}}{\text{m}}$ ,  $\mu_k = 0.3$ ,  $v_0 = 5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ .

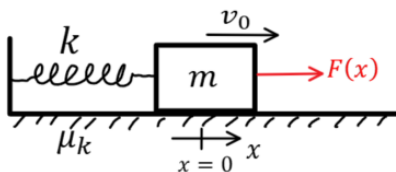
א. רשמו ביטוי לתאוצת המסה כתלות במיקום  $a(x)$ , הנח כי התנועה תמיד

בכיוון החיובי.

ב. מצאו את המיקום בו התאוצה של המסה מתאפסת.

ג. מהי העבודה שביצע הכוח מתחילת התנועה ועד אשר  $x = 0.5\text{m}$ ?

ד. מהי המהירות של המסה כאשר מיקומה  $x = 0.5\text{m}$ ?



**(3) כוח כפונקציה של זמן במישור משופע**

מסה  $m = 5\text{kg}$  נמצאת על מישור משופע לא חלק.

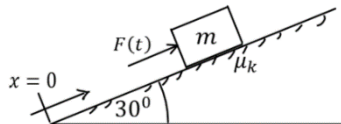
על המסה פועל כוח התלוי בזמן  $F(t)$  שדוחף אותה במעלה המישור.

מהירות המסה ידועה והיא נתונה לפי הפונקציה:  $v(t) = 3t^2 + 2t$ .

מקדם החיכוך הוא:  $\mu_k = 0.2$  ונתון כי:  $x(t=0) = 0$ .

כל היחידות הן יחידות סטנדרטיות.

זווית המישור היא  $30^\circ$  מעלות.



א. (1) היכן נמצא הגוף ב-  $t = 2\text{sec}$ ?

(2) מהו גודל הכוח  $F$  ברגע זה?

ב. מהו מיקום הגוף כאשר תאוצתו היא:  $8 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ?

ג. מהי האנרגיה הקינטית של הגוף ברגע של סעיף ב'?

ד. מהי עבודת הכוח  $F$  מרגע  $t = 0\text{sec}$  ועד ל-  $t = 3\text{sec}$ ?

**(4) קופסה מחליקה על מקטעים ישרים**

קופסה משוחררת ממנוחה ומתחילה להחליק לאורך מסלול שאינו ידוע,

אך מורכב מקטעים ישרים בלבד.

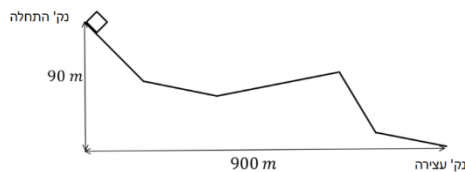
בין הקופסה למשטח עליו היא מחליקה קיים

חיכוך והקופסה נעצרת בנקודה

המרוחקת  $900\text{m}$  אופקית ו-  $90\text{m}$  מתחת

לנקודה בה התחילה.

חשבו את מקדם החיכוך, לא חסרים נתונים.

**(5) שרשרת על גלגלת**

שרשרת בעלת מסה  $M$  ואורך  $L$  מונחת על גלגלת

אידיאלית התלויה מהתקרה.

השרשרת מונחת כך שרבע מהשרשרת בצד אחד של

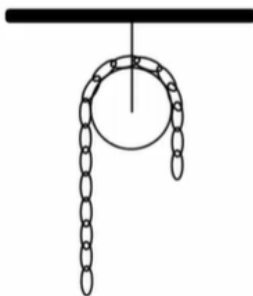
הגלגלת ושאר השרשרת בצד השני.

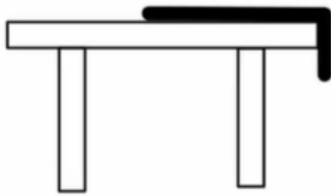
הנח שהחלק על הגלגלת עצמה זניח.

המערכת משוחררת ממנוחה.

מצאו את מהירות השרשרת ברגע שהקצה האחרון

שלה עובר את הגלגלת.





**(6) חבל מחליק משולחן אנרגיה ומשוואת תנועה\***

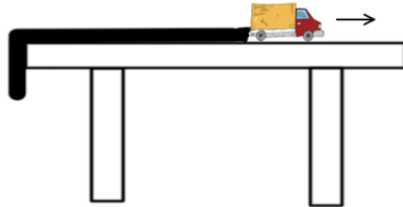
חבל באורך  $L$  ומסה  $M$  מונח על שולחן חסר חיכוך כך שהקצה של החבל באורך  $d$  נשמש מחוץ לשולחן. החבל מוחזק ומשוחרר ממנוחה.

א. רשמו את האנרגיה הקינטית והאנרגיה הפוטנציאלית במהלך החלקת החבל.

ב. השתמשו בשימור אנרגיה ומצאו את משוואת התנועה של החבל.

ג. השתמשו במשוואת התנועה ומצאו את מהירות החלקת כל החבל מהשולחן למטה.

**(7) משאית מושכת חבל על שולחן (כולל משוואות דיפרנציאליות)\***



משאית צעצוע גוררת בכוח קבוע  $F$  חבל בעל מסה  $M$  ואורך  $L$ , התלוי מקצה השולחן. בהתחלה החבל במנוחה ותלוי כולו כלפי מטה. אין חיכוך בין החבל לשולחן. שים לב שהכוח שהמשאית מפעילה קבוע ולא המהירות שלה.

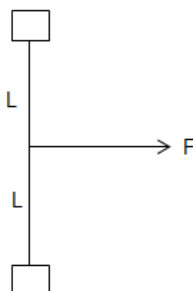
א. כמה עבודה עושה המשאית עד שכל החבל נמצא על השולחן?

ב. כמה חבל מונח על השולחן בזמן  $t$  כלשהו?

פתור מתוך משוואת האנרגיה ובדוק את התשובה מתוך שיקולי כוחות.

$$x(t) = Ae^{\sqrt{\alpha}t} + Be^{-\sqrt{\alpha}t} - \frac{C}{\alpha} \quad \text{פתרון המשוואה: } \ddot{x} = \alpha x + C \quad \text{הוא:}$$

כאשר את  $A$  ו- $B$  צריך למצא מתנאי ההתחלה.



**(8) חוט מושך שתי מסות מחוברות בחוט\*\***

חוט חסר מסה באורך  $2L$  מחבר שתי מסות הנעות במישור אופקי ללא חיכוך.

כוח אופקי קבוע ונתון מושך את החוט במרכזו, בכיוון מאונך לחוט.

הנח שהמסות מתנגשות ונדבקות בהתנגשות.

כמה אנרגיה הלכה לאיבוד בהתנגשות?

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. בנקודת הרפיון של הקפיץ.} \quad \text{ב. } V = \sqrt{\frac{kd^2}{m_1 + m_2}}$$

$$(2) \quad \text{א. } a_{(x)} = 15x^2 - 7x - 3 \quad \text{ב. } x = 0.738\text{m} \quad \text{ג. } W = 0.75\text{J}$$

$$\text{ד. } V = 4.64 \frac{m}{s}$$

$$(3) \quad \text{א. } F = 103.7\text{N} \quad (1) \quad x = 12 \quad (2) \quad \text{ב. } x = 2\text{m} \quad \text{ג. } E_k = 62.5\text{J}$$

$$\text{ד. } W = 3935\text{J}$$

$$0.1 \quad (4)$$

$$(5) \quad V = \sqrt{\frac{3gL}{8}}$$

$$(6) \quad \text{א. } E = \frac{1}{2}MV^2 - \frac{M}{2}g\frac{y^2}{2} \quad \text{ב. } \ddot{y} = \frac{gy}{L}$$

$$\text{ג. } V(y=L) = \sqrt{\frac{g}{L}(L^2 - d^2)}$$

$$(7) \quad \text{א. } x(t) = \frac{C}{2\alpha} (e^{\sqrt{\alpha}t} + e^{-\sqrt{\alpha}t} - 2) \quad \text{ב. } C = \frac{F}{M} - g \quad \alpha = \frac{g}{L}$$

$$(8) \quad \Delta E = F \cdot l$$

## תרגילים מסכמים כולל תנועה מעגלית:

### שאלות:

#### (1) תנאי להשלים סיבוב עם החיכוך במישור משופע

גוף בעל מסה  $m$  מחליק על גבי מסילה המתוארת באיור.

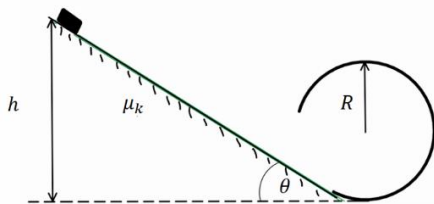
מקדם החיכוך בין הגוף למישור המשופע הוא  $\mu_k$ .

זווית המישור היא  $\theta$ .

החלק המעגלי חסר חיכוך.

מצא את  $h$  הנמוך ביותר עבורו הגוף ישלים

סיבוב בחלק העגול.



#### (2) שני חרוזים על טבעת מתרוממת\*

טבעת בעלת רדיוס  $R$  ומסה  $M$  תלויה מהתקרה

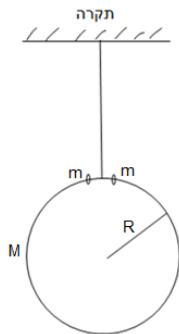
באמצעות חוט. מניחים בקצה העליון של הטבעת שני

חרוזים בעלי מסה  $m$  זהה.

החרוזים מתחילים ליפול ממנוחה לשני צדי הטבעת.

מצא את היחס בין המסות הדרוש על מנת שהטבעת

תתרומם במהלך נפילת הכדורים.



#### (3) מסה מסתובבת על שולחן ונמשכת למרכז\*

מסה  $m$  נעה על שולחן חסר חיכוך בתנועה מעגלית ברדיוס  $R$  ובמהירות  $v_0$ .

חוט קשור אל המסה הולך למרכז השולחן ועובר דרך גלגלת אידיאלית וחור בשולחן.

מושכים את החוט כך שהמסה מתקרבת למרכז.

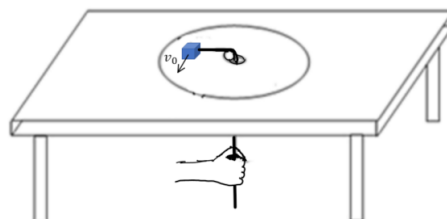
א. מהי המהירות הזוויתית כתלות ב- $r$  (המרחק ממרכז הסיבוב).

השתמשו בשיקולי כוחות בלבד. רמז: אין כוחות בציר  $\hat{\theta}$ .

ב. הוכיחו שהעבודה שהושקעה במשיכת החוט עד לרדיוס  $R_2$  כלשהו הקטן

מ- $R$  זהה לשינוי באנרגיה הקינטית של המסה.

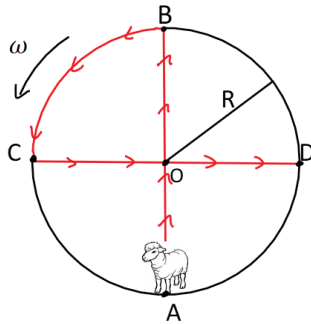
בסעיף זה ניתן להניח שהמהירות הרדיאלית קבועה.



#### (4) כבשה הולכת על דיסקה מסתובבת

כבשה הולכת על דיסקה ברדיוס  $R$  המסתובבת במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ .  
באיור מתוארות הנקודות:  $A, B, C, D, O$ .

הכבשה הולכת במסלול המתחיל בנקודה  $A$  בקו ישר (ביחס לדיסקה) עד לנקודה  $B$  (בדרך היא עוברת דרך  $O$ ) משם היא הולכת על הקשת של הדיסקה עד לנקודה  $C$  ואז בקו ישר עד לנקודה  $D$  (שוב דרך  $O$ ).  
הכבשה הולכת במהירות קבועה  $v$  במהלך כל המסלול.



א. חשב את העבודה אותה מבצעת הכבשה במהלך כל המסלול.

ב. חשב את העבודה שמבצעת הכבשה עד לרגע בו היא מגיעה לנקודה  $O$  בפעם השנייה.

#### תשובות סופיות:

$$h_{\min} = \frac{2.5R}{1 - \frac{\mu_k}{\tan \theta}} \quad (1)$$

$$\frac{m}{M} \geq \frac{3}{2} \quad (2)$$

א.  $\omega(r) = \frac{v_0 R}{r^2}$  .א (3) ב. הוכחה.

א.  $W = 0$  .א (4) ב.  $W = m\omega^2 \frac{R^2}{2}$

# מכניקה של חלקיקים

פרק 11 - מתקף ותנע -

תוכן העניינים

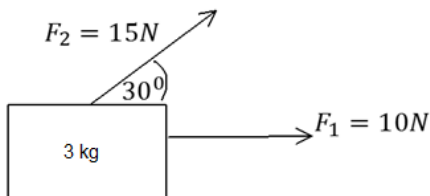
142	1. מהו תנע והחוק השני של ניוטון (ללא ספר)
143	2. מתקף
144	3. חוק שימור תנע וכוחות חיצוניים
145	4. סוגי התנגשויות
146	5. שימור תנע בהתנגשויות קצרות
147	6. תנע, סיכום
148	7. התנגשויות קצרות ללא שימור תנע
151	8. תרגילים ישנים
	9. תרגילים מסכמים

## מתקף:

### שאלות:



- (1) **דוגמה לחישוב מתקף**  
 שחקן בועט בכדור בעל מסה 2 ק"ג בכוח קבוע של 50 ניוטון.  
 זמן המגע בין הכדור לשחקן הוא 0.2 שניות.  
 מהי מהירות הכדור לאחר הבעיטה?



- (2) **דוגמה 2- שני כוחות על גוף**  
 נתון גוף בעל מסה של 3 קילוגרם.  
 על הגוף פועלים הכוחות כמתואר בציור  
 במשך זמן של 0.5 שניות.  
 א. מצא את המתקף שמפעיל כל כוח.  
 ב. מצא את המתקף השקול הפועל על הגוף.  
 ג. מצא את מהירות הגוף לאחר פעולת הכוחות אם התחיל ממנוחה.

- (3) **מתקף של כוח ממוצע דוגמה**  
 כדור בעל מסה של 1 ק"ג נזרק לעבר קיר במהירות של 2 מטר לשנייה.  
 הכדור פוגע בקיר וחוזר באותה המהירות.  
 א. חשב את המתקף שפעל על הכדור.  
 ב. מי מפעיל את המתקף הני"ל?  
 ג. חשב את הכוח הנורמאלי הממוצע שמפעיל הקיר אם זמן הפגיעה הוא 0.2 שניות.

