שדות אלקטרומגנטיים

תוכן העניינים

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 1 - אנליזה וקטורית

תוכן העניינים

הסבר ותרגילים:

שאלות:

1) שטח דיסקה

חשב שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

2) חישוב נפח כדור

חשב נפח של כדור באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות כדוריות.

3) דיסקה עם חור

מצא את צפיפות המטען של דיסקה בעלת רדיוס R הטעונה במטען כולל Q המתפלג בצורה אחידה.

בדיסקה קדחו חור ברדיוס r, מצא את כמות המטען שהוצאה מהדיסקה.

4) מטען כולל בכדור

מצא את המטען הכולל בכדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען: $\rho(r)=\rho_0\frac{r}{R}$.

5) פירוק וקטור לרכיבים גליליים

נתון השדה הוקטורי הבא: $\vec{A}=a\hat{x}+b\hat{y}+c\hat{z}$ כאשר c , b , a קבועים נתונים.

א. האם $\vec{A}$ וקטור קבוע?

ב. מצא את הרכיבים של $\vec{A}$ בקואורדינטות גליליות ובטא אותן בעזרת: z , θ , r.

6) פירוק וקטור לרכיבים בקואורדינטות כדוריות

נתון השדה הוקטורי הבא: $\vec{A}=a\hat{x}+b\hat{y}+c\hat{z}$ כאשר c , b , a קבועים נתונים.

מצא את הרכיבים של $\vec{A}$ בקואורדינטות כדוריות ובטא אותן בעזרת: θ , φ , r.

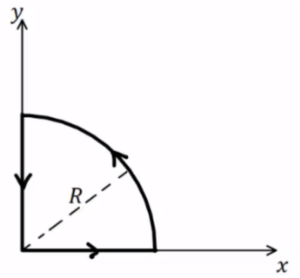
7) divr

חשב את $\vec{\nabla}\cdot\vec{r}$ כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור המיקום. בצע את החישוב בקואורדינטות קרטזיות גליליות וכדוריות.

8) הוכחה של דיברגנט של סקלרית כפול וקטורית

הוכח את הזהות הבאה: $\vec{\nabla}\cdot\left(f\vec{A}\right)=f\cdot\vec{\nabla}\cdot\vec{A}+\vec{A}\cdot\vec{\nabla}f$ כאשר $\vec{A}$ היא פונקציה וקטורית כלשהיא ו- f היא פונקציה סקלרית כלשהיא.

9) אינטגרל קווי על רבע מעגל



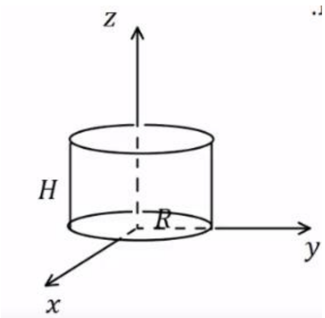
נתונה הפונקציה הוקטורית הבאה: $\vec{F}=2\hat{r}+3\hat{\varphi}-5\hat{\theta}$

בקואורדינטות כדוריות כאשר φ היא הזווית עם ציר z.

א. חשב את: $\oint\vec{F}\cdot d\vec{l}$ לאורך המסלול הרבע מעגלי באיור.

ב. חשב את: $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}\cdot d\vec{s}$ על השטח שכלוא בתוך המסלול.

10) אינטגרל על מעטפת גלילית



נתונה הפונקציה הוקטורית הבאה: $\vec{F}=ar\hat{r}+b\hat{\theta}+czz$,

בקואורדינטות גליליות, כאשר c , b , a קבועים נתונים.

נתונה מעטפת גלילית ברדיוס R וגובה H הנמצאת כך שציר הסימטריה שלה הוא ציר ה-z ובסיסה מונח על מישור xy.

א. חשב את: $\oint\vec{F}\cdot d\vec{s}$ על כל שטח המעטפת הגלילית.

ב. חשב בצורה מפורשת את: $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}dv$ על הנפח הכלוא בתוך המעטפת.

11) מצא וקטור יחידה מאונך לפונקציה

מצא וקטור יחידה המאונך לפונקציה: $f=ax^2+by^2+cz^2$.

הוקטור צריך להיות פונקציה של: z , y , x .

12) מציאת רכיב בכיוון הגרדיאנט

נתונה הפונקציה הסקלרית: $f\left(x,y,z\right)=2xy$,

והפונקציה הוקטורית: $\vec{A}=2\hat{x}+5\hat{y}-4\hat{z}$.

א. חשב את: $\vec{\nabla}f$.

ב. מצא את הרכיב של $\vec{A}$ בכיוון של $\vec{\nabla}f$ בנקודה המתאימה ל- $f=12$, $x=2$.

13) הוכחה של דיב-רוט שווה לאפס

הוכח כי: $\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right)=0$.

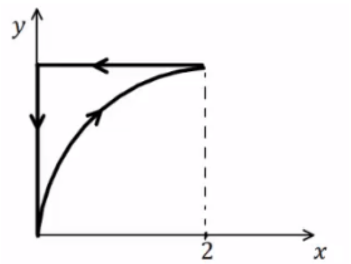
14) חוק סטוקס על מסלול של קווים ישרים

נתון השדה הוקטורי: $\vec{A}=y\hat{x}-x\hat{y}$.

א. חשב את האינטגרל הקווי: $\oint \vec{A}\cdot d\vec{l}$ לאורך המסלול המתואר ע"י הקווים הישרים המחברים בין הנקודות הבאות במישור xy:
$(0,0)\rightarrow(2,0)\rightarrow(0,1)\rightarrow(0,0)$.

ב. חשב את האינטגרל המשטחי: $\int \vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{s}$ על השטח הסגור בתוך המסלול של סעיף א'.

15) חוק סטוקס על מסלול פרבולי



נתון שדה וקטורי: $\vec{A}=x^2y\hat{x}+y^2x\hat{y}+C\cos(\beta y)\hat{z}$

כאשר β ו- C קבועים נתונים.

א. חשב את האינטגרל: $\oint \vec{A}\cdot d\vec{l}$ על המסלול המתואר באיור.
משוואת העקום היא: $y^2=bx$ כאשר b קבוע נתון.

ב. חשב את האינטגרל: $\int \vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{s}$ על השטח התחום ע"י המסלול.

תשובות סופיות:

1) $S=\pi R^2$.

2) $V=\dfrac{4\pi R^3}{3}$.

3) $q=Q\left(\dfrac{r}{R}\right)^2$, $\sigma=\dfrac{Q}{\pi R^2}$.

4) $Q=\rho_0\pi R^3$.

5) א. כן. ב. $A_r=a\cos\theta+b\sin\theta$, $A_Q=-a\sin\theta+b\cos\theta$, $A_z=C$.

6) $A_r=a\sin\varphi\cos\theta+b\sin\varphi\sin\theta+C\cos\varphi$, $A_\varphi=a\cos\varphi\cos\theta+b\cos\varphi\sin\theta-C\sin\varphi$,
$A_\theta=-a\sin\theta rb\cos\theta$.

7) $\vec{\nabla}\cdot\vec{r}=3$.

8) הוכחה.

9) א. $\oint\vec{F}\cdot d\vec{l}=-5R\dfrac{\pi}{2}$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}\cdot d\vec{s}=-5R\dfrac{\pi}{2}$.

10) א. $\oint\vec{F}\cdot d\vec{s}=(2a+C)\pi R^2H$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}dv=(2a+C)\pi R^2H$.

11) $\hat{n}=\dfrac{1}{\sqrt{(ax)^2+(by)^2+(cz)^2}}(ax,by,cz)$.

12) א. $\vec{\nabla}f=2y\hat{x}+2x\hat{y}+0\cdot\hat{z}$. ב. $\dfrac{16}{13}(3,2)$.

13) הוכחה.

14) א. $\oint\vec{A}\cdot d\vec{l}=-2$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot=-2$.

15) א. $\oint\vec{A}\cdot d\vec{l}=-\dfrac{1}{21}2^{\frac{7}{2}}b^{\frac{1}{2}}+\dfrac{2^{\frac{5}{2}}}{5}b^{\frac{3}{2}}$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{s}=\dfrac{2^{\frac{5}{2}}}{5}b^{\frac{3}{2}}-\dfrac{2^{\frac{7}{2}}}{21}b^{\frac{1}{2}}$.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 2 - בעיות שפה בקואורדינטות קרטזיות

תוכן העניינים

הסבר ותרגילים:

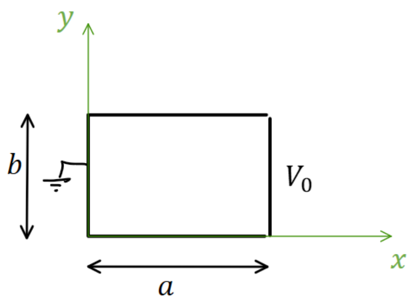
שאלות:

1) פתרון הדוגמה מהסרטון הקודם

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.

הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל V_0 ושאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוח הימני לשאר הלוחות).

מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

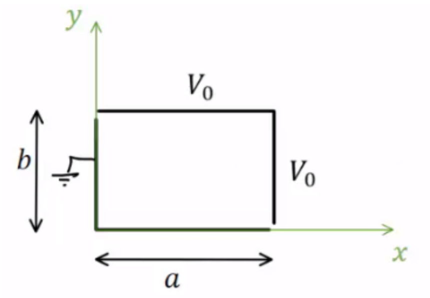


2) תיבה דו ממדית וסופרפוזיציה

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.

הלוח הימני והלוח העליון מוחזקים בפוטנציאל V_0, שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוחות המוחזקים ב-V_0).

מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

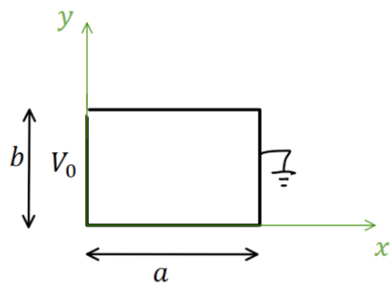


3) תיבה דו ממדית פתרון עם החלפת צירים

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.

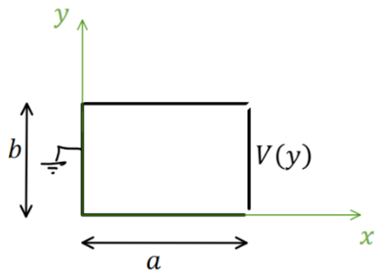
הלוח השמאלי מוחזק בפוטנציאל V_0, שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח השמאלי).

מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.



4) תיבה דו-ממדית עם פונקציית פוטנציאל כללית בשפה

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים.
ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.
הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל $V(y)$ כללי, שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח הימני).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה במקרים הבאים:



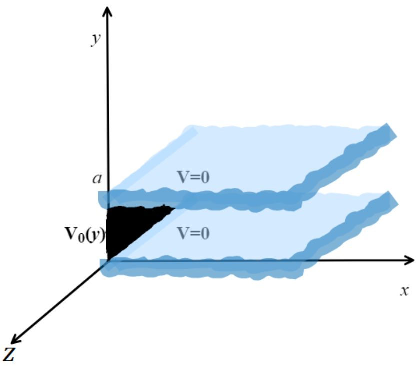
א. בצורה כללית עם הביטוי $V(y)$ בתשובה.

ב. כאשר $V(y)=\begin{cases} V_0 & 0\le y\le \frac{b}{2} \\ -V_0 & \frac{b}{2}<y\le b \end{cases}$.

ג. כאשר $V(y)=V_0\cos\left(\frac{\pi y}{2b}\right)$.

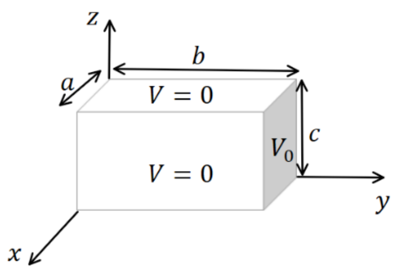
5) שני לוחות מקבילים ולוח מאונך

שני מישורים אינסופיים מוארקים נמצאים במקביל למישור xz ובמרחק a ביניהם.
לוח מוליך נמצא על מישור yz בין $0<y<a$.
הלוח נמצא בפוטנציאל $V_0(y)=V_0\sin\left(\frac{6\pi}{a}y\right)$.
מצא את הפוטנציאל בין המישורים



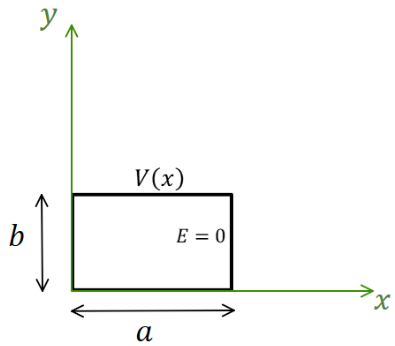
6) תיבה תלת ממדית

תיבה בגודל $a\times b\times c$ עשויה מלוחות מוליכים.
כל הלוחות מוארקים למעט הלוח הימני באיור הנמצא בפוטנציאל V_0.
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה (אין מטענים בתוך התיבה).



7) בעיית ניומן דו ממדית קרטזית

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z. הלוח העליון מוחזק בפוטנציאל: $V(\mathrm{x}) = V_0 \sin\left(\frac{3\pi}{2a}x\right)$.
השדה ב-0 $E(x=a) =$ ושאר הלוחות מוארקים.
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.



תשובות סופיות:

1) $\varphi(x,y)=\sum_n C_n\sinh\left(\frac{\pi n}{b}x\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right)$.

2) $\varphi(x,y,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{4V_0}{\pi n}\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)\sinh\left(\frac{\pi nx}{b}\right)\sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right)+\frac{4V_0}{\pi n}\sinh\left(\frac{\pi nb}{a}\right)\sinh\left(\frac{\pi n}{a}y\right)\sin\left(\frac{\pi n}{a}x\right)\right]$.

3) $\varphi(x,y,z)=\sum_n C_n\sinh\left(\frac{\pi n}{b}(-x+a)\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right)$.

4) א. $C_n=\frac{2}{b}\frac{1}{\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}\cdot\int_y^b v(y)\sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right)dy$.

ב. $C_n=\frac{8V_0}{\pi n\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}\cdot\begin{cases}1 & odd\ \frac{n}{2}\\ 0 & else\end{cases}$

ג. $C_n=\frac{-4V_0}{(4n^2-1)\pi\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}$.

5) $\varphi(x,y)=V_0\sin\left(\frac{\pi b}{a}y\right)e^{-\frac{\pi b}{a}x}$.

6) $\varphi(x,y,z)=\sum_{m,n=1}^{\infty}\frac{16V_0}{\pi^2 mn}\cdot\frac{\sin\left(\frac{\pi m}{a}x\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi n}{c}z\right)\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi m}{c}\right)^2}y\right)}{\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi m}{c}\right)^2}b\right)}$.

7) $\varphi(x,y)=\frac{V_0}{\sinh\left(\frac{3\pi b}{2a}\right)}\sin\left(\frac{3\pi}{2a}x\right)\sinh\left(\frac{3\pi}{2a}y\right)$.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 3 - בעיות שפה בקואורדינטות גליליות

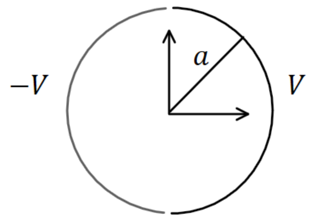
תוכן העניינים

הסבר ותרגילים:

שאלות:

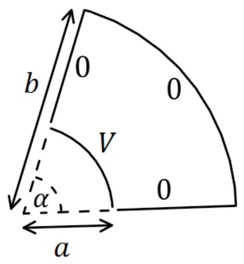
1) גליל חצי חצי

גליל דק ואינסופי ברדיוס a מחולק לשני חצאים.
החצי הימני מוחזק בפוטנציאל קבוע V והחצי השמאלי ב-$-V$.
מצא את הפוטנציאל בתוך ומחוץ לגליל.



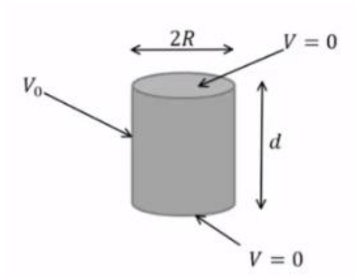
2) גזרה בזווית אלפה

נתונה גזרה בזווית α מתוך מעגל.
הרדיוס הפנימי של הגזרה הוא a והחיצוני b.
הדופן ב-$r = a$ מוחזקת בפוטנציאל V וכל שאר הדפנות מוארקות.
מצא את הפוטנציאל בתוך הגזרה בלבד.
הנח שהבעיה דו ממדית.



3) גליל סופי מתאפס בבסיסים

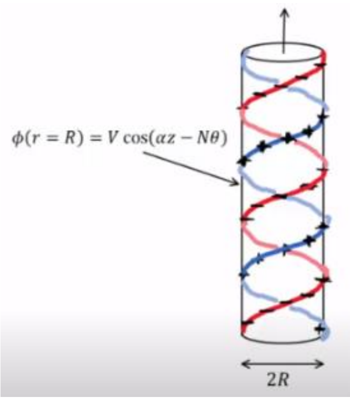
נתונה קליפה גלילית באורך d ורדיוס R.
נתון שהפוטנציאל בשני הבסיסים הוא אפס ובדופן העגולה הפוטנציאל הוא V_0.
מצא את פונקציית הפוטנציאל בתוך הגליל.



4) מולקולת DNA

מבנה ספירלי של דיפולים זעירים יוצר על שפת גליל שרדיוסו R פילוג פוטנציאל הנתון על ידי: $\phi(r = R) = V\cos(\alpha z - N\theta)$.
כאשר המספר השלם N והקבועים V ו-α נתונים.
המערכת אינסופית בציר z ומתוארת באיור עבור $N = 1$.