### תשובות סופיות:

$$V_f = \frac{5m}{sec} \quad (1)$$

$$\vec{J}_1 = 5N \cdot sec \hat{x}, \quad |\vec{J}_2| = 7.5N \cdot sec \quad (2)$$

$$V_x = \frac{11.5}{3} \frac{m}{sec}, \quad V_y = \frac{3.75}{3} \frac{m}{sec} \quad (3)$$

$$\vec{J} = \Delta \vec{P} = -4N \cdot sec \hat{x} \quad (3)$$

א. הכוח הנורמלי. ג.  $\vec{N} = -20N \hat{x}$

## חוק שימור תנע וכוחות חיצוניים:

### שאלות:

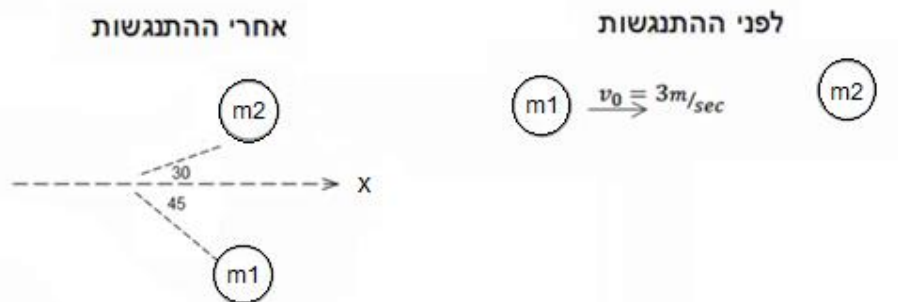
#### (1) דוגמה לשימור תנע

כדור בעל מסה  $m_1$  ומהירות  $V_0$ , פוגע בכדור שני בעל מסה  $m_2$ . לאחר ההתנגשות, כדור 2 עף בזווית של 30 מעלות עם ציר ה- $x$  וכדור 1 עף בזווית של 45 מעלות מתחת לציר ה- $x$ .

נתון:  $m_1 = 3\text{kg}$ ,  $m_2 = 2\text{kg}$ ,  $V_0 = 3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ .

א. מצא את גודל מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

ב. מצא את המתקף שפעל על כל גוף.



### תשובות סופיות:

(1) א.  $V_1 = 1.55\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $V_2 = 3.29\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ב.  $\vec{J}_1 = -5.71\text{N}\cdot\text{sec}\hat{x} - 3.29\text{N}\cdot\text{sec}\hat{y}$ ,  $\vec{J}_2 = -\vec{J}_1$

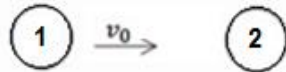
## סוגי התנגשויות:

### שאלות:

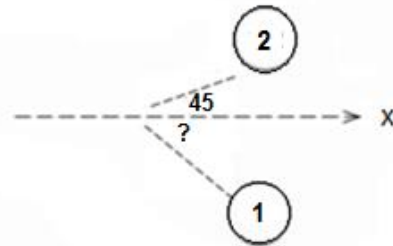
#### (1) פיזור

כדור מספר 1 בעל מסה  $m$  ומהירות  $V_0$  מתנגש אלסטית בכדור מספר 2 בעל מסה  $3m$  הנמצא במנוחה. הזווית של כדור מספר 2 עם ציר ה- $x$  היא  $45^\circ$ . מצא את הזווית של כדור מספר 1 לאחר ההתנגשות.

לפני ההתנגשות



אחרי ההתנגשות



### תשובות סופיות:

$$\theta = 71.56^\circ \quad (1)$$

## שימור תנע בהתנגשויות קצרות:

### שאלות:

#### (1) זיקוק מתפוצץ

זיקוק נורה לאוויר בכיוון אנכי לקרקע.  
 ברגע שהזיקוק מגיע לשיא הגובה הוא מתפוצץ לשלושה חלקים שווים בגודלם.  
 משך זמן הפיצוץ הוא:  $0.5 \text{ sec}$ .

מהירות החלק הראשון לאחר הפיצוץ היא:  $50 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  ומהירות החלק השני

היא:  $20 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x} - 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{y} + 50 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{z}$ .

מהי מהירות החלק השלישי?

### תשובות סופיות:

$$\vec{u}_3 = 70\hat{x} - 25\hat{y} + 50\hat{z} \quad (1)$$

## תנע, סיכום:

### שאלות:

#### (1) דוגמה עם מקדם תקומה

גוף בעל מסה  $m$  נע במהירות  $V$  על משטח אופקי חלק ומתנגש בגוף בעל מסה  $3m$  הנמצא במנוחה. נתון כי ההתנגשות חד ממדית ומקדם התקומה הוא  $0.8$ . מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

### תשובות סופיות:

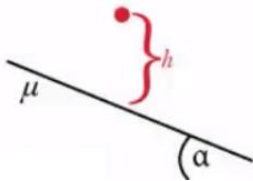
$$u_2 = 0.45V, u_1 = -0.35V \quad (1)$$

## התנגשויות קצרות ללא שימור תנע:

### שאלות:

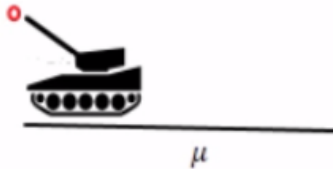
#### (1) התנגשות קצרה במדרון

כדור בעל מסה  $m$  נופל אל מדרון לפי המתואר בשרטוט. נתון כי הכדור אינו מתרומם חזרה מעל המדרון לאחר הפגיעה. מצא את מהירות הכדור רגע לאחר הפגיעה.



#### (2) טנק וחיכוך קינטי

טנק בעל מסה  $M$  יורה פגז בעל מסה  $m$  בזווית  $\alpha$  מעל האופק במהירות  $V$ . הטנק מוצב על מישור בעל מקדם חיכוך קינטי נתון. מה תהיה מהירותו של הטנק רגע לאחר הירייה?



### תשובות סופיות:

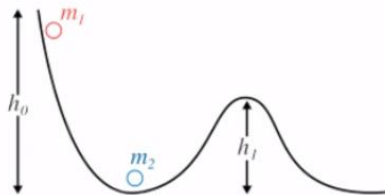
$$u_p = \frac{m\sqrt{2gh} \sin \theta - \mu m\sqrt{2gh} \cos \theta}{m} \quad (1)$$

$$u = \frac{mv \cos \alpha - \mu mv \sin \alpha}{M} \quad (2)$$

## תרגילים ישנים:

### שאלות:

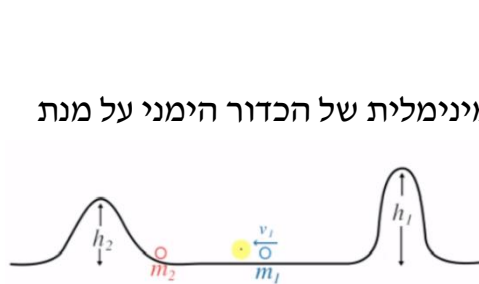
#### 1) גובה למעבר מכשול לשני כדורים



כדור משוחרר ממנוחה על פי הנתונים בשרטוט. מה צריך להיות הגובה המינימלי ממנו הכדור משוחרר על מנת ששני הכדורים יעברו את המכשול כאשר:

- ההתנגשות פלסטית.
- ההתנגשות אלסטית.
- (אין צורך לפתור את המשוואות).

#### 2) מהירות למעבר מכשול לשני כדורים



בשאלה זו אין צורך לפתור את המשוואות. שני כדורים מונחים כמתואר בשרטוט. מה צריכה להיות המהירות ההתחלתית המינימלית של הכדור הימני על מנת שהכדור השמאלי יעבור את המכשול:

- בהתנגשות פלסטית.
- בהתנגשות אלסטית.
- כעת נתון כי המסה השמאלית כבדה פי 100 מהמסה הימנית. בהינתן שההתנגשות אלסטית, מה צריכה להיות המהירות המינימלית ההתחלתית על מנת ש:
  - הכדור השמאלי יעבור את המכשול השמאלי.
  - הכדור הימני יעבור את המכשול הימני.

#### 3) לא אלסטי לא פלסטי



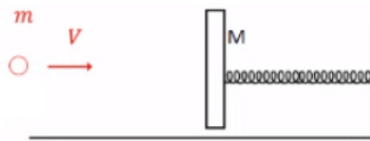
שני קרונות בעלי מסה 1 מונחים על גבי משטח ללא חיכוך. יורים את המסה הימנית במהירות 10 שמאלה. נתון כי ההתנגשות הינה אי אלסטית/אי פלסטית. מהי מהירותה של כל אחת מהמסות לאחר הפגיעה אם נתון כי בהתנגשות אבדה חצי מהאנרגיה ההתחלתית?

**(4) יחסי מסות בהתנגשות אלסטית**

- שני כדורים מונחים על שולחן.  
 הכדור השמאלי נורה במהירות 10 אל עבר הכדור הימני בהתנגשות אלסטית.  
 תאר את מהירויות הגופים לאחר ההתנגשות במקרים הבאים:
- מסת הכדורים שווה.
  - מסת הכדור השמאלי כפולה פי 100 מזו של הימני.
  - מסת הכדור הימני כפולה פי 100 מזו של השמאלי.

**(5) קליע לקפיץ בלי חיכוך**

- קליע נורה אל קפיץ לפי הנתונים המופיעים בשרטוט.  
 מהו הכיוון המקסימלי?  
 (אין חיכוך בשאלה).

**(6) רתע באקדח**

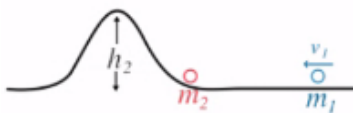
- אקדח בעל מסה M יורה קליע בעל מסה m במהירות V.  
 מהי מהירות האקדח לאחר יציאת הקליע?  
 כמה אנרגיה נוצרה בתהליך?

**(7) תנע לבעיטה בכדור**

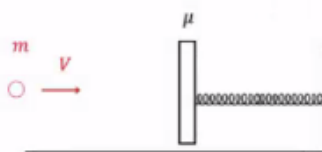
- כדורגלן מניף את רגלו לעבר כדור.  
 מסת הכדור m ומסת הרגל M והפגיעה אלסטית.  
 א. מה צריכה להיות מהירות הרגל על מנת שהכדור יצא לדרכו אל השער במהירות U?  
 ב. פרשני ספורט רבים נוהגים לומר כי על דשא רטוב הכדור מאיץ מהר יותר. האם כך הדבר?

**(8) מהירות למעבר מכשול בפלסטי**

- מהי המהירות המינימלית שצריך לתת למסה הימנית על מנת שלאחר התנגשות פלסטית הגוף יעבור את המכשול?

**(9) קליע לקפיץ עם חיכוך**

- קליע נורה אל קפיץ לפי הנתונים המופיעים בשרטוט.  
 מהו הכיוון המקסימלי בקפיץ,  
 אם נתון מקדם החיכוך בין המסה M לרצפה?



## תשובות סופיות:

$$\frac{1}{2}u_2^2 = gh_1 \quad \text{ב.} \quad \frac{1}{2}u_1^2 = gh_1 \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}u_2^2 = gh_2 \quad \text{ב.} \quad gh_2 = \frac{1}{2}u^2 \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}u_2^2 = gh_2 \quad \text{ג.}$$

$$\frac{1}{2}u_1^2 = gh_1 \quad \text{ד.}$$

$$u_1 = 100 - u_2, \quad 0 = 2u_2^2 - 200u_2 + 9950 \quad (3)$$

ראה סרטון. (4)

$$\frac{1}{2}(m+M)u^2 = \frac{1}{2}k\Delta^2 \quad (5)$$

$$V_2 = -\frac{m}{M}V, \quad E = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}MV_2^2 \quad (6)$$

$$P \Rightarrow MV_1 = Mu_1 + mu$$

ב. לא. (7)

$$E \Rightarrow \frac{1}{2}MV_1^2 = \frac{1}{2}Mu_1^2 + \frac{1}{2}mu^2 \quad \text{א.}$$

$$P \Rightarrow MV_1 = (m_1 + m_2)u$$

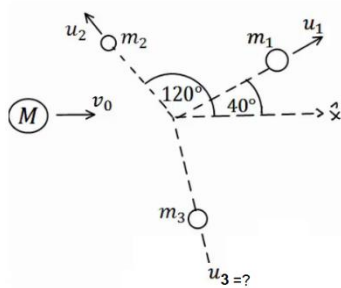
$$E \Rightarrow \frac{1}{2}\{m+M\}u^2 = (m+M)gh \quad (8)$$

$$\frac{1}{2}(m+M)u^2 + (m+M)g \cdot \mu \cdot \Delta \cdot \cos(180) = \frac{1}{2}k\Delta^2 \quad (9)$$

## תרגילים מסכמים:

### שאלות:

#### (1) פצצה



פצצה בעלת מסה  $M = 13\text{kg}$  נעה באוויר במהירות

קבועה  $v_0 = 100 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ . ברגע מסוים, הפצצה מתפוצצת

לשלושה חלקים קטנים יותר.

מסת החלק הראשון היא:  $m_1 = 4\text{kg}$  והוא נע

במהירות  $v_1 = 80 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  בזווית של  $40^\circ$  ביחס לכיוון המקורי.

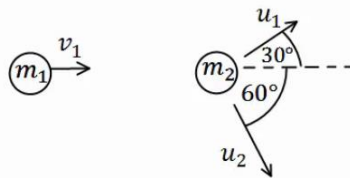
מסת החלק השני היא:  $m_2 = 2\text{kg}$  והוא נע במהירות  $v_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  בזווית של  $120^\circ$

ביחס לכיוון המקורי.

מסת החלק השלישי היא:  $7\text{kg}$ .

מצא את מהירות החלקיק השלישי.

#### (2) איבוד אנרגיה



כדור בעל מסה  $m_1 = 2\text{kg}$  ומהירות  $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

מתנגש בכדור בעל מסה  $m_2 = 3\text{kg}$  הנמצא במנוחה.

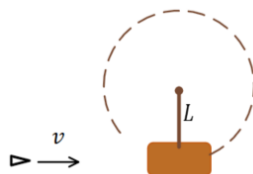
לאחר ההתנגשות הכדור הראשון נע בכיוון  $30^\circ$

מעל לכיוון הפגיעה, והכדור השני נע בזווית  $60^\circ$  מתחת לכיוון הפגיעה (ראה איור).

א. מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

ב. האם ההתנגשות אלסטית? אם לא - כמה אנרגיה נאבדה בהתנגשות?

#### (3) קליע חודר בול עץ וגורם לסיבוב אנכי (כולל תנועה מעגלית)



בול עץ בעל מסה  $M$  תלוי אנכית באמצעות מוט קשיח

חסר מסה באורך  $L$ . המוט ביחד עם בול העץ יכולים

להסתובב במעגל אנכי (ראה איור).

יורים קליע בעל מסה  $m$  במהירות אופקית  $v$  לעבר בול העץ.

הקליע חודר את הבול ויוצא מציודו השני במהירות  $v_f$ .

יחד עם הקליע יוצאת גם חתיכה מהעץ (במהירות הקליע) ובמסה של 5 אחוז

ממסת בול העץ.

מהי המהירות המינימלית של הכדור עבורה בול העץ יוכל להשלים סיבוב אנכי

(שימו לב שהמוט קשיח)?

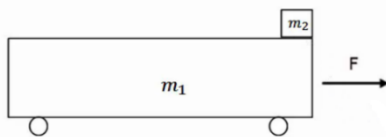
**4) אדם יורד מכדור פורח**

אדם נמצא בכדור פורח בגובה קבוע באוויר. משקלו של האדם הוא 70 ק"ג ומסתו של הכדור פורח (ללא האדם) היא 280 ק"ג (כולל הסל וכל אביזר אחר בכדור). האדם משלשל חבל מהסל של הכדור פורח ומתחיל לרדת באמצעות החבל כלפי מטה.

- א. אם מהירותו של האדם בזמן הירידה בחבל היא 3 מטר לשנייה כלפי מטה וביחס לקרקע, מהי המהירות של הכדור פורח (גודל וכיוון)?
- ב. מהי מהירות הכדור פורח אם האדם נעצר לפתע באמצע (לפני שהוא מגיע לקרקע)?

**5) מסה על קרונית ואיבוד אנרגיה**

נתון כוח  $F$  קבוע המושך עגלה בעלת מסה  $m_1$  ללא חיכוך. מעל העגלה נמצאת מסה  $m_2$  ובין המסות יש חיכוך.



נתון:  $\mu_s, \mu_k, F, m_1, m_2$ .

- א. מה הכוח  $F$  המקסימאלי עבורו המסה העליונה תחליק ביחס לתחתונה?
- נניח כי הכוח  $F$  גדול מזה שחישבת בסעיף א'.
- נניח גם כי הכוח הפועל במשך זמן  $T$  נתון והמסה העליונה אינה נופלת מהתחתונה.
- ב. מה הכוח  $F$  המקסימאלי?
- ג. מהי תאוצת הגופים, מהירותם ומיקומם כפונקציה של הזמן עד לזמן  $T$ ?
- ד. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד בזמן הזה?
- ה. מצא את מהירותם הסופית של הגופים (ב- $t > T$ ) בהנחה שהמסה העליונה עדיין לא נופלת.

**6) מסה על שני קרונות**

נתונים שני קרונות על משטח חלק.

הקרן הימני במנוחה והקרן השמאלי נע לעברו במהירות  $v$ . על הקרון השמאלי מונחת מסה הנעה יחד עד הקרון. מקדם החיכוך בין המסה לקרון הימני נתונה. בין המסה לקרון השמאלי אין חיכוך. בזמן  $t = 0$  הקרון השמאלי פוגע בקרון הימני ונצמד אליו (אך הוא יכול להיפרד ממנו לאחר מכן).

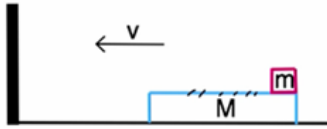


- א. מתי תעבור המסה לקרון הימני?
- ב. מה תהיה מהירותו הסופית של הקרון הימני?
- ג. מהי תאוצת הקרון הימני? כמה זמן תאוצה זו נמשכת?
- ד. האם סעיף ב' וג' תואמים בתשובותיהם?

**(7) מסות שומרות תנע ונדבקות לקיר**

המסה  $m$  מונחת על גבי הקרונית  $M$  (אך אינה מחוברת אליה).

שתי המסות נעות יחד במהירות  $v$  על גבי משטח חלק לעבר קיר. התנגשות בקיר אלסטית. מקדם החיכוך בין המסות הוא  $\mu$ .



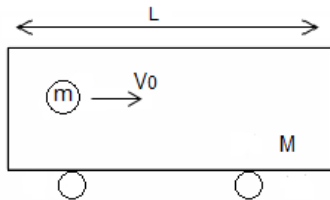
א. מה תהיה מהירות המסה  $M$  לאחר זמן רב בהנחה שהיא גדולה מהמסה  $m$ .

ב. ענה על סעיף א' בהנחה שהמסה  $M$  קטנה מהמסה  $m$ .

**(8) כדור בקרונית**

כדור בעל מסה  $m$  ומהירות  $v_0$  נע בתוך קרונית בעלת מסה  $M = \alpha m$  ואורך  $L$ .

הכדור מתנגש בדופן הימנית של הקרונית התנגשות אלסטית. (אין חיכוך בין הקרונית לרצפה).



א. מהי מהירות הגופים לאחר ההתנגשות?

בדוק עבור:  $\alpha = 0, 1, \infty$ .

ב. כמה זמן יעבור מהפגיעה הראשונה בדופן לפגיעה השנייה בדופן השמאלית?

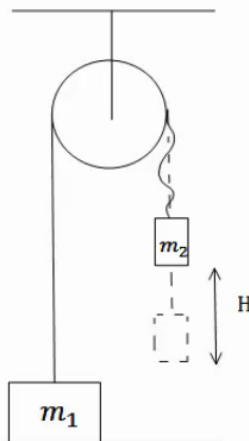
**(9) שתי מסות על גלגלת וחוט רפוי**

שתי מסות  $m_1, m_2$  תלויות על גלגלת אידיאלית חסרת חיכוך.

המסה  $m_1$  נמצאת על הקרקע במנוחה בעוד שהמסה  $m_2$  תלויה באוויר.

מרימים את מסה  $m_2$  גובה  $H$  נוסף כך שהחוט מתרופף ומשחררים אותה ממנוחה.

א. מצא את מהירות המסה  $m_2$  לפני שהיא מגיעה לנקודה בה החוט נמתח.



ב. כעת החוט נמתח. הנח שהחוט אינו אלסטי,

כלומר, האורך שלו קבוע ללא תלות בגודל המתיחות שלו כל עוד קיימת בו מתיחות כלשהי (והוא אינו רפוי כמו בסעיף א').

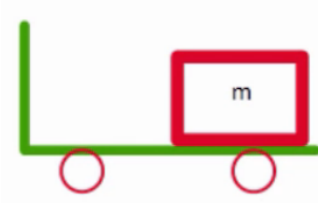
מצא את השינוי הכולל בתנע של שתי המשקולות (בין הקטע מיד לפני שהחוט נמתח לבין הקטע מיד אחרי שהחוט מתוח ושתי המסות זזות).

ג. מצא את המתקף שהפעילה התקרה על הגלגלת בזמן מתיחות החוט.

ד. לאיזה גובה תעלה  $m_1$  בהנחה ש-  $m_1 > m_2$  אינה פוגעת ברצפה.

ה. מהו המתקף שמפעילה התקרה על הגלגלת מהרגע  $t = 0$

ועד לרגע בו  $m_1$  הגיעה לשיא הגובה?

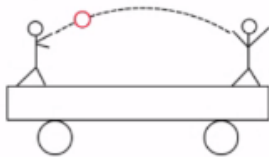
**10) מסה מתנגשת במשאית ונופלת**

מסה  $m$  מונחת על עגלה חסרת חיכוך בעלת אורך  $L$  ומסה  $5m$ . המסה נוסעת במהירות  $v$  לכיוון שמאל והעגלה נייחת. נתון כי ההתנגשות בין המסה לבין העגלה היא התנגשות אלסטית.

לאחר כמה זמן מרגע ההתנגשות תיפול המסה מהעגלה?

**11) רתע בתוך עגלה**

בתוך עגלה ללא חיכוך עומדים שני חברים המקובעים לרצפת הקרון. מסת האנשים והקרון  $M$  ואורך הקרון  $L$ .



האדם זורק כדור בעל מסה  $m$  במהירות  $v$  אל עבר חברו.

א. מה תהיה מהירות העגלה והאנשים שעליה לאחר זריקת הכדור?

ב. מה תהיה מהירות העגלה לאחר שהחבר יתפוס את הכדור?

ג. כמה זמן הכדור ישהה באוויר?

ד. מהו המרחק אותו עברה העגלה במהלך זמן זה?

ה. תאר מה יקרה אם החבר ימסור חזרה את הכדור לחברו.

**12) אדם הולך על עגלה (מכיל תנועה יחסית)**

אדם בעל מסה  $M$  עומד על עגלה בעלת מסה  $m$ . האדם מתחיל ללכת במהירות  $v_R$  ביחס לעגלה.

מצא את מהירות האדם והעגלה ביחס לקרקע אם אין חיכוך בין העגלה לרצפה.

**13) אדם על רמפה (מכיל תנועה יחסית)\***

אדם שמסתו  $m$  רץ במעלה רמפה משופעת בזווית  $\theta$ . מסת הרמפה היא  $M$ , והיא מונחת על מישור חלק. האדם מתחיל ממנוחה והזמן הדרוש לו בכדי לעבור דרך שאורכה  $L$  על פני הרמפה הוא  $T$ .

א. מהי תאוצת האדם ביחס לרמפה?

ב. עקב הריצה נהדפת הרמפה ימינה, בתאוצה לא ידועה  $A$  יחסית לקרקע. בטאו את רכיבי התאוצה של האדם יחסית לקרקע בעזרת התאוצה  $A$ .

ג. כמה זזה הרמפה ימינה בזמן  $T$ ?

**14) כדור עולה על מדרון משולש**

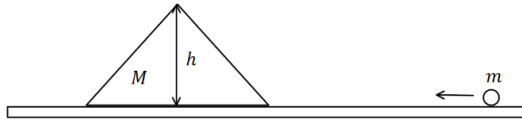
מדרון משולש בעל גובה  $h = 3\text{m}$  חופשי לנוע מעל משטח אופקי חלק (ללא חיכוך).

מסת המדרון היא:  $M = 15\text{kg}$ .

מגלגלים כדור בעל מסה  $m = 5\text{kg}$

על המשטח לכיוון המדרון.

התייחס לכדור כאל גוף נקודתי.



א. מה צריכה להיות המהירות שבה מגלגלים את הכדור כך שהוא יעצור

(ביחס למדרון) בדיוק לפני שהוא עובר את שיא הגובה של המדרון?

ב. מהי המהירות המדרון ברגע שהכדור מגיע לשיא הגובה?

ג. מהי המהירות הסופית של המדרון והכדור?

**15) מסה מחליקה בין שני טריזים**

גוף בעל מסה  $m$  מחליק על שני טריזים זהים בעלי מסה  $M$  כל אחד.

המעבר מהטריז למשטח האופקי הוא חלק,

המשטחים חסרי חיכוך וחופשיים לנוע על

השולחן (ראו סרטוט).

לאיזה גובה מקסימאלי יטפס הגוף על הטריז

השני אם גובהו ההתחלתי הוא  $h$ ?

**16) כדור גולף על כדורסל**

כדור גולף וכדור כדורסל מוחזקים במנוחה

אחד מעל השני בגובה  $H = 1.5\text{m}$ .

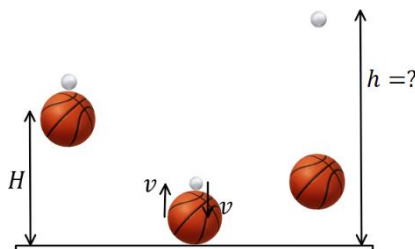
משחררים אותם ליפול ממנוחה.

מה יהיה הגובה המרבי אליו יגיע כדור הגולף

אם נניח שכל ההתנגשויות אלסטיות ומצחיות.

מסת כדור הגולף היא:  $m = 46\text{gr}$

ומסת הכדורסל היא:  $M = 624\text{gr}$ .

**17) התנגשות אלסטית זהה בכל המערכות**

במערכת אינרציאלית מסוימת האנרגיה הקינטית של שני גופים  $m_1$  ו- $m_2$  היא  $E_k$ .

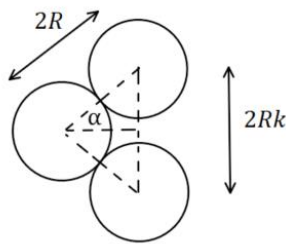
מצאו את האנרגיה הקינטית של הגופים במערכת אינרציאלית אחרת הנעה

במהירות  $v_0$  ביחס למערכת המקורית.

השתמשו בתוצאה שקיבלתם והראו כי אם במערכת מסוימת ההתנגשות היא

אלסטית אז היא חייבת להיות אלסטית גם בכל מערכות הייחוס האינרציאליות

האחרות.

**18) דיסקה מתנגשת בשתי דיסקות זהות**


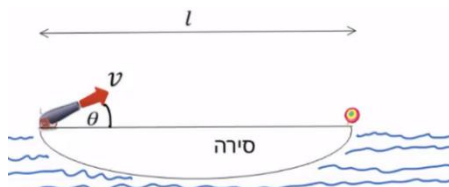
על מישור חלק נמצאות 3 דיסקות זהות בעלות מסה  $M$  ורדיוס  $R$  כל אחת.

הדיסקה השמאלית באיור נעה במהירות  $v$  ומתנגשת התנגשות אלסטית בו זמנית עם שתי הדיסקות האחרות כפי שמתואר באיור.

המרחק בין הדיסקות שנמצאות במנוחה לפני ההתנגשות מתואר על ידי  $2Rk$  כאשר  $1 \leq k \leq 2$ .

א. מהי גודלה של מהירות הדיסקה הפוגעת לאחר ההתנגשות כתלות בזווית  $\alpha$  שבאיור?

ב. עבור אילו ערכים של  $k$  הדיסקה תחזור אחורה/תיעצר במקום/תמשיך קדימה?

**19) סירה יורה פגז על מטרה בקצה השני**


סירה באורך  $l$  נמצאת על מים שקטים, בקצה השמאלי של הסירה נמצא תותח צעצוע ובקצה הימני נמצאת מטרה.

התותח יורה פגז צעצוע בזווית  $\theta$  ובמהירות  $v$  ביחס לקרקע.

מסת הפגז היא  $m$  ומסת הסירה היא  $M$ .