א. רשמו את תנאי השפה לפוטנציאל בכל המרחב.
ב. מצאו את הפוטנציאל החשמלי בכל המרחב.
ג. מהו מרחק הדעיכה האופייני של השדה החשמלי מחוץ לספירלות?
ד. מהי צפיפות המטען המשטחית על המעטפת?



ה. המבנה הוא חלק ממודל של מולקולת DNA.
מבחינה חשמלית מולקולת DNA מורכבת מזוג סלילים כבציור כאשר שניהם בעלי מטען שלילי.
מודל פשוט למבנה זה מתקבל על ידי הוספת פילוג מטען משטחי שלילי אחיד $-\eta_0$ למעטפת הגלילית של הבעיה בסעיפים הקודמים עם $N = 2$,
וכך שבכל נקודה על המעטפת המטען המשטחי החדש יהיה שלילי או אפס.
מהו הערך המינימלי של η_0 המבטיח שלא יהיה מטען חיובי במקרה זה?
מצאו את השדה של המערכת בתוספת צפיפות מטען זו.

תשובות סופיות:

1) $r<a$, $V(r,\theta)=\sum_{l=1}^{\infty}\frac{4V}{\pi l a^{l}}r^{l}\cos(l\theta)$, $r>a$, $V(r,\theta)=\sum_{l=1}^{\infty}\frac{4V}{\pi l}\left(\frac{a}{r}\right)^{l}\cos(l\theta)$.

2) $K_n=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}+\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}$, $V(r,\theta)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4V}{\pi m K_n}\left(\left(\frac{r}{b}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}+\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}\right)\sin\left(\frac{\pi n}{\alpha}\theta\right)$.

3) $V(r,z)=\sum_{n}\frac{4V_0}{\pi n I_0\left(\frac{\pi n R}{\alpha}\right)}I_0\left(\frac{\pi n}{d}r\right)\sin\left(\frac{\pi n}{d}z\right)$, $K_n=\frac{\pi n}{d}$.

4) א. לא מתבדר $\phi_2(r=\infty)=$, $\phi_1(r>R)=\phi_2(R)$, $\phi_1(r=0)\neq\infty$.

ב. $\phi_2=\frac{V}{K_N(\alpha R)}K_N(\alpha r)\cos(\alpha z-N\theta)$, $\phi_1=\frac{V}{I_N(\alpha R)}I_N(\alpha r)\cos(\alpha z-N\theta)$.

ג. $\frac{1}{\alpha}$.

ד. $\eta=\varepsilon_0 V\alpha\cdot C\cdot\cos(\alpha z-N\theta)$.

ה. $\eta_0=\varepsilon_0 V\alpha C$, $\vec{E}=\begin{cases}-\vec{\nabla}\theta_1 & r<R\\ -\vec{\Delta}\theta_2 & R<r\end{cases}$

שדות אלקטרומגנטיים

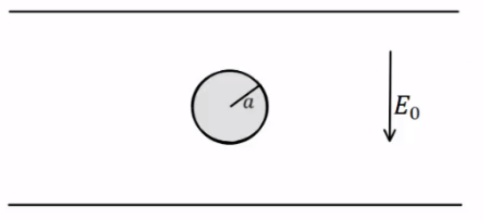
פרק 4 - בעיות שפה בקואורדינטות כדוריות

תוכן העניינים

הסבר ותרגילים:

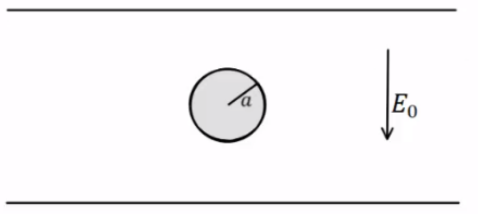
שאלות:

1) **דוגמה – כדור מוליך בתוך קבל**



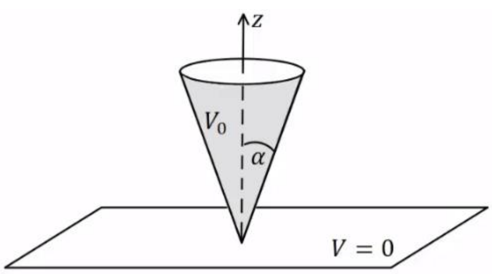
כדור מוליך ברדיוס a נמצא בתוך קבל לוחות.
השדה בין הלוחות הוא E_0 כלפי מטה ונתון
ש- $d >> a$.
מצא את הפוטנציאל בכל נקודה בתוך הלוחות.

2) **דוגמה – מצא את צפיפות המטען על שפת הכדור**



כדור מוליך ברדיוס a נמצא בתוך קבל לוחות.
השדה בין הלוחות הוא E_0 כלפי מטה ונתון
ש- $d >> a$.
השתמש בפוטנציאל שמצאת בדוגמה הקודמת
ומצא את התפלגות המטען על שפת הכדור.

3) **חרוט מעל מישור**



חרוט אינסופי בעל זווית פתיחה α עשוי חומר
מוליך ומוחזק בפוטנציאל V_0.
החרוט נמצא מעל מישור מוארק (הנח כי יש
מבודד בין קודקוד החרוט למישור).
מצא את הפוטנציאל בכל המרחב.
נתון כי: $Q_0(x)=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$.

תשובות סופיות:

1) $V(r,\varphi)=E_0\left(r-a^3r^{-2}\right)\cos\varphi$.

2) $\sigma_a=-3\varepsilon_0E_0\cos\varphi$.

3) $V(\varphi)=V_0\left(\frac{\ln\left(\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right)}{\ln\left(\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)}\right)$.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 5 - דיפול קוואדרופול ופיתוח מולטיפולי לפוטנציאל

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

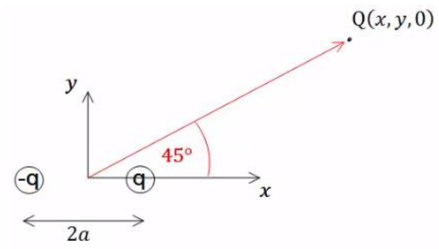
1) דיפול בראשית מזיז אלקטרון

נתון דיפול $\vec{p}=(p,0,0)$ הנמצא בראשית.

א. מצא את הגודל p כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(a,0,0)$ עם מהירות $(v,0,0)$ ייעצר בנקודה $(b,0,0)$.

ב. מצא את הגודל p כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $\left(a,-\sqrt{2}a,0\right)$ עם מהירות $(0,0,v)$ יבצע תנועה מעגלית.

2) תרגיל ופיתוח הנוסחה של דיפול מהשדה



שני מטענים בעלי מטען q ו- $-q$ ממוקמים ב- $x=a$ ו- $x=-a$.

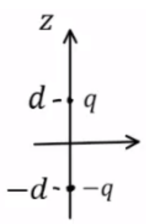
א. חשב את הכוח הפועל על מטען שלישי Q הנמצא בנקודה $(x,y,0)$.

ב. הנח שמרחק המטען מהראשית גדול בהרבה מהמרחק בין המטענים והזווית של וקטור מיקום המטען עם ציר ה- x היא 45 מעלות. השתמש בתשובה של סעיף א' ובקירובים, וחשב מה הכוח הפועל על המטען.

ג. חשב את וקטור מומנט הדיפול שיוצרים המטענים.

ד. חשב שוב את הכוח הפועל על המטען, הפעם השתמש בנוסחה של שדה של דיפול והראה כי התשובה זהה לתשובה של סעיף ב'.

3) חישוב שגיאה



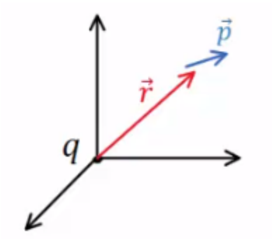
מטען q נמצא ב- $(0,0,d)$ ומטען $-q$ נמצא ב- $(0,0,-d)$.

א. חשב את הפוטנציאל המדויק בנקודה כלשהיא על ציר z.

ב. מהו הערך המינימלי של z כך שהקירוב של הפוטנציאל של דיפול לא יסטה יותר מאחוז אחד מהפוטנציאל האמיתי?

ג. מהו הערך המינימלי של z כך שהקירוב של השדה של דיפול לא יסטה יותר מאחוז אחד מהשדה האמיתי?

4) מטען נקודתי ודיפול (כולל אנרגיה וכוח)



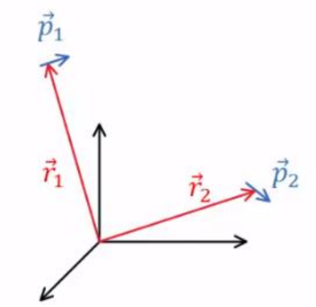
דיפול חשמלי בעל מומנט דיפול $\vec{p}$ נמצא במיקום $\vec{r}$.
מטען נקודתי q נמצא בראשית.
התייחס ל-q , $\vec{p}$ ו- $\vec{r}$ כנתונים.