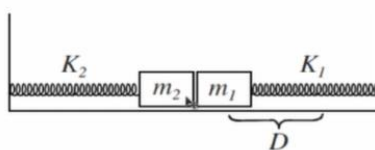
מצא את המהירות  $v$  הדרושה בשביל לפגוע בדיוק במטרה (הזנח את גובה התותח וגובה המטרה והנח כי התותח מחובר לסירה).

**20) שרשרת מחליקה משולחן**


שרשרת בעלת אורך  $l$  ומסה  $m$  מחליקה ממנוחה משולחן כאשר חציה עדיין מונח על השולחן.

א. מה תהיה מהירות השרשרת ברגע הניתוק מהשולחן, בהנחה שאין חיכוך?

ב. ענה על סעיף א' בהנחה שמקדם חיכוך  $\mu$  קיים בין השרשרת לשולחן.

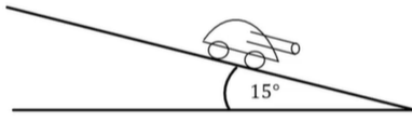
**21) שתי מסות ושני קפיצים**


מסות מתחילות ממנוחה כבשרטוט.

המסה הימנית נמתחת מרחק  $D$  ימינה ומשוחררת. כשהיא פוגעת במסה השנייה היא נדבקת אליה ושתיהן ממשיכות יחד.

א. מהו הכיוון המקסימלי של הקפיץ השמאלי?

ב. מהו הכיוון המקסימלי של הקפיץ הימני כאשר שתי המסות חוזרות ימינה?


**22) טנק יורה פגזים ועולה במדרון\*\***

טנק שמסתו 800 ק"ג (טנק קל מאוד) נמצא ברגע מסוים במנוחה על מדרון משופע בזווית של  $15^\circ$  מעלות. הטנק יורה שני פגזים במרווח של 2 שניות בין הירי הראשון לשני. מסת כל פגז היא 20 ק"ג והוא נורה במהירות לוע של 400 מטר לשנייה במקביל ובמורד למדרון. הניחו שלטנק גלגלים והחיכוך בינו למדרון זניח. מה ההעתק המקסימאלי שיעשה הטנק במעלה המדרון?

## תשובות סופיות:

$$u = 155 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (1)$$

$$Q = 8.27 \text{ J}, \text{ ב. לא אלסטית, } u_1 = 8.66 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, u_2 = 3.34 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad (2)$$

$$v_{\min} = \left[ (m + 0.05M)v_f + 0.95M \cdot 2\sqrt{gL} \right] \cdot \frac{1}{m} \quad (3)$$

$$\text{ב. } 0 \quad (4) \quad \text{א. } 0.75 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ כלפי מעלה.}$$

$$\text{א. } F \leq \mu_s g (m_1 + m_2) \quad \text{ב. תאוצה: } a_2 = \mu_k g, a_1 = \frac{F}{m_1} - \frac{m_2}{m_1} \mu_k g \quad (5)$$

$$\text{מהירות: } v_1(t) = a_1 t, v_2(t) = a_2 t, \text{ מיקום: } x_1(t) = \frac{1}{2} a_1 t^2, x_2(t) = \frac{1}{2} a_2 t^2$$

$$\text{ג. } E = F \cdot \frac{1}{2} a_1 T^2 - \left( \frac{1}{2} m_2 v_2^2(T) + \frac{1}{2} m_1 v_1^2(T) \right) \quad \text{ד. } u_f = \frac{F \cdot T}{m_1 + m_2}$$

$$\tilde{u} = \frac{v \left( m + \frac{M}{2} \right)}{M + m} \quad \text{ב.} \quad t = \frac{2l}{v} \quad (6) \quad \text{א.}$$

$$\text{ג. } a = \frac{mg\mu}{M}, \quad M \cdot v \cdot \left( m + \frac{M}{2} \right) = (m + M) \cdot M \cdot \frac{v}{2} + (m + M) \cdot mg\mu \cdot \tilde{t}$$

$$\text{א. } \tilde{u} = \frac{v(M-m)}{M+m} \text{ חיובי,} \quad \text{ב. } \tilde{u} = \frac{v(M-m)}{M+m} \text{ שלילי.} \quad (7)$$

$$\text{א. } \alpha = 0, u_1 = v_0, u_2 = 2v_0; \quad \text{ב. } \alpha = 1, u_1 = 0, u_2 = v_0; \quad \text{ג. } \alpha = \infty, u_1 = -v_0, u_2 = 0 \quad (8)$$

$$\text{ב. } t = \frac{L}{u_2 - u_1}$$

$$v_2 = \sqrt{2gH} \quad \text{א.} \quad \Delta P_{\text{Total}} = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH} \quad \text{ב.} \quad J_{\text{ceiling}} = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH} \hat{y} \quad \text{ג.} \quad (9)$$

$$h = \frac{m_2}{m_1 - m_2} \sqrt{\frac{H}{2g}} \quad \text{ד.} \quad J_{\text{Totalceiling}} = 0 + \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH} + \frac{m_1 (m_1 + m_2)}{m_1 - m_2} \sqrt{32gH} \quad \text{ה.} \quad t = \frac{L}{v} \quad (10)$$

$$0 = mv + Mu \quad \text{א.} \quad mv + Mu = (m + M) \cdot 0 \quad \text{ב.} \quad L = t \cdot (v - u) \quad \text{ג.} \quad (11)$$

$$\text{ד. } x = u \cdot t \quad \text{ה. ראה סרטון.}$$

$$u_2 = \frac{mv_R}{m + M}, u_1 = \frac{-Mv_R}{m + M} \quad (12)$$

$$a'_P = \frac{2L}{T^2} \quad \text{א.} \quad a_{P_x} = \frac{2L}{T^2} \cos \theta - A \quad \text{ב.} \quad x_{\text{ramp}}(T) = \frac{m}{m + M} L \cos \theta \quad \text{ג.} \quad (13)$$

$$u_1' = 2\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{sec}}, u_2' = -2\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.}$$

$$u = \sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.}$$

$$v_0 = 8.94 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{א. (14)}$$

$$h'_{\text{max}} = \frac{M^2 h}{(M+m)^2} \quad \text{(15)}$$

$$h \approx 12.3\text{m} \quad \text{(16)}$$

$$E_k' = E_R - (m_1 v_1 + m_2 v_2) v_0 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_0^2 \quad \text{(17)}$$

$$u_1 = v \frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos^2 \alpha} \quad \text{א. (18)}$$

ב. קדימה:  $\sqrt{2} < k \leq 2$ , במקום:  $k = \sqrt{2}$ , אחורה:  $1 \leq k < \sqrt{2}$

$$v = \sqrt{\frac{gL}{\left(1 + \frac{m}{M} \sin 2\theta\right)}} \quad \text{(19)}$$

$$v = gl \left( \frac{3 - \mu}{4} \right) \quad \text{ב.} \quad v = \sqrt{\frac{3}{4}} gl \quad \text{א. (20)}$$

(21) ראה סרטון.

$$x(t = 5.82) \approx 60\text{m} \quad \text{(22)}$$

# מכניקה של חלקיקים

פרק 12 - מסה משתנה -

תוכן העניינים

1. הקדמה ופיתוח הנוסחה ..... (ללא ספר)
2. שימוש בנוסחה ..... 160
3. סיכום מסה משתנה ..... (ללא ספר)
4. תרגילים נוספים ..... 161

## שימוש בנוסחה:

### שאלות:

#### 1) חיכוך במסה משתנה

עגלה בעלת מסה התחלתית  $M_0$  נעה על משטח עם חיכוך.

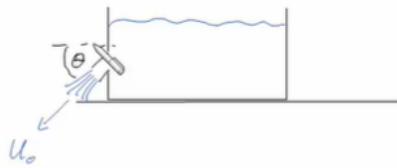
לעגלה מחובר בקצה האחורי צינור המשפריץ מים בקצב  $\alpha$  ומהירות  $u_0$ .

הצינור נמצא בזווית  $\theta$  ביחס לציר ה- $x$ .

נתון:  $M_0, \mu_k, \alpha, \theta, u_0$ .

א. כתוב את משוואת התנועה.

ב. מצא את המהירות כפונקציה של הזמן.



### תשובות סופיות:

$$-\mu_k (M(t)g - u_0 \sin \theta \alpha) = M(t) \frac{dv_x}{dt} - \alpha u_0 \cos \theta \quad \text{א. (1)}$$

$$v(t) = -\mu_k g t + \left( \frac{C}{\alpha} \ln \frac{M_0 - \alpha t}{M_0} \right) + v_0 \quad \text{ב.}$$

## תרגילים נוספים:

### שאלות:

#### 1) עגלה עם מטף קצף

מתקינים על עגלה מטף קצף.

המטף פולט קצף אחורנית (ואופקית) מהעגלה



במהירות  $u$  ביחס לעגלה ובקצב  $\left| \frac{dm}{dt} \right| = a - bt$ .

פליטת הקצף גורמת לעגלה לנוע בקו ישר.

מסת העגלה (כולל המטף) בתחילת התנועה

היא  $M_0$  ואין חיכוך בין העגלה לקרקע.

א. מהן היחידות של  $a$  ו- $b$ ? הנח שכל הגדלים האחרים ב-m.k.s.

ב. מצאו את תאוצת העגלה כתלות בזמן כל עוד  $t < \frac{a}{b}$ .

ג. מהי מהירות העגלה כתלות בזמן?

#### 2) חללית מנתקת מיכלים

חללית יכולה לנתק את מכלי הדלק הריקים שלה.

מיכל שהתרוקן מתנתק ונופל לים וכל משקלו של המיכל הריק

אינו מעמיס עוד על החללית.

נתונה חללית בעלת מסה התחלתית  $M_0$ , קצב פליטת גזים  $\alpha$

ומהירות הגז ביחס לחללית- $u$ .

כאשר החללית מאבדת ממשקלה מסה  $m$  (מסת הדלק שהיה

במיכל) היא מנתקת את המיכל שמסתו  $k$  וממשיכה במעופה

הרגיל. כאשר החללית מאבדת ממשקלה  $m$  נוסף, נגמר הדלק

במכליה והיא מכבה מנועים וממשיכה במהירות הסופית.

הנח שהחללית מתחילה ממנוחה ושהיא משוגרת מתחת חלל, כלומר אין

השפעת כבידה על החללית.

א. מהי מהירות החללית רגע לפני ניתוק המיכל הראשון?

ב. מהי מהירות החללית לאחר ניתוק המיכל?

ג. מהי מהירותה הסופית של החללית?

(הנח שהיא שומרת על מהירותה לאחר כיבוי המנועים).

ד. בכמה שיפרה החללית את מהירותה הסופית על ידי ניתוק המיכלים?

### (3) משפך חול על מסוע



$$\frac{dm}{dt} = At$$

כאשר  $A$  קבוע. אין חיכוך בין המסוע לרצפה.

א. מה הכוח  $F$  הדרוש על מנת למשוך את המסוע במהירות קבועה (ונתונה)  $V_0$ ?

ב. מהו ההספק (אנרגיה ליחידת זמן) שמשקיע הכוח?

### (4) בלון

בלון בעל מסה  $M$  מלא בגז. נתון כי  $\frac{3}{4}$  ממסת הבלון היא מסת הגז.

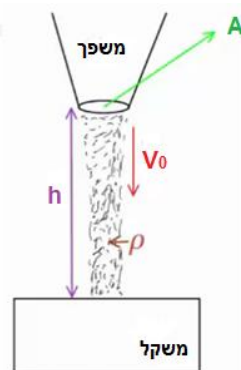
משחררים את הבלון ממנוחה והגז יוצא במהירות  $u_0$  ביחס לבלון.

נתון כי הבלון מאיץ בקו ישר כלפי מעלה בתאוצה של  $0.5g$ .

א. מצא את קצב פליטת הגז מהבלון.

ב. מצא את הגובה המקסימלי אליו יגיע הבלון.

### (5) משפך על משקל



משפך חול נמצא מעל משקל, החול יוצא מהמשפך במהירות  $V_0$ . שטח החתך של פתח המשפך הוא  $A$

ונתון כי המשפך נמצא בגובה  $H$  מעל המשקל.

נתונה צפיפות המסה של החול  $\rho$ .

הזנח את גובה החול המצטבר על המשקל.

א. מהי כמות החול היוצאת מהמשפך ביחידת זמן?

ב. מה מהירות החול בהגיעו לפני פגיעתו במשקל?

ג. במהלך המילוי כאשר המשקל מראה  $W$  מה היחס בין המשקל האמיתי של החול לערך שמראה המשקל?

ד. נניח כי כאשר המשקל מראה את המשקל מסעיף ג' סוגרים את המשפך.

מה יראה המשקל לאחר זמן רב?

ה. לאחר האמור בסעיף ד' מאיצים את המשקל בתאוצה של  $5$  מטר לשנייה

בריבוע כלפי מעלה. מה יראה המשקל?

**6 טיפת גשם**

טיפת גשם נופלת דרך ענן וסופחת מים יחסית לשטח הפנים שלה.

קצב שינוי המסה של הטיפה נתון לפי  $\frac{dm}{dt} = 4\pi r^2 b$ , כאשר  $b$  קבוע ו- $r$  הוא

רדיוס הטיפה. נתונה גם צפיפות המים  $\rho$ . הזנח את התנגדות האוויר.

הנח כי הטיפה מתחילה ליפול ממנוחה ורדיוסה ההתחלתי הוא  $r_0$ .

א. מצא את רדיוס הטיפה כפונקציה של הזמן.

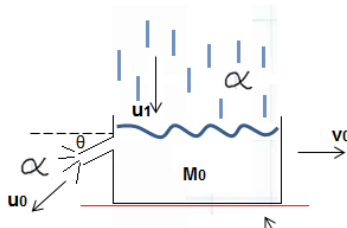
ב. חשב את מהירות הטיפה כפונקציה של הזמן.

ג. מצא את התאוצה של הטיפה זמן קצר לאחר תחילת תנועתה.

ד. מצא את תאוצת הטיפה לאחר זמן רב.

פתרון משוואה דיפרנציאלית מהצורה:  $\frac{dv}{dr} = A \frac{v}{r} + B$  הוא  $v(r) = (Cr)^A + \frac{B}{1-A} r$ .

**7 עגלה עם גשם, משאבה וחיכוך**



עגלה בעלת מסה  $M_0$  נוסעת על משטח עם חיכוך.

על העגלה יורד גשם בקצב  $a$  ובמהירות  $u_1$  בציר האנכי בלבד. בנוסף, לעגלה מחוברת משאבה בקצה האחורי, המוציאה מים מן העגלה החוצה במהירות  $u_0$  ובקצב  $a$ .

המשאבה מוציאה את המים בזווית  $\theta$  מתחת לציר ה- $x$  (ראה ציור).

לעגלה מהירות התחלתית  $V_0$ .

מקדם החיכוך הקינטי  $\mu_k$  וכל הגדלים הרשומים בשאלה נתונים.

א. מצא את משוואת התנועה של העגלה.

ב. מצא את המהירות הסופית של העגלה.

ג. מצא את מהירות העגלה כפונקציה של הזמן.

**8 חול נשפך מקרונית**

קרונית עמוסה בחול נעה על פסים ללא חיכוך במהירות  $v$ .

ברגע מסוים נפתח חלון בתחתית הקרונית וחול מתחיל להישפך בקצב קבוע  $\alpha$ . מהי מהירות הקרונית כתלות בזמן?

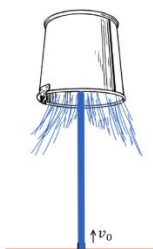
**9 דלי מוחזק באוויר**

דלי בעל מסה  $M$  מוחזק הפוך באוויר באמצעות זרם מים.

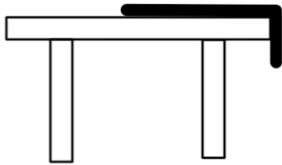
המים יוצאים מצינור באדמה במהירות  $v_0$  כלפי מעלה ובקצב  $\alpha$ .

מהו הגובה בו הדלי נמצא באוויר?

הנח שהמים לא ניתזים חזרה לאחר הפגיעה בדלי.

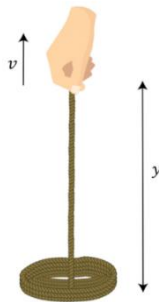


### 10 חבל מחליק משולחן



חבל באורך  $L$  ומסה  $M$  מונח על שולחן חסר חיכוך כך שהקצה של החבל באורך  $d$  נשמט מחוץ לשולחן. החבל מוחזק ומשוחרר ממנוחה. מה תהיה מהירות החבל כאשר כל אורך החבל ייפול מהשולחן. פתור משיקולי תנע בלבד! הנח שהחבל אינו פוגע ברצפה.

### 11 מרימים חבל ממנוחה



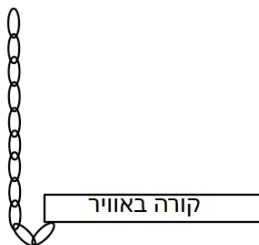
חבל אחיד, בעל מסה  $M$  ואורך  $L$  מונח על שולחן. מרימים קצה אחד של החבל במהירות קבועה  $v$ .

א. מהי המתחיות בקצה העליון של החבל כתלות בפרמטרים של השאלה ובגובה הקצה  $y$ ?

ב. מהי העבודה שעושה היד ביחידת זמן?

ג. מהו קצב שינוי האנרגיה הכוללת של החבל?

### 12 שרשרת מחוברת לקורה נופלת



שרשרת באורך  $L$  וצפיפות אחידה  $\lambda$  מחוברת לקורה התלויה באוויר. מרימים את השרשרת אנכית מעל הקורה ומשחררים ממנוחה. הנח שהחלק שמחובר לקורה בהתחלה זניח, כלומר גובה הקצה העליון של השרשרת הוא  $L$  מעל החיבור עם הקורה. הנח שהשרשרת לא פוגעת בקרקע במהלך הנפילה.

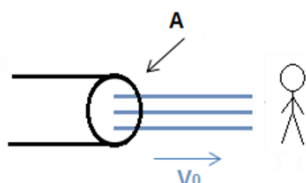
א. מהי מהירות החלק שנופל כתלות בזמן?

ב. מהו התנע של כל השרשרת כתלות בזמן?

ג. מה הכוח שמפעילה הקורה על השרשרת כתלות בזמן?

ד. מה גודל הכוח שמפעילה הקורה ברגע הנפילה האחרון של השרשרת אם מסת השרשרת היא  $2$  ק"ג?

### 13 צינור משפריץ על אדם\*

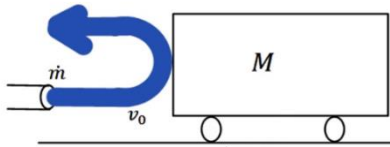


צינור משפריץ מים על אדם. לצינור שטח חתך  $A$  וצפיפות המים נתונה  $\rho$ . נתונה גם מהירות יציאת המים מהצינור  $v_0$ .

א. מצא את הכוח שפועל על אדם הנמצא במנוחה, בהנחה שהמים אינם ניתזים חזרה.

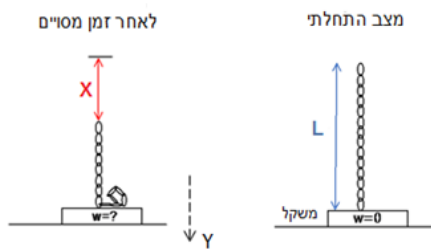
ב. מצא את הכוח הפועל על אדם הבורח במהירות  $v < v_0$ .

**14) צינור משפריץ מים על עגלה\***



צינור משפריץ מים על עגלה בעלת מסה  $M$ .  
 המים יוצאים מהצינור במהירות  $v_0$  ובקצב  $\dot{m}$ .  
 נתון (הנח כי מהירות המים קבועה עד לפגיעה בעגלה). המים מתנגשים התנגשות אלסטית ביחס לעגלה.  
 מצא את מהירות העגלה כפונקציה של הזמן.

**15) שרשרת נופלת על מד משקל\***



שרשרת בעלת אורך  $L$  ומסה  $M$   
 מוחזקת בצורה אנכית מעל משקל  
 כך שהקצה התחתון שלה בדיוק  
 נוגע במשקל.  
 השרשרת משוחררת ממנוחה.  
 מצא מה מראה המשקל כפונקציה של  $x$   
 (המרחק אותו עבר הקצה העליון).

## תשובות סופיות:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{u(a-bt)}{M_0 - at + \frac{1}{2}bt^2} \quad \text{ב.} \quad [a] = \frac{\text{kg}}{\text{sec}} \quad , \quad [b] = \frac{\text{kg}}{\text{sec}^2} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$v(t) = u \ln \left[ \frac{M_0}{M_0 - at + \frac{1}{2}bt^2} \right] \quad \text{ג.}$$

$$u \ln \frac{M_0}{M_0 - m} \quad \text{א.} \quad \text{ב. לא משתנה.} \quad (2)$$

$$u \ln \left( \frac{M_0 - m - k}{M_0 - 2m - k} \right) \quad \text{ד.} \quad u \ln \frac{M_0(M_0 - 2m - k)}{(M_0 - m)(M_0 - m - k)} \quad \text{ג.}$$

$$\rho = V_0^2 A t \quad \text{ב.} \quad F = V_0 A t \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$y_{\max} = \frac{g}{4} \left( \frac{2u_0}{3g} \ln 4 \right)^2 + \frac{1}{2g} \left( \frac{u_0}{3} \ln 4 \right)^2 \quad \text{ב.} \quad -\frac{3g}{2u_0} M e^{-\frac{3g}{2u_0} t} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$\frac{W}{W'} = 1 - \frac{V_F \rho A V_0}{W'} \quad \text{ג.} \quad V_F = \sqrt{V_0^2 + 2gh} \quad \text{ב.} \quad \frac{dm}{dt} = \rho A V_0 \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$W = W + \frac{W}{g} a_0 \quad \text{ה.} \quad W = W + \rho A h g \quad \text{ד.}$$

$$v(r) = -\frac{\rho g}{4b} r_0 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{-3} + \frac{\rho g}{4b} r \quad \text{ב.} \quad r = \frac{b}{\rho} t + r_0 \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$\text{Lima}(t) = \text{Lima}(r) = \frac{g}{4} \quad \text{ד.} \quad a(t=0) = g \quad \text{ג.}$$

$$V(t) = (u_0 \alpha \cos \theta - \mu_R N) \frac{1}{\alpha} \quad \text{ב.} \quad -\mu_k N = M_0 \frac{dv}{dt} + \alpha V(t) - u_0 \alpha \cos \theta \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$V(t) = \frac{1}{\alpha} \left( C - (C - \alpha V_0) e^{-\frac{\alpha}{M_0} t} \right) \quad \text{ג.}$$

$$v = \text{const} \quad (8)$$

$$h = \frac{\alpha v_0^2 - Mg}{2g\alpha} \quad (9)$$

$$V_F^2 = \frac{g}{2} (L^2 - d^2) \quad (10)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{M}{L} gyv + \frac{M}{L} v^3 \quad \text{ג.} \quad \rho = \frac{M}{L} gyv + \frac{M}{L} v^3 \quad \text{ב.} \quad F = \frac{M}{L} gy + \frac{M}{L} v^2 \quad \text{א.} \quad (11)$$

$$60_N \cdot \delta \quad \frac{3}{4} \lambda g^2 t^2 \cdot \lambda \quad \rho_T = \lambda \left( L - \frac{1}{4} g t^2 \right) g t \cdot \beta \quad v = g t \cdot \alpha \quad (12)$$

$$\sum F = \rho A (v_0 - v)^2 \cdot \beta \quad \sum F = -\sum F = \rho A v_0^2 \cdot \alpha \quad (13)$$

$$v(t) = v_0 \left( 1 - \frac{1}{2\dot{m}} M t + 1 \right) \quad (14)$$

$$N(x=L) = 3Mg \quad (15)$$

# מכניקה של חלקיקים

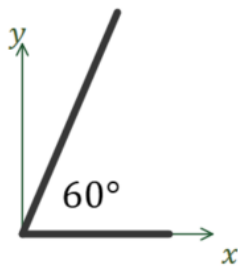
פרק 13 - מרכז מסה -

תוכן העניינים

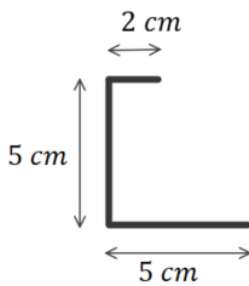
1. הסבר בסיסי על מרכז מסה. 168 .....
2. דוגמה מרכז מסה של דיסקה עם חור. 169 .....
3. תנועה לפי הכוחות החיצוניים (ללא ספר) 170 .....
4. שני תרגילים. 170 .....
5. חישוב מרכז מסה של גופים גדולים בעזרת אינטגרל (ללא ספר) 171 .....
6. דוגמאות לחישוב מרכז מסה בעזרת אינטגרלים. 173 .....
7. מערכת מרכז המסה. 173 .....
8. תרגילים מסכמים. 176 .....

## הסבר בסיסי על מרכז מסה:

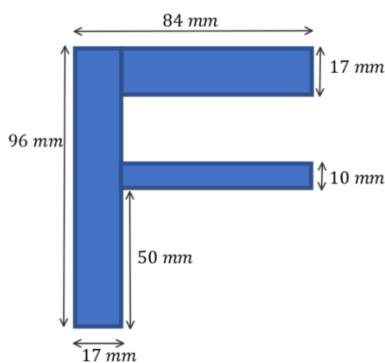
### שאלות:



- (1) דוגמה - מרכז מסה של שני מוטות בזווית**  
 המערכת המתוארת באיור מורכבת משני מוטות בעלי צפיפות אחידה.  
 מוט ראשון באורך 3c.m נמצא לאורך ציר ה-x ומסתו 2kg, מוט שני נמצא בזווית  $60^\circ$  עם ציר ה-x החיובי אורכו 5c.m ומסתו 3kg.  
 מצאו את מרכז המסה של המערכת (ביחס לראשית).



- (2) דוגמה - מרכז מסה של האות נ**  
 המערכת המתוארת באיור מורכבת ממוט בעל צפיפות מסה אחידה המכופף בצורת האות "נ" בתמונת מראה. מצאו את מיקום מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה השמאלית התחתונה.



- (3) דוגמה - מרכז מסה של F**  
 מרכיבים את האות F מלוחות בעלי צפיפות מסה אחידה ליחידת שטח.  
 המימדים של כל הלוחות נתונים באיור.  
 א. מצאו את מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה השמאלית התחתונה של האות.  
 ב. מהו מרכז המסה של המערכת ביחס לפינה הימנית התחתונה של האות?

### תשובות סופיות:

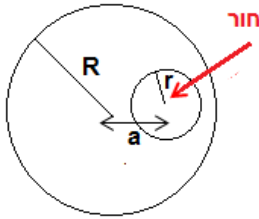
- (1)**  $x_{c.m} = 1.35c.m$  ,  $y_{c.m} = 1.3c.m$   
**(2)**  $x_{c.m} = 1.2c.m$  ,  $y_{c.m} = 1.875c.m$   
**(3)** א.  $x_{c.m} = 31mm$  ,  $y_{c.m} = 62mm$  .  
 ב.  $x_{c.m} = 14mm$  ,  $y_{c.m} = 62mm$  .

## דוגמה מרכז מסה של דיסקה עם חור:

שאלות:

(1) דוגמה מרכז מסה של דיסקה עם חור

בדיסקה בעלת רדיוס  $R$  ומסה  $M$  קדחו חור עגול בעל רדיוס  $r$  במרחק  $a$  ממרכז הדיסקה. הנח כי צפיפות המסה אחידה בכל הדיסקה. מצא את מרכז המסה של הדיסקה עם החור.

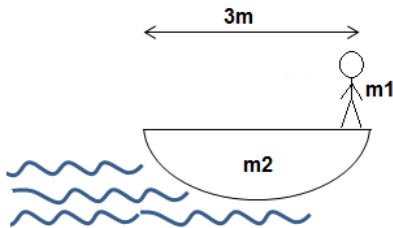


תשובות סופיות:

$$x_{c.m.} = \frac{-a(\rho\pi r^2)}{M - (\rho\pi r^2)} \quad (1)$$

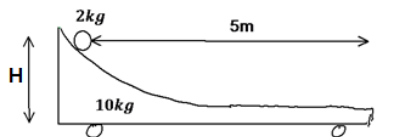
## שני תרגילים:

### שאלות:



#### (1) נער על סירה

אדם עומד בקצה סירה באורך 3 מטר.  
 מסת האדם היא 70 קילוגרם ומסת  
 הסירה 100 קילוגרם.  
 האדם התקדם 2 מטרים לאורך הסירה.  
 כמה זזה הסירה?  
 (הזנח את החיכוך בין המים לסירה).  
 נתון:  $m_1 = 70\text{kg}$ ,  $m_2 = 100\text{kg}$ .