א. חשב את מומנט הכוח שפועל על הדיפול.

ב. חשב את האנרגיה של הדיפול.

ג. הראה כי הכוח הפועל על הדיפול הוא: $\vec{F}=\dfrac{k\left(\vec{p}\cdot r^2-\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right)\cdot\vec{r}\right)}{r^5}$.

5) אנרגיית דיפול-דיפול



דיפול $\vec{p}_1$ ממוקם ב- $\vec{r}_1$ ודיפול $\vec{p}_2$ ממוקם ב- $\vec{r}_2$.

א. הראה שהאנרגיה של $\vec{p}_2$ בשדה של $\vec{p}_2$
היא: $U=\dfrac{k}{\tilde{r}^3}\left(\vec{p}_1\cdot\vec{p}_2-3\left(\vec{p}_1\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\left(\vec{p}_2\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\right)$
כאשר: $\vec{\tilde{r}}=\vec{r}_2-\vec{r}_1$, $\tilde{r}=\left|\vec{\tilde{r}}\right|$ ו- $\hat{\tilde{r}}=\dfrac{\vec{\tilde{r}}}{\tilde{r}}$.

ב. אנרגיה זו היא בעצם אנרגיה של מערכת דיפול-דיפול, הראה שאם היינו מחשבים את האנרגיה של $\vec{p}_1$ בשדה של $\vec{p}_2$ היינו מקבלים תוצאה זהה.

ג. מצא את הכוח הפועל על $\vec{p}_2$ והכוח על $\vec{p}_1$.

ד. מה שווה הכוח על $\vec{p}_2$ במקרה ש- $\vec{p}_2$ מקביל ל- $\vec{p}_1$ ומקביל ל- $\vec{\tilde{r}}$? ומה הכוח אם $\vec{p}_2$ מקביל ל- $\vec{p}_1$ ומאונך ל- $\vec{\tilde{r}}$.

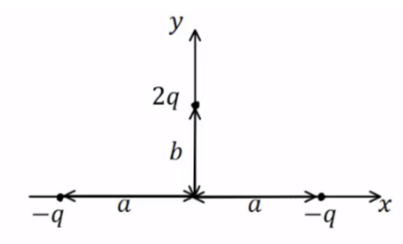
6) קוואדרופול של מטען בודד

מטען נקודתי בודד q ממוקם בנקודה נתונה $\left(x_0,y_0,z_0\right)$.

א. מצא את ה- Q הכולל את $\vec{p}$ ואת כל הרכיבים של Q_{ij} למערכת.

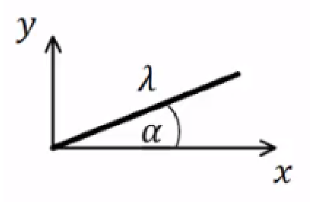
ב. מניחים מטען נוסף $-q$ בראשית הצירים, כיצד ישתנו הגדלים שחישבת בסעיף א'.

7) משולש מטענים



באיור הבא מתוארת התפלגות מטענים.
חשב את הפוטנציאל רחוק מאוד מההתפלגות
עד הסדר הקוואדרופולי.
$V\left(\vec{r}\right)=k\left(\dfrac{Q_T}{r}+\dfrac{\vec{p}\cdot\hat{r}}{r^2}+\dfrac{1}{2r^5}\sum_{i,j}r_ir_jQ_{ij}\right)$.

8) מטען קווי בזווית



מוט דק באורך L טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ. המוט מונח על מישור xy כך שקצה אחד שלו נמצא בראשית.
המוט יוצר זווית α עם ציר ה-x.
מצא את: $\vec{p}$, Q_T ו-Q_{ij} ורשום את הפוטנציאל עד לסדר הקוואדרופולי.

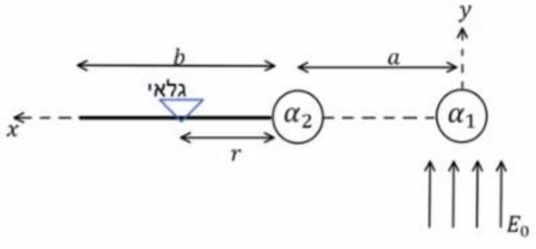
9) קליפה כדורית טעונה

קליפה כדורית ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משטחית: $\sigma(\varphi)=\sigma_0\cos\varphi$
כאשר φ היא הזווית עם ציר ה-z ו-σ_0 קבוע נתון.
מצא את $\vec{p}$, Q_T ואת Q_{ij} ובטא את הפוטנציאל עד הסדר הקוואדרופולי בקואורדינטות כדוריות.

10) מערכת למדידת קיטוביות

המערכת הבאה מיועדת למדידת הקיטוביות של חלקיק. מניחים חלקיק עם קיטוביות ידועה α_1 בראשית ומפעילים רק עליו שדה חשמלי אחיד: $\vec{E}=E_0\hat{y}$.
החלקיק הנמדד נמצא על ציר ה-x ובמרחק a מהראשית.
ניתן להניח שהחלקיקים מאוד קטנים ביחס למרחק ביניהם.
מניחים על ציר ה-x בתחום: $a<x<a+b$ מסילה ועליה גלאי המודד את עוצמת השדה החשמלי. נסמן את המרחק של הגלאי מהחלקיק הנמדד ב-r.

א. מה צריך להיות כיוון הדיפולים שנוצרים בחלקיקים במצב היציב?
ב. הנח ש-α_1 ו-α_2 נתונים וכתוב באמצעותם זוג משוואות מהן ניתן למצא את $\vec{p}_1$ ו-$\vec{p}_2$.
ג. הנח שמומנטי הדיפול ידועים וכתוב ביטוי לשדה החשמלי במיקום של הגלאי.
ד. כאשר הגלאי נמצא ב-$r=r_0$ נתון כי השדה הנמדד הוא אפס.
מצא את α_2.
האם הכרחי לדעת מהו α_1?



תשובות סופיות:

1) א. $p=\frac{1}{2}mV^2ek\left(\frac{a^2\cdot b^2}{b^2-a^2}\right)$. ב. ראה סרטון.

2) א. $\vec{F}=Q\vec{E}_T$. ב. ראה סרטון. ג. $\vec{P}=q2a\hat{x}$. ד. ראה סרטון.

3) א. $\varphi=\frac{kq2d}{z^2-d^2}$. ב. $z_{\min}=10d$. ג. $z_{\min}\approx 14.14d$.

4) א. $\vec{\tau}=\frac{kq}{r^3}\left(\vec{p}\times\vec{r}\right)$. ב. $U=-\frac{kq}{r^3}\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right)$. ג. הוכחה.

5) א. הוכחה. ב. הוכחה.

ג. $\vec{F}_1=-\vec{F}_2$, $\vec{F}_2=\frac{3k}{\tilde{r}^4}\left(\vec{p}_1\cdot\vec{p}_2\cdot\tilde{\hat{r}}+\left(\vec{p}_2\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\cdot\vec{p}_1+\left(\vec{p}_1\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\cdot\vec{p}_2-5\left(\vec{p}_1\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\left(\vec{p}_2\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\hat{\tilde{r}}\right)$.

ד. $\vec{F}_2=-\frac{6k}{\tilde{r}^4}p_1p_2\hat{\tilde{r}}$, $\vec{F}_2=\frac{3k}{\tilde{r}^4}\left(p_1p_2\hat{\tilde{r}}\right)$.

6) א. $Q_T=q$, $\vec{p}=q\left(x_0,y_0,z_0\right)$, $Q_{11}=q\left(2x_0'^2-y_0'^2-z_0'^2\right)$, $Q_{12}=\left(3x_0'y_0'-0\right)q$,
$Q_{13}=3x_0'z_0'q$, $Q_{21}=3x_0'y_0'q$, $Q_{22}=\left(2y_0'^2-x_0'^2-z_0'^2\right)q$, $Q_{23}=3y_0'z_0'q$,
$Q_{31}=3x_0'z_0'q$, $Q_{32}=3y_0'z_0'q$, $Q_{33}=\left(2z_0'^2-x_0'^2-y_0'^2\right)q$.

ב. $Q_T=0$, $\vec{p}=$ לא משתנה , $Q_{ij}=$ לא משתנה.

7) $V\left(\vec{r}\right)=\frac{k2qby}{r^2}+\frac{kq}{r^5}\left(-x^2\left(2a^2+b^2\right)+y^2\left(a^2+2b^2\right)+z^2\left(a^2-b^2\right)\right)$.

8) $Q_T=\lambda L$, $\vec{p}=\frac{\lambda L^2}{2}\left(\cos\alpha\hat{x}+\sin\alpha\hat{y}\right)$, $Q_{xx}=\lambda\left(3\cos^2\alpha-1\right)\frac{L^3}{3}$,
$Q_{xy}=L^3\cos\alpha\sin\alpha$, $Q_{xz}=0$, $Q_{yx}=Q_{xy}$, $Q_{yy}=\frac{\lambda L^3}{3}\left(3\sin^2\alpha-1\right)$, $Q_{yz}=0$,
$Q_{zx}=0$, $Q_{zz}=-\lambda\frac{L^3}{3}$.

$$V\left(\vec{r}\right)=k\left(\frac{\lambda L}{r}+\frac{\lambda L^2}{2r^3}\left(x\cos\alpha+y\sin\alpha\right)+\frac{1}{2r^5}\left(x^2\frac{\lambda L^3}{3}\left(3\cos^2\alpha-1\right)+\right.\right.$$
$$\left.\left.xyL^3\cos\alpha\sin\alpha\cdot 2+y^2\frac{\lambda L^3}{3}\left(3\sin^2\alpha-1\right)+z^2\left(-\lambda\frac{L^3}{3}\right)\right)\right)$$

9) $Q_T=0$, $\vec{p}_x=\vec{p}_y=0$, $\vec{p}_z=4\pi\sigma_0R^3\cdot\frac{1}{3}$, $Q_{xx}=Q_{yy}=Q_{zz}=0$, $V\left(\vec{r}\right)=\frac{4k\pi\sigma_0R^3\cos\varphi}{3r^2}$.

10) א. שני הדיפולים בכיוון $\hat{y}$. ב. $\vec{p}_1=\varepsilon_0\alpha_1\left(E_0\hat{y}-\frac{k\vec{p}_2}{a^3}\right)$, $\vec{p}_2=\varepsilon_0\alpha_2\left(-\frac{k\vec{p}_1}{a^3}\right)$.

ג. $\vec{E}=\frac{k\left(-\vec{p}_1\right)}{\left(a+r\right)^3}+\frac{k\left(-\vec{p}_2\right)}{r^3}$. ד. $\alpha_2=\frac{4\pi a^3r_0^3}{\left(a+r\right)^3}$, לא.

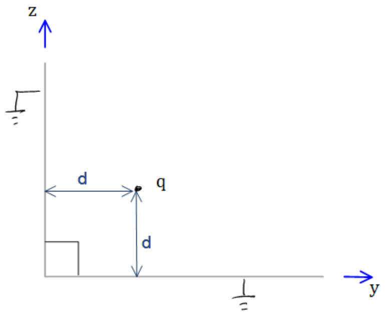
שדות אלקטרומגנטיים

פרק 6 - מטעני דמות

תוכן העניינים

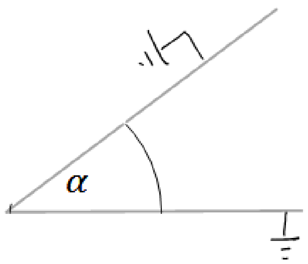
הרצאות ותרגילים:

שאלות:



1) לוחות בזווית 90 מעלות

נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית ישרה. במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.
מצא את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.



2) לוחות בזווית אלפה

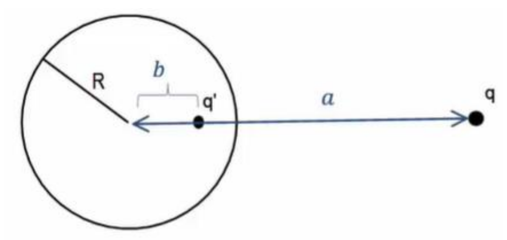
נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית α. במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.
מצא את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

3) מציאת התפלגות המטען על שפת המוליך

נתון מישור אינסופי מוארק.
במרחק z מעל המישור נמצא חלקיק בעל מטען q.
מצא את התפלגות המטען σ על שפת המישור.

4) כוח ואנרגיה במטעני דמות

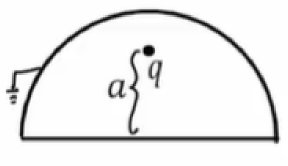
נתון מישור אינסופי מוארק ובמרחק z מעליו נמצא חלקיק בעל מטען q.
מהו הכוח שמרגיש החלקיק?



5) מציאת התפלגות מטען עם ספירה

נתונה ספירה מוליכה ומוארקת ברדיוס R. מול הספירה ישנו מטען נקודתי q במרחק a ממרכז הספירה.
מצא את התפלגות המטען על השפה של הספירה.

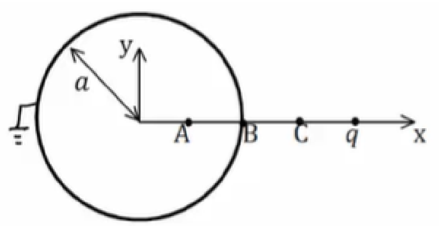
6) מטען בתוך חצי ספירה



מטען נקודתי q נמצא בתוך חצי ספירה כדורית, מוארקת ברדיוס R.

המטען נמצא בגובה a מעל מרכז הספירה.
מצא את מטעני הדמות בעזרתם נוכל לחשב את הפוטנציאל בכל המרחב.

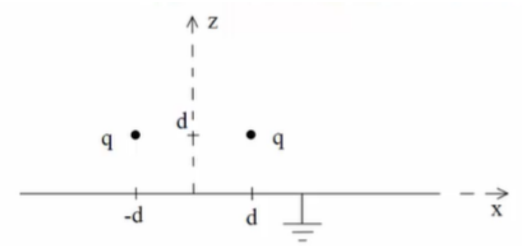
7) ספירה, מטען ושלוש נקודות



קליפה כדורית ברדיוס a מוארקת.
מטען q נמצא במרחק 2a ממרכז הקליפה ועל ציר ה- x כך ש: $x_C=\frac{3a}{2}$, $x_B=a$, $x_A=\frac{a}{2}$.

א. מצא את הפוטנציאל בנקודות: A , B , C.
ב. מהי התפלגות המטען המשטחית בנקודה B?
ג. מה הכוח הפועל על המטען q?
ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

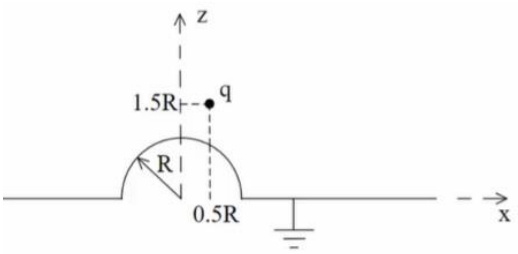
8) שני מטענים מעל מישור



נתונים שני מטענים q במיקומים $(d,0,d)$
ו- $(-d,0,d)$ מעל משטח אינסופי מוארק כבאיור.

א. אילו מטעני שיקוף דרושים כדי לבטא פוטנציאל ושדה ב- $z>0$?
ב. איזה כוח ירגיש המטען הימני (גודל וכיוון)?
יש לנרמל $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}=1$ ולהגיע לתשובה מספרית.
ג. מהי התפלגות המטען על המוליך?
ומהו המטען הכולל על המוליך?
ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

9) מטען מעל חצי ספירה ולא במרכז



נתון חצי כדור מוליך מושלם בעל רדיוס R המונח על חצי מרחב מישור מוליך מושלם, כבאיור.

מעל המוליך יש מטען q בקואורדינטה $(0.5R,0,1.5R)$.

א. מצא את גודל ומיקום מטעני השיקוף הדרושים בשביל לבטא את הפוטנציאל במרחב שמעל המבנה.

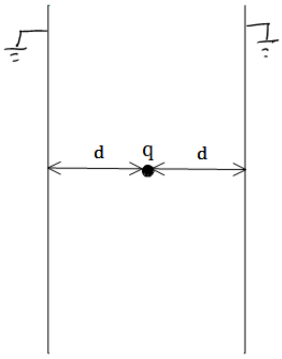
ב. מצא את הפוטנציאל בנקודות $(0,0,1.5R)$, $(0,0,0.5R)$.

ג. מהי צפיפות המטען המשטחית על שפת המוליך בנקודה $\left(\frac{R}{2},0,\frac{\sqrt{3}R}{2}\right)$?

ד. מה הכוח הפועל על המטען?

ה. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

10) מטען בין שני לוחות אינסופיים



נתונים שני לוחות אינסופיים מוארקים במרחק 2d זה מזה.

בדיוק באמצע ביניהם ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.

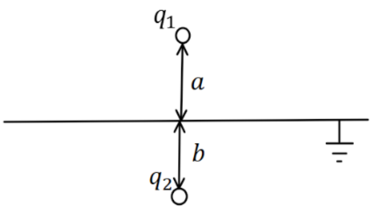
א. מצא את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

ב. מצא את העבודה הדרושה לבניית המערכת.