#### (2) כדור על קרונית

כדור מונח על קרונית משופעת הנמצאת במנוחה.  
 הכדור מונח בגובה  $H = 1\text{m}$  ובמרחק של 5m מטר  
 מקצה הקרונית.

מסת הקרונית:  $m_1 = 10\text{kg}$ , מסת הכדור:  $m_2 = 2\text{kg}$ .

א. מצא את העתק הקרונית כאשר הכדור מגיע לקצה.

ב. מצא את מהירות הגופים אם נתון שמהירות הכדור בקצה הקרונית

היא רק בכיוון ציר ה-x.

### תשובות סופיות:

$$x = \frac{14}{17} \text{ m} \quad (1)$$

$$\Delta x_1 = -\frac{10}{12} \text{ m} \quad \text{א.} \quad (2)$$

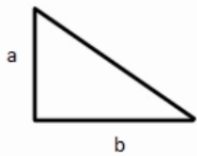
$$\text{ב.} \quad u_2 \approx 4.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, \quad u_1 \approx -0.82 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

## דוגמאות לחישוב מרכז מסה בעזרת אינטגרלים:

### שאלות:

(1) **מרכז מסה של מוט עם צפיפות לא משתנה**

חשב את מרכז המסה של מוט בעל אורך  $L$  וצפיפות מסה  $\lambda(x) = \lambda_0 \frac{x}{L}$ .



(2) **מרכז מסה של משולש**

מצא את מרכז המסה של המשולש שבתמונה.

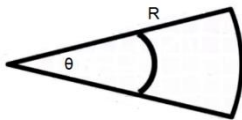
(3) **מרכז מסה של שער**

שער חשמלי בעל מסה  $m$  ואורך  $l$  מונח על ציר שמרחקו  $d$  מסופו. הסבר מדוע מחוברים לקצה השער משקולת כבדה ומצא את מסתה אם נתון כי אורכה  $L$ .



(4) **מרכז מסה של גיזרה וחצי דיסקה**

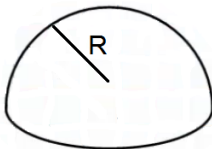
חשב את מרכז המסה של גיזרה עם צפיפות אחידה וזווית  $\theta$ .



(5) **חישוב שטח גיזרה**

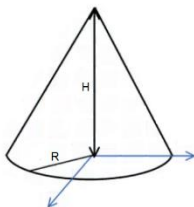
נתון מעגל שרדיוסו  $R$ .

חשב שטח של גיזרה עם זווית  $\theta$ .



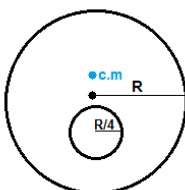
(6) **מרכז מסה של חצי כדור מלא**

חשב את מרכז המסה של חצי כדור מלא בעל צפיפות אחידה.



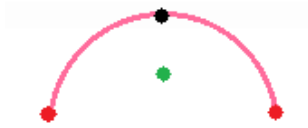
(7) **מרכז מסה של חרוט מלא**

חשב את מרכז המסה של חרוט מלא בעל צפיפות אחידה.



(8) **דיסקה עם חור**

חשב את מרכז המסה של חרוט מלא בעל צפיפות אחידה.


**9) חצי חישוק ושתי מסות**

מצא את מרכז המסה של חצי החישוק בעל מסה  $M$  ורדיוס  $R$  אשר בקצותיו חוברים שני כדורים קטנים בעלי מסה  $m$ .

**תשובות סופיות:**

$$x_{c.m.} = \frac{2}{3}L \quad (1)$$

$$c.m. = \left( \frac{1}{3}b, \frac{1}{3}a \right) \quad (2)$$

$$\frac{\left( \frac{L}{2} - d \right) m + \left( d + \frac{1}{2} \right) M}{m + M} = 0 \quad (3)$$

$$x_{c.m.} = \frac{4R \sin \frac{\theta_0}{2}}{3\theta_0} \quad (4)$$

$$S = \frac{\theta R^2}{2} \quad (5)$$

$$z_{c.m.} = \frac{3R}{8} \quad (6)$$

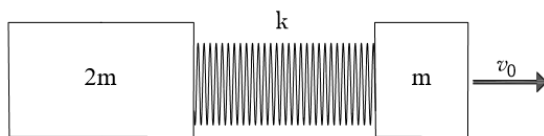
$$z_{c.m.} = \frac{H}{4} \quad (7)$$

$$z_{c.m.} = -\frac{1}{30}R \quad (8)$$

$$y_{c.m.} = \frac{2R}{\pi} \quad (9)$$

## מערכת מרכז המסה:

### שאלות:



#### (1) שני גופים מחוברים בקפיץ ונעים

שני גופים עם מסות  $m_1 = m$ ,  $m_2 = 2m$  קשורים בקפיץ בעל קבוע  $k$  ומונחים על משטח חסר חיכוך.

ברגע מסוים מעניקים לגוף  $m_1$  מהירות  $v_0$  כך שהוא מתרחק מהמסה  $m_2$ .

א. מה מהירות מרכז המסה  $v_{c.m.}$ ?

ב. מה מהירויות שני הגופים במערכת מרכז המסה מיד עם תחילת התנועה?

ג. מה האנרגיה הקינטית הכוללת מיד עם תחילת התנועה במערכת המעבדה ובמערכת מרכז המסה?

ד. מהי ההתארגות המקסימלית של הקפיץ? מה מהירויות שני הגופים במצב זה (גם במערכת מרכז המסה וגם במערכת המעבדה)?

ה. מה מהירויות שני הגופים (בשתי מערכות הייחוס) בפעם הראשונה בה הקפיץ חוזר לאורכו המקורי?

#### (2) התנגשות לא חזיתית

שתי דיסקות ברדיוס זהה  $R$  נמצאות על משטח ללא חיכוך.

הדיסקה  $m_1 = m$  נמצאת במנוחה

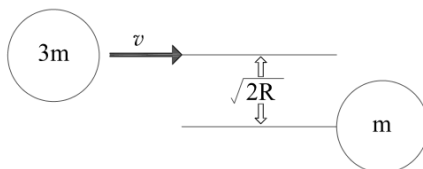
והדיסקה  $m_2 = 3m$  נעה במהירות  $v$  כלפיה.

המרחק בין מרכז דיסקה 1, למסלול של מרכז

דיסקה 2 הוא  $\sqrt{2}R$  כמתואר באיור.

אין חיכוך בין שפות הדיסקות במהלך

ההתנגשות וההתנגשות האלסטית.



א. תארו את תנועתן במערכת מרכז המסה לפני ההתנגשות.

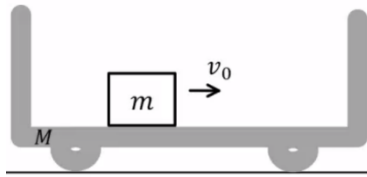
ב. באיזו נקודה על פני כל דיסקה תהיה ההתנגשות ביניהן?

מה כיוון הכוח ביניהן בעת ההתנגשות?

ג. מה היו וקטורי המהירות אחרי ההתנגשות במערכת מרכז המסה?

ד. מה יהיו המהירויות, גודלן וכיוונן אחרי ההתנגשות במערכת המעבדה?

ה. מה המתקף שהפעיל כדור 2 על כדור 1? חשבו בשתי המערכות.

**(3) גוף מתנגש בדפנות עגלה**

גוף שמסתו  $m$  מונח בתוך עגלה שמסתה  $M$ . העגלה נמצאת במנוחה על משטח אופקי ואין חיכוך בינה לבין המשטח. מקנים לגוף מהירות התחלתית  $v_0$  והוא נע הלך ושוב בין דפנות העגלה ללא חיכוך. ההתנגשות של הגוף עם הדפנות היא התנגשות אי-אלסטית. מה תהיה מהירות הגוף ביחס לקרקע לאחר זמן רב?

**(4) זווית פיזור אפשרית באיבוד אנרגיה\*\***

חלקיק בעל מסה  $M$  נע במהירות קבועה לאורך ציר ה- $x$ . כאשר האנרגיה הקינטית שלו היא  $K$ . החלקיק פוגע בחלקיק אחר, בעל מסה זהה הנמצא במנוחה. האנרגיה של כל המערכת לאחר ההתנגשות היא  $\alpha K$  כאשר  $\alpha$  קבוע חיובי נתון, הקטן מ-1.

א. מהי מהירות מרכז המסה לפני ואחרי ההתנגשות?

ב. האם ניתן לדעת את כיוון המהירות של החלקיק הפוגע, במערכת מרכז המסה, לפני ואחרי ההתנגשות?

ג. אם  $\alpha = 0.6$ , מה תחום זוויות הפיזור האפשריות? מומלץ לצפות בסרטון ההוכחה שהזווית בין שני גופים בעלי מסות זהות המתנגשים התנגשות אלסטית היא 90 מעלות.

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } v_{c.m.} = \frac{v_0}{3} \quad \text{ב. } v_{1.c.m.} = \frac{2v_0}{3}, v_{2.c.m.} = -\frac{v_0}{3}$$

$$\text{ג. מעבדה: } E_k = \frac{1}{2}mv_0^2, \text{ מרכז המסה: } E_k = \frac{1}{3}mv_0^2$$

$$\text{ד. מעבדה: } \Delta x_{\min} = \sqrt{\frac{2mv_0^2}{3k}}, \frac{v_0}{3}, \text{ מרכז המסה: } \Delta u_{c.m.} = 0$$

$$\text{ה. מעבדה: } u_1 = -\frac{1}{3}v_0, u_2 = \frac{2v_0}{3}, \text{ מרכז המסה: } u_{1.c.m.} = -\frac{2v_0}{3}, u_{2.c.m.} = \frac{v_0}{3}$$

$$(2) \quad \text{א. } v_{1.c.m.} = -\frac{3}{4}v, v_{2.c.m.} = \frac{1}{4}v \quad \text{ב. } \alpha = 45^\circ \quad \text{ג. בכיוון ציר y השלילי - } |\vec{v}_{1.c.m.}| = \frac{3}{4}v$$

$$\text{בכיוון ציר y החיובי - } |u_{2.c.m.}| = \frac{1}{4}v \quad \text{ד. } u_1 = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot 3v, \alpha_1 = -45^\circ$$

$$\text{ה. במעבדה: } \vec{J}_{2 \rightarrow 1} = \Delta \vec{P}_1 = mv \cdot \frac{3}{4}(1, -1) \quad u_2 = \frac{\sqrt{10}}{4}v, \alpha_2 = 18.4^\circ$$

$$\text{במרכז המסה: } \vec{J} = \int Ndt = m \frac{3}{4}v(1, -1)$$

$$(3) \quad u = \frac{mv_0}{m+M}$$

$$(4) \quad \text{א. } v_{c.m.} = \frac{v}{2} \quad \text{ב. לפני: באותו כיוון, אחרי: לא ניתן.} \quad \text{ג. } -48.2^\circ \leq \theta \leq 48.2^\circ$$

## תרגילים מסכמים:

### שאלות:

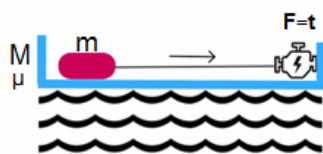
#### 1) שני גופים מחוברים בקפיץ נלחצים לקיר

שני גופים מחוברים בקפיץ בעל קבוע  $k$  ונמצאים על משטח אופקי חסר חיכוך. מסת הגוף הימני היא  $m_1$ , מסת הגוף השמאלי היא  $m_2$  והוא צמוד לקיר. האורך הרפוי של הקפיץ הוא  $l_0$ .

לוחצים את הגוף הימני עד שהקפיץ מתכווץ לאורך  $\frac{l_0}{3}$  ומשחררים ממנוחה.

- מתי תנתק המסה השמאלית מהקיר?
- מהו מיקום מרכז המסה כתלות בזמן?

#### 2) מנוע מושך מסה בסירה

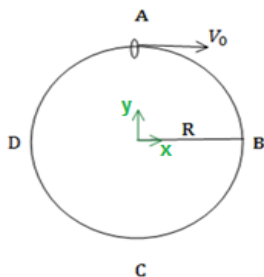


על סירה (ללא חיכוך עם המים) מונחת מסה. המסה מחוברת בחוט למנוע המחובר לסירה. כוח המשיכה של המנוע משתנה בזמן, מקדם החיכוך הסטטי ומקדם החיכוך הקינטי נתונים.

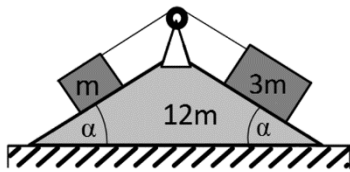
- מתי תתחיל לנוע המסה?
- מה תהיה תאוצת מרכז המסה? תאוצת הסירה? תאוצת המסה?
- לאחר שהמסה נעה החוט ניתק. ענה שוב על סעיף ב'.
- האם המסה והסירה ייעצרו בו זמנית?

#### 3) חרוז מסתובב על חישוק שחופשי לנוע

חישוק בעל רדיוס  $R$  ומסה  $m$  מונח על שולחן אופקי חלק. על החישוק ישנו חרוז המתחיל לנוע מהנקודה  $A$  ומסתו  $m$  גם כן. ב- $t=0$  החישוק נמצא במנוחה ומהירותו ההתחלתית של החרוז היא  $v_0$  ימינה.



- מצא את מיקום מרכז המסה של המערכת בתחילת התנועה.
- מצא את מהירות מרכז המסה כפונקציה של הזמן ואת מסלולה.
- מהן מהירויות החרוז והצינור כאשר החרוז נמצא בנקודות  $B, C, D$  ושוב ב- $A$  ביחס לחישוק?

**(4) שני גופים על מדרון שני**


שני גופים בעלי מסות  $m$  ו- $3m$  נמצאים על מדרון דו-צדדי בעל זווית נטייה  $\alpha$  משני צדדיו. שני הגופים קשורים זה לזה בחוט אידיאלי דרך גלגלת אידיאלית המחוברת למדרון. למדרון מסה  $12m$  והוא יכול לנוע על הרצפה. אין חיכוך בין הגופים למדרון ובין המדרון לרצפה. משחררים את המערכת ממנוחה.

- א. חשב את העתק המדרון, לאחר שהגוף הכבד עבר מרחק  $L$  במורד המדרון.  
 ב. מהי העבודה שביצע משקל הגוף הכבד ומשקל הגוף הקל במהלך התנועה?  
 ג. חשב את מהירות המדרון ביחס לרצפה ברגע זה.