11) מטענים משני צידי מישור מוארק

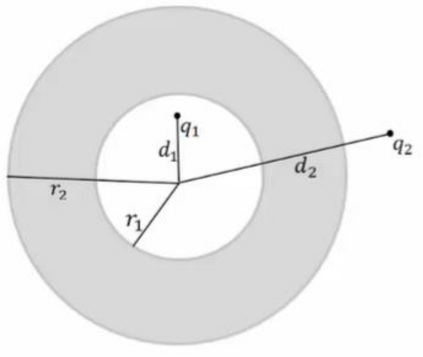
מטען q_1 נמצא במרחק a מעל מישור אינסופי מוארק.

מטען q_2 נמצא במרחק b מתחת למישור.



א. מצא את השדה והפוטנציאל בכל המרחב.

ב. מהי התפלגות המטען על המישור?
ומהו המטען הכולל על המישור?



12) קליפה עבה עם מטען בפנים ובחוץ

נתונה קליפה כדורית עבה ומוליכה בעלת רדיוס פנימי r_1 ורדיוס חיצוני r_2.

מטען q_1 נמצא במרחק d_1 ממרכז הקליפה כך ש- $r_1 > d_1$.

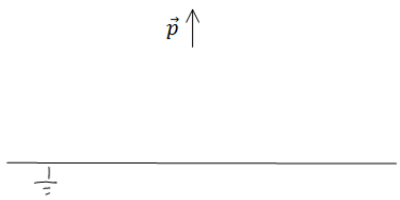
מטען q_2 נמצא במרחק d_2 ממרכז הקליפה כך ש- $r_2 < d_2$.

המטענים לא נמצאים על אותו רדיוס.

א. מצא את הפוטנציאל בו נמצאת הקליפה.

ב. מצא את הכוח הפועל על המטען q_2.

ג. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?



13) דיפול מעל מישור

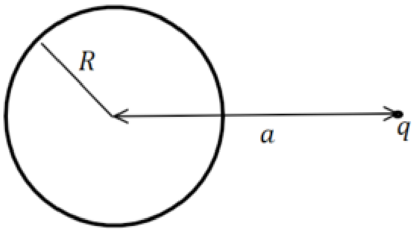
דיפול מונח במרחק z_0 מלוח אינסופי מוארק.

מומנט הדיפול הוא: $\vec{p} = (0, 0, p)$.

א. מצא את השדה בכל המרחב.

ב. מצא את צפיפות המטען על המישור.

ג. מצא את סך המטען על המישור.



14) ספירה ניטרלית

מטען נקודתי q מונח במרחק a מספירה מוליכה ברדיוס R.

הספירה אינה מוארקת ואינה מחוברת לפוטנציאל כלשהו.

ניתן להניח כי הספירה נייטרלית.

מהו הפוטנציאל על הספירה?

ומהם מטעני הדמות המתאימים לפתרון הבעיה?

רמז: השתמש בחוק שימור המטען.

תשובות סופיות:

1) $\varphi=\frac{kq}{r_1}-\frac{kq}{r_2}$

2) ראה סרטון

3) $\sigma=-kq\varepsilon_0\frac{2d}{\left(r^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

4) $F=-\frac{q^2}{(2d)^2}$

5) $$E(r,\theta)=\frac{kq(r-a\cos\theta)}{\left(r^2+a^2-2ra\cos\theta\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{-kq\left(r\left(\frac{a}{R}\right)^2-a\cos\theta\right)}{\left(R^2+\left(\frac{ra}{R}\right)^2-2ra\cos\theta\right)^{\frac{3}{2}}}$$

6) ראה סרטון

7) א. $\varphi_A=\varphi_B=0\ ,\ \varphi_C=\frac{3kq}{2a}$ ב. $\sigma_B=\varepsilon_0\left(-\frac{3kq}{a^2}\right)$ ג. $\vec{F}=\frac{2kq^2}{qa^2}(-\hat{x})$

ד. $U=\frac{-kq^2}{6a}$

8) א. $(-d,0,d)\ ,\ (d,0,-d)$ ב. $-0.338\hat{z}+0.162\hat{x}$

ג. $$\sigma=-\frac{1}{2\pi}qd\left(\frac{1}{\left((x-d)^2+y^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{1}{\left((x+d)^2+y^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)\quad,\quad Q_T=-2q$$

ד. $U=\frac{-kq^2}{\sqrt{2}\cdot 2d}$

9) א. $q_3=\sqrt{\frac{2}{5}}q\ ,\ \vec{r}_3=\left(\frac{R}{5},0,-\frac{3}{5}R\right)\ ,\ q_4=-q\ ,\ \vec{r}_4=(0.5R,0,-1.5R)$

ב. $(0,0,1.5R):\ \varphi\approx 0.71\frac{kq}{R}\ ,\ (0,0,0.5R):\ 0$ ג. $\frac{kq}{R^2}1.04\varepsilon_0$

ד. $\vec{F}=\frac{kq^2}{R^2}(-0.2,0,-0.64)$ ה. $U=\frac{kq^2}{2R}(-0.7)$

10) א. $V_T=\frac{k(-1)^n q}{\left((x-2dn)^2+y^2+z^2\right)^{\frac{1}{2}}}$ ב. $\frac{kq^2}{2d}\left(-\ln(2)\right)$

11) א. $E_{up}=\frac{kq_1}{|r_+|^2}\hat{r}_+ + \frac{-kq_1}{|r_-|^2}\hat{r}_-$

ב. $\sigma_T=\frac{-1}{2\pi}\left(\frac{q_1 a}{\left(r^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{q_2 b}{\left(r^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)$

12) א. $\varphi_2\left(r_2\right)=\frac{kq_1}{r_2}+\frac{kq_2}{d_2}$

ב. $\vec{F}=\frac{-k\frac{r_2}{d_2}q_2^2\hat{r}}{\left(d_2-\frac{r_2^2}{d_2}\right)^2}+\frac{k\left(q_1+\frac{r_2 q_2}{d_2}\right)q_2\hat{r}}{d_2^2}$

ג. $\text{U}=\frac{1}{2}\left[\frac{-k\frac{r_2}{d_2}q_2^2}{\left(d_2-\frac{r_2^2}{d_2}\right)}+\frac{k\left(q_1+\frac{r_2 q_2}{d_2}\right)q_2}{d_2}-\frac{kq_1^2\cdot\frac{r_1}{d_1}}{\left(\frac{r_1^2}{d_1}-d_1\right)}+\frac{kq_1^2}{r_2}+\frac{kq_1q_2}{d_2}\right]$

13) א. $\vec{E}_T=\frac{k\left(3p\left(z-z_0\right)r,0,-pr^2+2p\left(z-z_0\right)^2\right)}{\left(r^2+\left(z-z_0\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}+\frac{k\left(3p\left(z+z_0\right)r,0,-pr^2+2p\left(z+z_0\right)^2\right)}{\left(r^2+\left(z+z_0\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}$

ב. $\sigma\left(r\right)=\frac{\left(-2pr^2+4pz_0^2\right)}{4\pi\left(r^2+z_0^2\right)^{\frac{5}{2}}}$

ג. 0

14) פוטנציאל על הספירה: $\varphi=\frac{kq}{a}$

מטעני הדמות הם: $q'=-q\frac{R}{a}$ במיקום $b=\frac{R^2}{a}$, $q'=q\frac{R}{a}$ במרכז

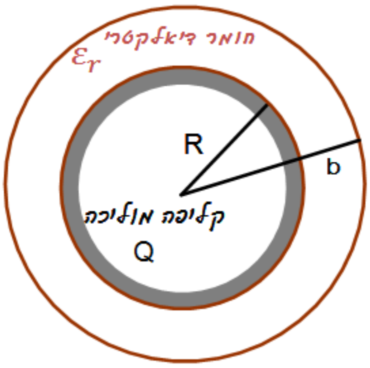
שדות אלקטרומגנטיים

פרק 7 - חומרים דיאלקטריים

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים בסיסיים:

שאלות:



1) חומר דיאלקטרי מסביב לקליפה מוליכה

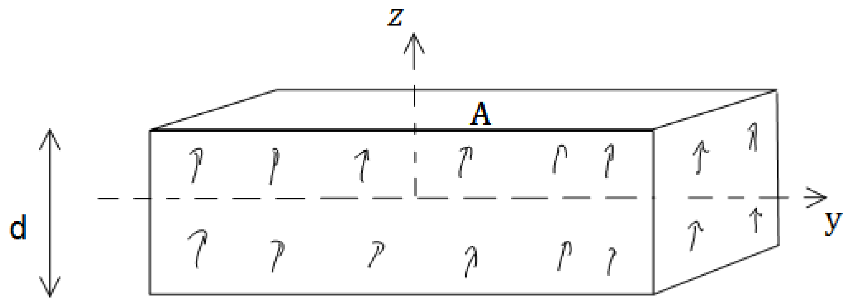
קליפה מוליכה (דקה) ברדיוס R טעונה במטען Q.
מסביב לקליפה נמצאת קליפה נוספת עבה עם רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני b.
מצא את השדה בכל המרחב ואת התפלגות המטען המושרית (קשורה).