**(5) מסה מתנגשת במסה עם קפיץ**

גוף שמסתו  $2m$  נע במהירות  $v$  על משטח חסר חיכוך לעבר גוף נוסף שמסתו  $m$  הנמצא במנוחה. בצידו השמאלי של הגוף במנוחה ישנו קפיץ רפוי בעל קבוע  $k$ . הבעיה חד מימדית.



- א. מהי מהירות מרכז המסה של הגופים?  
 ב. מהי ההתכווצות המקסימאלית של הקפיץ?

## תשובות סופיות:

$$(1) \text{ א. כאשר הקפיץ מגיע לנקודת רפיון או ב- } t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m_1}{k}}$$

$$\text{ב. } x_{\text{c.m.}}(d) = \frac{m_1 l_0}{m_1 + m_2} \left( 1 + \frac{2}{3} \sqrt{m_1 k t} \right)$$

$$(2) \text{ א. } \mu \cdot mg = t \quad \text{ב. } a = \frac{t}{m}, -a = \frac{t}{M} \quad \text{ג. } a = \mu \cdot g \frac{m}{M}, -a = \mu \cdot g$$

ד. כן.

$$(3) \text{ א. } y_{\text{c.m.}}(t=0) = \frac{R}{2} \quad \text{ב. } \vec{v}_{\text{c.m.}}(t) = \frac{1}{2} v_0 \hat{x}$$

$$\text{ג. בנקודה B: } u_{1x} = \frac{1}{2} v_0 = u_{2x}, u_{1y} = \frac{-v_0}{2} = -u_{2y}$$

$$\text{בנקודה C: } u_{1y} = 0 = u_{2y}, u_{2x} = v_0, u_{1x} = 0$$

$$\text{בנקודה D: } u_{1x} = u_{2x} = \frac{1}{2} v_0, u_{1y} = \frac{v_0}{2} = -u_{2y}$$

$$(4) \text{ א. } x_2 = -\frac{L \cos \alpha}{4} \quad \text{ב. הכבד: } W = 3mgL \sin \alpha, \text{ הקל: } W = mg(-L \sin \alpha)$$

$$\text{ג. } v_{2x} = \sqrt{\frac{gL \sin \alpha}{4(4 \tan^2 \alpha + 3)}}$$

$$(5) \text{ א. } v_{\text{c.m.}} = \frac{2}{3} v \quad \text{ב. } \Delta x_{\text{max}} = \sqrt{\frac{10m}{3k}} \cdot v$$

# מכניקה של חלקיקים

פרק 14 - תנע זוויתי -

תוכן העניינים

179	1. נוסחאות וחוקי שימור
182	2. תנע זוויתי ביחס למרכז מסה
(ללא ספר)	3. פרסציה
184	4. תרגילים בפרסציה

## נוסחאות וחוקי שימור:

### שאלות:

#### (1) תנ"ז בזריקה משופעת

אבן נזרקת בזריקה משופעת במהירות  $v_0$  ובזווית  $\alpha$ ,

כוח הכובד שפועל על האבן  $\vec{F} = -mg\hat{y}$ .

א. מהו התנ"ז של האבן ביחס לנקודת המוצא כתלות בזמן?

ב. מהו מומנט הכוח של כוח הכובד?

ג. הראה כי השינוי של התנ"ז בזמן שווה למומנט הכוח של כוח הכובד.

#### (2) גוף מסתובב על שולחן ונמשך למרכז

מסה  $m_1$  מחוברת לחוט המחובר למרכז שולחן.

המסה נעה במסלול מעגלי ברדיוס קבוע  $r_1$

ובמהירות קבועה  $v_0$ .

ברגע מסוים מושכים את המסה למרכז המעגל (מקצרים את אורך החוט) ומפסיקים

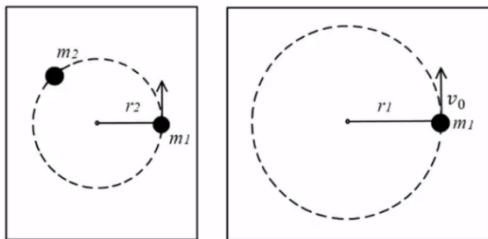
כאשר אורך החוט שווה  $r_2$  והמסה מסתובבת

שוב בתנועה מעגלית קבועה.

רגע לאחר מכן מניחים מסה נוספת  $m_2$  במסלול של  $m_1$

והמסות מתנגשות התנגשות פלסטית.

מצאו את מהירות המסות לאחר ההתנגשות.



#### (3) שתי מחליקות על הקרח

שתי מחליקות תאומות בעלות מסה  $m$  זהה

מחליקות בכיוונים מנוגדים ובמהירות  $v_0$ .

המחליקות נעות על קווים ישרים והמרחק בין

הקווים הוא  $d$ . באמצע ביניהן שמים חבל.

כאשר הן מגיעות לחבל, שתיהן תופסות את

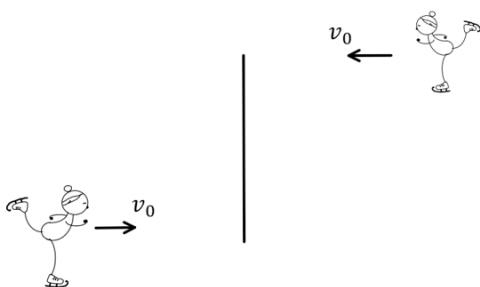
החבל ומתחילות להסתובב סביב המרכז ביניהן.

א. מה המהירות הזוויתית שהן מסתובבות?

ב. כעת המחליקות מושכות את החבל ומתקרבות זו לזו עד אשר המרחק

ביניהן הוא  $\frac{d}{2}$ .

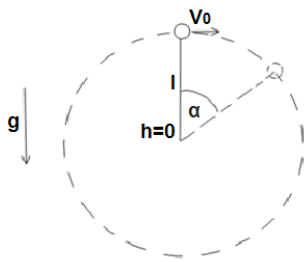
מצא את המהירות הזוויתית החדשה של המחליקות.



**(4) כדור מסתובב אנכית**

כדור בעל מסה  $m$  מחובר לחוט בעל אורך  $l$  ומסתובב במעגל אנכי.

נתון כי מהירות הכדור בשיא הגובה היא  $v_0$ .



א. מצא את מומנט הכוח הפועל על הכדור כפונקציה של הזווית  $\alpha$ .

ב. מצא את התנע הזוויתי של הכדור כפונקציה של הזווית  $\alpha$ .

**(5) כדור בתוך חרוט**

כדור קטן נע בתוך חרוט המחובר הפוך למשטח.

נתון כי מהירות הכדור ההתחלתית היא  $v_0$ .

בכיוון אופקי ומשיק לדופן החרוט.

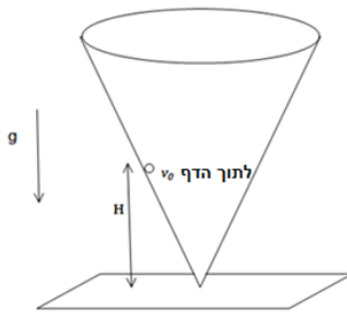
גובהו ההתחלתי  $H$ .

מצא את הגובה המקסימאלי אליו יגיע הכדור

(החרוט אינו זז).

הנחיות: מספיק להגיע למשוואה ממעלה שלישית

על  $h$  אין צורך לפתור אותה.

**(6) כדור מסתובב מחובר למסה תלויה**

מסה  $m$  נעה על שולחן חסר חיכוך ומחובר באמצעות

חוט העובר דרך מרכז השולחן למסה  $M$  התלויה באוויר.

אורך החוט הוא  $L$ . נתון כי ב-  $t=0$  המסה  $M$

נמצאת במנוחה והמסה  $m$  נמצאת במרחק  $R$

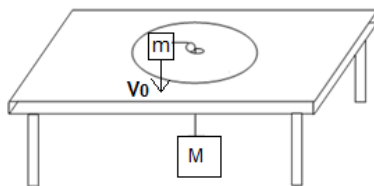
ממרכז הלוח, במהירות התחלתית  $v_0$ ,

בכיוון מאונך לרדיוס.

רשום את משוואת שימור האנרגיה והתנע הזוויתי

ומצא משוואה דיפרנציאלית התלויה רק בגודל  $r$ ,

מרחק המסה  $m$  ממרכז השולחן.

**(7) מומנט הכוח לא תלוי בנקודת הייחוס**

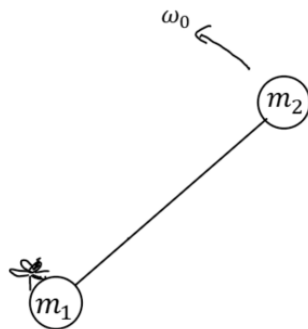
הוכיחו כי אם הכוח השקול על קבוצת גופים מתאפס אז מומנט הכוח על קבוצת

הגופים אינו תלוי בנקודת הייחוס.

**(8) תנע זוויתי לא תלוי בנקודת ייחוס**

הוכיחו כי אם התנע הקווי של קבוצת גופים מתאפס אז התנע הזוויתי שלהם לא

תלוי בנקודת הייחוס.



### 9) זבוב הולך על מוט\*

שתי מסות נקודתיות  $m_1$  ו- $m_2$  מחוברות באמצעות מוט חסר מסה באורך  $d$ . על המסה  $m_1$  נמצא זבוב בעל מסה  $m_3$ . כל המערכת נמצאת על שולחן אופקי ומסתובבת סביב מרכז המסה שלה במהירות זוויתית קבועה  $\omega_0$ . ברגע מסוים הזבוב מתחיל ללכת על המוט במהירות  $v$  ביחס למוט ונעצר כאשר הוא מגיע למרכז המסה של שלושת הגופים (שימו לב שהמוט לא מחובר לשולחן). מהי המהירות הזוויתית של המערכת כאשר הזבוב נעצר?

### תשובות סופיות:

$$\text{א. } -\frac{1}{2}gt^2v_0m \cos \alpha \hat{z} \quad \text{ב. } -mgv_0 \cos \alpha t \hat{z} \quad \text{ג. שאלת הוכחה.} \quad (1)$$

$$u = \frac{m_1 r_1 v_0}{r_2 (m_1 + m_2)} \quad (2)$$

$$\text{א. } \omega' = \frac{2v_0}{d} \quad \text{ב. } \omega'' = \frac{8v_0}{d} \quad (3)$$

$$\text{א. } \sum \vec{\tau} = -mgl \sin \alpha \quad \text{ב. } \vec{L} = lmv(-\hat{z}) \quad (4)$$

$$(2gH + v_0^2)h_{\max}^2 + 2gh_{\max}^3 + v_0^2H^2 \quad (5)$$

$$a + br + \frac{c}{r^2} = \dot{r}^2 \quad (6)$$

שאלת הוכחה. (7)

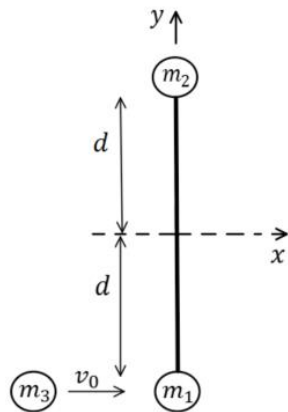
שאלת הוכחה. (8)

$$\omega' = \frac{(m_1 + m_3)(m_1 + m_2)}{m_1(m_1 + m_2 + m_3)} \omega_0 \quad (9)$$

## תנע זוויתי ביחס למרכז מסה:

### שאלות:

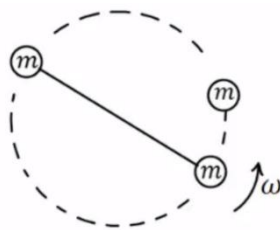
#### (1) מסה מתנגשת במוט עם שתי מסות



שתי מסות נקודתיות  $m_1$  ו- $m_2$  מחוברות באמצעות מוט חסר מסה באורך  $2d$ . המערכת נמצאת במנוחה על שולחן אופקי חסר חיכוך (שתי המסות על השולחן, המוט אופקי). מסה שלישית  $m_3$  נעה במהירות  $v_0$  ומתנגשת התנגשות פלסטית במסה  $m_1$ . נסמן את רגע ההתנגשות ב- $t = 0$ .  
 $d = 3m, v_0 = 6 \frac{m}{\text{sec}}, m_1 = m_2 = m_3 = 0.2 \text{ kg}$

- חשבו את מיקום מרכז המסה ברגע  $t_1 = 0.5 \text{ sec}$  ביחס לראשית הנמצאת במרכז המוט בהתחלה ואינה נעה עם המוט.
- חשבו את התנע הזוויתי של המערכת ביחס לראשית הצירים ברגע  $t_1$ .
- חשבו את התנע הזוויתי של המערכת ביחס למרכז המסה שלה ברגע  $t_1$ .
- מצאו את המהירות הזוויתית של המוט ביחס למרכז המסה לאחר ההתנגשות.
- מהי המהירות הקווית של  $m_1$  ומהי המהירות הקווית של  $m_2$  מיד לאחר ההתנגשות?

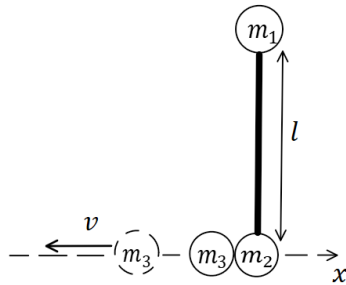
#### (2) שתי מסות מחוברות מסתובבות ומתנגשות בשלישית



שתי מסות זהות  $m$  מחוברות במוט חסר מסה באורך  $d$  ומסתובבות סביב מרכז המסה שלהן במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ . אחת המסות מתנגשת התנגשות פלסטית במסה זהה נוספת הנמצאת במנוחה. מצא את מהירות מרכז המסה של שלושת המסות המחוברות לאחר ההתנגשות ואת המהירות הזוויתית שלהן סביב מרכז המסה של שלושתן.

### 3) מסה נפרדת ממוט עם שתי מסות

שלוש מסות  $m_1, m_2, m_3$  נתונות ומחוברות לקצה של מוט באורך 1.



המסות  $m_2, m_3$  מחוברות בקצה התחתון

באיור והמסה  $m_1$  בקצה העליון.

המוט נמצא על שולחן חסר חיכוך (באיור המבט מלמעלה) ובמנוחה.

ברגע מסוים יש פיצוץ בין המסות  $m_2, m_3$

והמסה  $m_3$  מתנתקת מהמוט וממשיכה

במהירות  $v$  נתונה (ביחס לשולחן) ובמאונך למוט.

המסה  $m_2$  נשארת מחוברת למוט.

נתון כי:  $m_1, m_2 = M, m_3 = 3M$ .

א. מצא את מהירות מרכז המסה של המוט (עם המסות המחוברות).

ב. מצא את המהירות הזוויתית של המוט סביב מרכז המסה שלו.

### תשובות סופיות:

$$\text{א. } \vec{r}_{\text{cm}}(t_1) = (1_m - 1_m) \quad \text{ב. } L = 3.6 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{sec}} \quad \text{ג. } L_{\text{c.m.}} = 4.8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{sec}}$$

$$\text{ד. } \omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \text{ה. } V_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x}, V_2 = -2 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \hat{x}$$

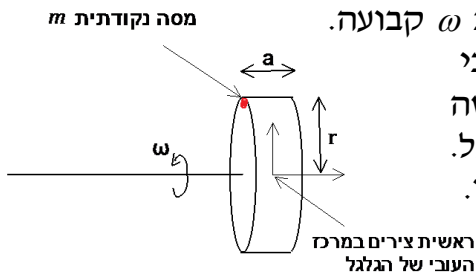
$$\text{ז. } u_{1,2,3,\text{cm}} = 0, \omega' = \frac{3}{4} \omega \quad \text{ח. } v_{1,2,\text{cm}} = \frac{3}{2} v$$

$$\text{ט. } \omega = \frac{3v}{1} \quad \text{י. } v_{1,2,\text{cm}} = \frac{3}{2} v$$

## תרגילים בפרסציה:

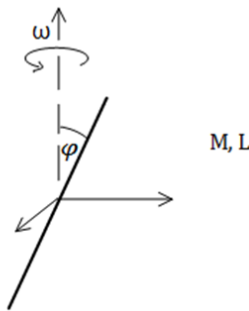
### שאלות:

#### (1) נקודה על גלגל



נתון גלגל בעל רדיוס  $r$  המסתובב במהירות זוויתית  $\omega$  קבועה. לגלגל עובי  $a$  וראשית הצירים נמצאת במרכז העובי של הגלגל. אל הקצה העליון של הגלגל מחוברת מסה נקודתית  $m$  (ראה ציור) המסתובבת ביחד עם הגלגל. א. הראה כי התנע הזוויתי של המסה תלוי בזמן. ב. הראה כי שינוי התנע הזוויתי ניתן ע"י מומנט הכוח של הכוח הצנטריפטלי.

#### (2) מוט מסתובב בזווית עם הציר האנכי



מוט בעל אורך  $l$  ומסה  $M$  מונח בזווית  $\varphi$  ביחס לציר ה- $z$ . המוט מסתובב סביב ציר ה- $z$  במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ . מצא את מומנט הכוח שפועל על המוט.

### תשובות סופיות:

(1) שאלת הוכחה.

$$\sum \vec{\tau} = -\frac{\omega^2 M l^2 \sin \varphi}{3} \hat{\theta} \quad (2)$$

# מכניקה של חלקיקים

פרק 15 - כבידה וכוח מרכזי -

תוכן העניינים

- 185 ..... 1. תנועה תחת כוח מרכזי וכוח הכובד
- 188 ..... 2. חוקי קפלר
- 189 ..... 3. תרגילים נוספים

## תנועה תחת כוח מרכזי וכוח הכובד:

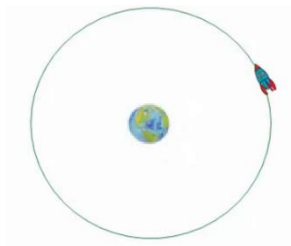
### שאלות:



#### (1) טיל יוצא מכדה"א וחוזר

טייל נורה מכדור הארץ. הטייל מתרחק מכדור הארץ וחוזר אליו בחזרה. נתון שבאיזושהי נקודה במסלול המרחק של הטייל מכדה"א הוא  $R_1$ .

- נתונה הזווית בין  $R_1$  למהירות באותו הרגע  $v_1$  היא 30 מעלות. רדיוס כדה"א הוא  $R_E$  וזווית הפגיעה של הטייל בכדה"א היא  $\theta$ .
- א. מצא את:  $v_0, v_1, v_2, \theta_0$ . (מהירות פגיעת הטייל בכדה"א).  
 ב. חשב את:  $R_{max}$  (המרחק המקסימלי של הטייל מכדה"א).  
 ג.  $v_{min}$  (המהירות באותה נקודה).



#### (2) חלק עף במהירות מילוט

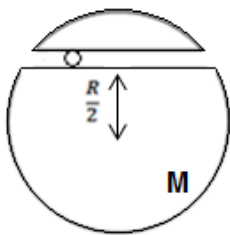
חללית בעלת מסה  $m$  סובבת את כדה"א במסלול מעגלי ברדיוס  $R$ . ברגע מסוים החללית מתפצלת לשני חלקים. אחד החלקים בעל מסה של  $m$  שליש עף בכיוון הרדיאלי במהירות המילוט. מצא את הרדיוס המינימלי והמקסימלי של החלק השני.

#### (3) פוטנציאל אפקטיבי

- גוף בעל מסה  $m$  נע בתנועה מעגלית תחת השפעת הפוטנציאל:  $U(r) = -\frac{A}{\sqrt{r}}$ . כאשר  $A$  קבוע נתון. נתון גם התנע הזוויתי של הגוף  $L$ .
- א. מצא את רדיוס המעגל.  
 ב. מצא את מהירות הגוף.

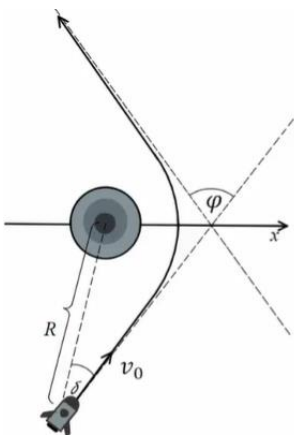
#### (4) זמן מחזור

- גוף בעל מסה  $m$  נע בקו ישר (מימד אחד) תחת הפוטנציאל:  $U(x) = B|x|$ . נתון כי המרחק המקסימלי אליו מגיע הגוף הוא  $A$ .
- א. מצא את ערך האנרגיה הכללית של הגוף.  
 ב. מצא את זמן המחזור.



**(5) גוף זז במנהרה במרחק מהמרכז**

גוף נע במנהרה הנמצאת במרחק  $\frac{R}{2}$  ממרכז כדור בעל מסה  $M$ .  
הגוף מתחיל ממנוחה בקצה המנהרה ואין חיכוך.  
מצא את מיקום הגוף כפונקציה של הזמן.



**(6) מדידת מסה של חור שחור**

חור שחור הינו גוף שמימי כבד מאוד.

כדי למדוד את המסה  $M$  של חור שחור הנמצא במרחק גדול מאוד  $R$  מאתנו ובמנוחה ביחס אלינו, יורים לעברו טיל בעל מסה  $m$  הקטנה מאוד ביחס למסת החור.

המהירות ההתחלתית של הטיל היא  $v_0$  והיא מוסטת בזווית  $\delta$  קטנה מאוד לכיוון המדויק אל החור.

מכשור שנמצא על הטיל יכול להורות לנו מה הזווית  $\phi$  אליו הוסט הטיל לאחר זמן רב ביחס לזווית ממנה התחיל. ניתן להניח כי האנרגיה הפוטנציאלית במרחק  $R$  זניחה.

א. מהי האקסצנטריות של מסלול הטיל סביב החור השחור? מהו סוג המסלול? (מעגל, אליפסה או היפרבולה).

ב. מהי הזווית של מהירות הטיל לאחר שהתרחק מאוד מהחור ביחס לציר ה- $x$ ?

ג. מצא קשר בין הזווית של סעיף ב' ל- $\phi$  ובטא את מסת החור באמצעות:

$$m, R, v_0, \delta, \phi$$

## תשובות סופיות:

(1) ראה סרטון.

(2) ראה סרטון.

$$r_0 = \left( \frac{2L^2}{mA} \right)^{\frac{2}{3}} \text{ א. (3)}$$

$$v = \frac{L}{m \left( \frac{2L^2}{mA} \right)^{\frac{2}{3}}} \text{ ב.}$$

$$T = 8A \sqrt{\frac{2B}{m}} \text{ ב.}$$

$$E(x_{\max}) = 0 + B \cdot A \text{ א. (4)}$$

$$x(t) = -\frac{\sqrt{3}}{2} R \cos \left( \sqrt{\frac{GM}{R^3}} t \right) \text{ (5)}$$

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \left( \frac{v_0^2 R \sin \delta}{GM} \right)^2}, \text{ א. היפרבולה, (6)}$$

$$\cos \theta = -\frac{1}{\varepsilon} \text{ ב.}$$

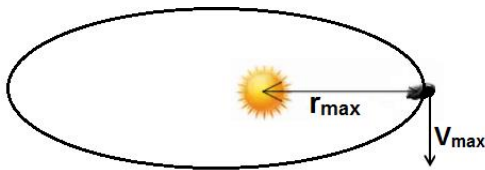
$$M = \frac{1}{G} v_0^2 R \sin \delta \tan \frac{\varphi}{2} \text{ ג.}$$

## חוקי קפלר:

### שאלות:

#### 1) מציאת זמן מחזור

גוף נע סביב השמש במסלול אליפטי כך שמהירותו המקסימאלית ומרחקו המינימלי מהשמש נתונים. נתון גם שטח האליפסה שעושה הגוף. מצא את זמן המחזור של הגוף.

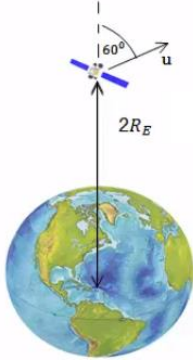


### תשובות סופיות:

$$T = \left( \frac{r_{\min} v_{\max}}{2S} \right)^{-1} \quad (1)$$

## תרגילים נוספים:

### שאלות:



- (1) לוויין נכנס למסלול אליפטי**  
 לוויין נורה אנכית מפני כדה"א.  
 הלוויין מגיע לשיא גובה של  $2R_E$ .  
 ברגע זה ניתנת לו מהירות בכיוון  $60^\circ$  מעלות עם האנך לכדור הארץ שגודלה  $u$ .  
 (התעלם מסיבוב ותנועת כדור הארץ).  
 א. מצא תנאי על המהירות  $u$  כך שהלוויין ישאר במסלול סגור.  
 ב. מצא תנאי נוסף על  $u$  כך שהלוויין לא יפגע בכדור הארץ.

### (2) יקום דו מימדי

ביקום דו מימדי פועל כוח שמרכזו בנקודה  $(x_0, y_0)$

וגודלו:  $\frac{k}{\left((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2\right)^{\frac{3}{4}}}$ . כיוון הכוח הוא תמיד לכיוון מרכזו.

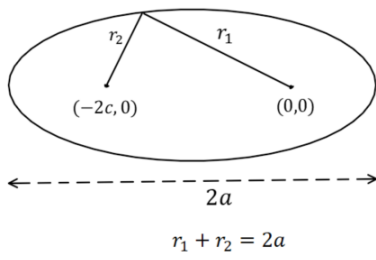
א. האם הכוח הוא כוח משמר? אם כן, מצא את האנרגיה הפוטנציאלית של הכוח.

חשב את העבודה שמבצע הכוח על מסה  $M$  אשר נעה בין הנקודה  $(x_1, y_1)$  לבין הנקודה  $(x_2, y_2)$ .

ב. מסה  $M$  נמצאת במיקום  $(Bx_0, By_0)$  ויש לה מהירות:  $\vec{v} = A(\hat{x} + \hat{y})$ .  
 מה תהיה מהירות המסה כשהמרחק בינה לבין מרכז הכוח יהיה  $d$ ?  
 ( $A, B, d$  גדולים מאפס).

ג. מסה  $M$  נמצאת במרחק  $r_1$  ממרכז הכוח.  
 למסה מהירות  $v_1$  וידוע שהמסה נמצאת בשיווי משקל בכל זמן.  
 מצא קשר בין  $v_1$  לבין  $r_1$ .

ד. פצצה בעלת מסה  $M$  מסתובבת סביב מרכז הכוח וברגע שגודל המהירות שלה הוא  $v_2$  והמרחק שלה הוא  $r_2$ , כיוון המהירות מאונך לכיוון המיקום שלה ביחס למרכז הכוח. באותו הרגע הפצצה מתפוצצת לשני חלקים אחד בגודל  $m$  והשני בגודל  $M-m$ .  
 החלק  $M-m$  ממשיך באותו כיוון מהירות כמו לפני הפיצוץ.  
 מה צריכה להיות מהירות החלק  $m$  על מנת שהחלק  $M-m$  יהיה במרחק קבוע ממרכז הכוח לאחר הפיצוץ והלאה?



**(3) פיתוח משוואת האליפסה**

באליפסה סכום המרחקים של כל נקודה משני המוקדים של האליפסה הוא קבוע ושווה ל-  $2a$  (רוחב האליפסה).

נתונה אליפסה שהמוקדים שלה נמצאים בנקודות  $(0,0)$  ו-  $(-2c,0)$ .

הראו כי משוואת האליפסה היא:  $r(\theta) = \frac{r_0}{1 + \varepsilon \cos \theta}$  כאשר  $\varepsilon = \frac{c}{a}$

$$r_0 = \frac{(a^2 - c^2)}{a}$$

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } |u| < \sqrt{\frac{GM}{R_E}} \quad \text{ב. } \sqrt{\frac{GM}{2R_E}} < |u| < \sqrt{\frac{GM}{R_E}}$$

$$(2) \quad \text{א. משמר, } U(r') = -2kr'^{-\frac{1}{2}}, \text{ כאשר } r' = \left( (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$W = 2k \left[ \left( (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 \right)^{-\frac{1}{4}} - \left( (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 \right)^{-\frac{1}{4}} \right]$$

$$\text{ג. } v_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} r_1^{-\frac{1}{4}} \quad \text{ב. } v = \left( 2A^2 - \frac{4k}{m} \left[ d^{-\frac{1}{2}} - (B-1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (x_0^2 + y_0^2)^{-\frac{1}{4}} \right] \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{ד. אחורה } u_2 = \frac{1}{m}(M-m) \sqrt{\frac{k}{m}} r_1^{-\frac{1}{4}} - \frac{M}{m} v_1$$

(3) הוכחה.