2) תיבה מקוטבת

תיבה בעלת שטח A ועובי d מקוטבת עם צפיפות קיטוב נתונה: $\vec{P} = P_0 \frac{z}{d} \hat{z}$
כאשר ראשית הצירים במרכז התיבה.

א. מצא את צפיפות המטען הקשורה (משטחית נפחית) בתיבה.

ב. מצא את סך המטען הקשור בתיבה.



3) כדור מקוטב רדיאלית

כדור ברדיוס R מקוטב לפי: $\vec{P} = A\vec{r}$ כאשר A קבוע ו- $\vec{r}$ הוא וקטור ממרכז הכדור.

א. מצא את צפיפות המטען הקשורה (משטחית ונפחית).

ב. מצא את השדה מחוץ ובתוך הכדור.

4) גליל מקוטב באופן אחיד

גליל מקוטב באופן אחיד ובמקביל לציר הסימטריה. רדיוס הגליל הוא R ואורכו L.
חשב את התפלגות המטען הקשור וצייר את קווי השדה במקרים הבאים:

א. $R \ll L$

ב. $L \ll R$

ג. $R \approx L$

5) שדה של כדור עם צפיפות קיטוב אחידה

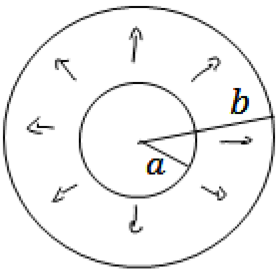
חשב את השדה של כדור מלא עם צפיפות קיטוב אחידה.

<u>הדרכה</u> : חשב את צפיפות המטען הקשור.

ניתן לתאר צפיפות מטען כזו באמצעות שני כדורים הטעונים בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח הנמצאים במרחק קטן אחד מהשני.

מצא מה צריכה להיות הצפיפות של כל כדור (תלויה גם במרחק הקטן) ולאחר מכן חשב את השדה בכל המרחב כסופרפוזיציה של השדות של שני הכדורים.

6) קליפה כדורית דיאלקטרית



קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b עשויה מחומר דיאלקטרי בעל צפיפות קיטוב

נתונה : $\vec{P}(\vec{r}) = \frac{A}{r}\hat{r}$ כאשר A קבוע ו- r הוא המרחק ממרכז הקליפה.

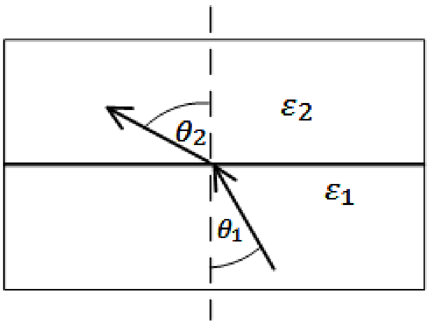
מצא את השדה בכל המרחב פעם בעזרת צפיפות המטען המושרה ופעם באמצעות השימוש בשדה ההעתקה.

7) חוק סנל

קרן אור מורכבת משדה חשמלי ושדה מגנטי המתקדמים במרחב, הראה כי אם קרן האור עוברת מחומר דיאלקטרי בעל מקדם ε_1 לחומר בעל מקדם דיאלקטרי ε_2 אז מתקיים חוק סנל (התעלם מהשדה המגנטי).

חוק סנל : $\tan\theta_1 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\tan\theta_2$

כאשר θ_1 היא זווית הפגיעה של הקרן עם האנך ו- θ_2 היא זווית השבירה עם האנך בחומר.



תשובות סופיות:

1) השדה במרחב:
$$\vec{E}(r)=\begin{cases}0 & r<R\\ \dfrac{kQ}{\varepsilon_r r^2}\hat{r} & R<r<b\\ \dfrac{kQ}{r^2} & b<r\end{cases}$$

התפלגות המטען המושרית: $\sigma_i(R)=\dfrac{\varepsilon_0 kQ}{R^2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_r}-1\right)$, $\sigma_i(b)=\varepsilon_0\left(\dfrac{kQ}{b^2}-\dfrac{kQ}{\varepsilon_r b^2}\right)$

2) א. צפיפות המטען משטחית: $\sigma_b=\dfrac{P_0}{2}$, נפחית: $\rho_b=-\dfrac{P_0}{d}$ ב. 0

3) א. צפיפות המטען משטחית: $\sigma_b=A\cdot R$, נפחית: $\rho_b=-3A$

ב. שדה בתוך הכדור: $\vec{E}=\dfrac{Ar}{\varepsilon_0}\hat{r}$, מחוץ לכדור: 0.

4) א. $\vec{p}=qL\hat{z}$ ב. $\vec{E}=\dfrac{P_0}{\varepsilon_0}\hat{z}$ ג. ראה סרטון

5)
$$\vec{E}=\begin{cases}-\dfrac{P_0}{3\varepsilon_0}\hat{z} & r<R\\ \dfrac{k\left(3(\vec{p}\cdot\hat{r})\hat{r}-\vec{p}\right)}{r^3} & r>R\end{cases}$$

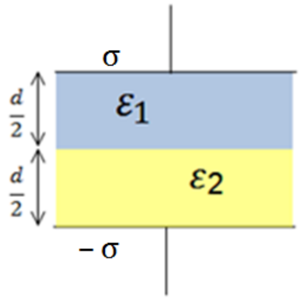
6) $\vec{E}=0$

7) שאלת הוכחה

תרגול נוסף:

שאלות:

1) חומר דיאלקטרי מפוצל בין שני לוחות



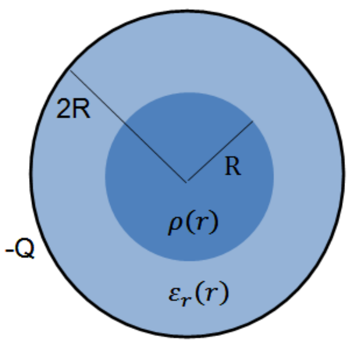
שני לוחות אינסופיים נמצאים במרחק d ביניהם,
הלוח העליון טעון σ והלוח התחתון טעון σ – .
בין הלוחות ישנם שני סוגים של חומרים דיאלקטריים ליניאריים כפי שנראה בציור.
נתון המקדם הדיאלקטרי של כל חומר ε_1 ו- ε_2.

א. מצאו את וקטור העתקה D בכל אחד מהחומרים.
ב. מצאו את השדה החשמלי בכל מקום בין לוחות .
ג. מצאו את הפולריזציה P בכל אחד מהחומרים.
ד. מצאו את הפרש הפוטנציאל בין הלוחות.
ה. מצאו את גודל ומיקום המטען הקשור בחומרים הדיאלקטריים.
ו. מצאו שוב את השדה בכל המרחב ע"י שימוש במטענים הקשורים והחופשיים.

2) כדור דיאלקטרי טעון

כדור ברדיוס R מורכב מחומר דיאלקטרי ליניארי בעל קבוע דיאלקטרי אחיד ε_r.
בתוך החומר הדיאלקטרי ישנה צפיפות של מטען חופשי (בנוסף לחומר הדיאלקטרי עצמו) מפוזרת באופן אחיד ושווה ל- ρ.
מצאו את השדה בכל המרחק. (רמז: מצאו קודם כל את D).

3) כדור מבודד וקליפה מוליכה



כדור מבודד ברדיוס R טעון בצפיפות מטען משתנה השווה ל- $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$.
מסביב לכדור ישנה קליפה מבודדת עבה בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני 2R.
הקליפה עשויה מחומר דיאלקטרי עם מקדם דיאלקטרי משתנה: $\varepsilon_r(r) = 1 + \frac{r}{R}$.
מסביב לקליפה הדיאלקטרית ישנה קליפה מוליכה דקה ברדיוס 2R הטעונה במטען כולל $\vec{E}Q$-.

א. מצא את וקטור ההעתקה $\vec{D}$ בין כל המרחב.
ב. מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

ג. מהי צפיפות המטען המושרה (או קשור) בתוך החומר הדיאלקטרי (משטחית ונפחית)?

ד. מצא באמצעות סכימה מפורשת על צפיפות המטען המושרה, את סך המטען המושרה.

4) חישוב קיבול דרך אנרגיה

קבל גלילי מורכב משתי קליפות גליליות ברדיוסים R, $3R$ ובאורך $L >> 3R$. ממלאים את הקבל (המרווח בין הקליפות) בחומרים דיאלקטרים.

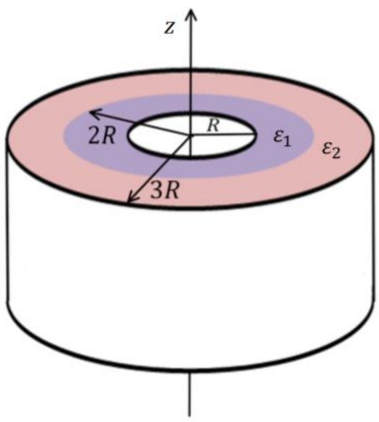
חומר בעל מקדם ε_1 ממלא את התווך בין R ל- $2R$ וחומר בעל מקדם ε_2 את התווך בין $2R$ ל- $3R$. טוענים את הקליפה הפנימית במטען Q ואת החיצונית במטען $-Q$.

א. מהי צפיפות האנרגיה בתוך הקבל כתלות במרחק ממרכז הקבל?

ב. מהי האנרגיה האגורה בקבל?

ג. חשבו את הקיבול של הקבל מתוך סעיף ב'.

ד. ניתן להתייחס לקבל כאל שני קבלים המלאים כל אחד בחומר דיאלקטרי שונה. האם הקבלים מחוברים בטור או במקביל?
חשב את הקיבול של כל קבל.



תשובות סופיות:

1) א. $\vec{D}=\sigma\hat{z}$

ב. $\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\sigma\hat{z}}{\varepsilon_1} & 0<z<\dfrac{d}{2}\\ \dfrac{\sigma\hat{z}}{\varepsilon_2} & \dfrac{d}{2}<z<d\end{cases}$

ג. $\vec{p}=\begin{cases}\left(\sigma-\dfrac{\varepsilon_0\sigma}{\varepsilon_1}\right)\hat{z} & 0<z<\dfrac{d}{2}\\ \left(\sigma-\dfrac{\varepsilon_0\sigma}{\varepsilon_2}\right)\hat{z} & \dfrac{d}{2}<z<d\end{cases}$

ד. $V=-\dfrac{d}{2}\sigma\left(\dfrac{1}{\varepsilon_1}+\dfrac{1}{\varepsilon_2}\right)$

ה. $\sigma_b(z=0)=\sigma\left(\dfrac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}-1\right)$, $\sigma_b\left(z=\dfrac{d}{2}\right)=\varepsilon_0\sigma\left(\dfrac{1}{\varepsilon_2}-\dfrac{1}{\varepsilon_1}\right)$, $\sigma_b(z=d)=\sigma\left(1-\dfrac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2}\right)$

ו. $E_T=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_1}\hat{z}$

2) $\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho r}{3\varepsilon_r\varepsilon_0} & r<R\\ \dfrac{k\rho 4\pi R^3}{3r^2} & r>R\end{cases}$

3) א. $\vec{D}=\begin{cases}\dfrac{\rho_0 r^2}{4r}\hat{r} & r<R\\ \dfrac{\rho_0 4\pi R^3}{16\pi r^2}\hat{r} & R<r<2R\\ \dfrac{\rho_0\pi R^3-Q}{4\pi r^2}\hat{r} & 2R<r<\infty\end{cases}$

ב. $\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho_0 r^2}{4R\varepsilon_0}\hat{r} & r<R\\ \dfrac{\rho_0 R^3\hat{r}}{4r^2\varepsilon_0\left(\dfrac{r}{R}\right)} & R<r<2R\\ \dfrac{\rho_0\pi R^3-Q}{4\pi r^2\varepsilon_0} & 2R<r\end{cases}$

ג. $\rho_b=\dfrac{-\rho_0 R^2}{4r^2\left(1+\dfrac{r}{R}\right)^2}$, $\sigma_b(r=R)=\dfrac{-\rho_0 R}{8}$, $\sigma_b(r=2R)=\dfrac{\rho_0 R^2}{4(2R)(3)}$

ד. 0

4) א. $u=\dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{(2\pi rL)^2}\begin{cases}\dfrac{1}{\varepsilon_1} & R<r<2R\\ \dfrac{1}{\varepsilon_2} & 2R<r<3R\end{cases}$

ב. $U=\dfrac{Q^2}{4\pi L}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_1}\ln 2+\dfrac{1}{\varepsilon_2}\ln\dfrac{3}{2}\right)$

ג. $C=\dfrac{2\pi L}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}\ln 2+\dfrac{1}{\varepsilon_2}\ln\dfrac{3}{2}}$

ד. $c_2=\dfrac{2\pi L\varepsilon_2}{\ln\dfrac{3}{2}}$, $c_1=\dfrac{2\pi L\varepsilon_1}{\ln 2}$.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 8 - תנאי שפה לשדה החשמלי

תוכן העניינים

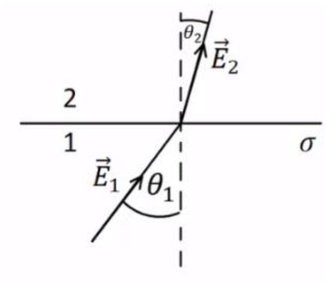
הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) קפיצה על שפת כדור

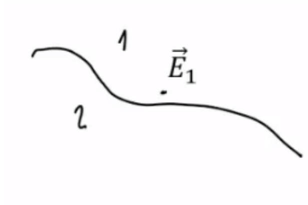
נתון כדור שמרכזו בראשית הצירים ורדיוסו R. השדה החשמלי בתוך הכדור וקרוב לשפת הכדור הוא: $\vec{E}_{in}=a\hat{x}+b\hat{y}+c\hat{z}$ כאשר: c , b , a קבועים נתונים.
על מעטפת הכדור קיימת צפיפות מטען משטחית: $\sigma(\varphi)=\sigma_0\sin\varphi$ כאשר σ_0 קבוע נתון ו- φ היא הזווית עם ציר ה-z.
מצא את השדה מחוץ לשפת הכדור וקרוב אליה בקואורדינטות קרטזיות.

2) שינוי זווית משני צידי משטח טעון



שפה של משטח טעונה בצפיפות מטען σ ומפרידה בין שני אזורים. הראה שהקשר בין הזוויות: θ_1,θ_2 שבאיור הוא: $\tan\theta_2=\dfrac{\tan\theta_1}{1+\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0 E_1\cos\theta_1}}$ כאשר E_1 הוא גודל השדה השקול בתחום 1.

3) מציאת נורמל למשטח



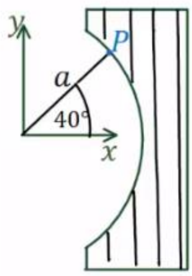
המשטח שמפריד בין שני אזורים נתון ע"י המשוואה: $2x+4y-z=3$.

א. מצא וקטור הנורמל למשטח $\hat{n}$.

ב. נתון השדה באחד האזורים קרוב למשטח: $\vec{E}_1=2\hat{x}+5\hat{y}-3\hat{z}$, מהו הרכיב של השדה שמאונך למשטח?

ג. מהו רכיב השדה שמקביל למשטח?

4) עדשה דיאלקטרית



האיור מתאר "עדשה דיאלקטרית". צד שמאל של העדשה הוא חלק מגליל שצירו חוף עם ציר z ורדיוסו a. צד ימין הוא מישור ישר המקביל למישור xz. השדה החשמלי בנקודה P הנמצאת ב- $\vec{r}_P=(a,40°,z)$ ומחוץ לעדשה הוא: $\vec{E}(\vec{r}_P)=4\hat{r}-3\hat{\theta}$ ביחידות $\frac{N}{m}$ ובקואורדינטות גליליות.
מה צריך להיות המקדם הדיאלקטרי של החומר ממנו עשויה העדשה כך שהשדה החשמלי היוצא מהצד הימני של העדשה יהיה מקביל לציר x?

תשובות סופיות:

1) $\vec{E}_{out}=\left(a+\frac{\sigma_0\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)x}{\varepsilon_0 R^2}\ ,b+\frac{\sigma_0\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)y}{\varepsilon_0 R^2}\ ,c+\frac{\sigma_0\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)z}{\varepsilon_0 R^2}\right)$.

2) הוכחה.

3) א. $\hat{n}=\frac{1}{\sqrt{21}}(2,4,-1)$. ב. $\frac{27}{21}(2,4,-1)$. ג. $-\frac{1}{7}(4,1,12)$.

4) $\varepsilon_r\approx 1.2$.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 9 - משוואת הרציפות

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) קליפה כדורית עבה ומוליכה עם כדור קטן בתוכה

קליפה כדורית מוליכה בעלת רדיוס פנימי $3R$ ורדיוס חיצוני $5R$ טעונה במטען Q. המוליכות הסגולית של הקליפה תלויה במרחק ממרכז הקליפה r לפי: $\sigma(r)=\sigma_0\frac{r^2}{3R^2}$. בתוך החלל הפנימי של הקליפה נמצא כדור ברדיוס R עם מוליכות גבוהה מאוד ביחס למוליכות הקליפה. מרכז הכדור מתלכד עם מרכז הקליפה. חוט מוליך (עם מוליכות גבוהה מאוד גם כן) מחבר את הכדור אל מחוץ לקליפה דרך תעלה צרה בקליפה. דרך החוט המוליך טענו את הכדור במטען $-Q$, והמתינו עד שהמערכת התייצבה.

א. כיצד מתפלג המטען על הכדור הפנימי וכיצד מתפלג המטען על הקליפה?

חיברו את הכדור להארקה לזמן קצר מאוד. בגלל המוליכות הגבוהה של הכדור (ביחס לקליפה) הפוטנציאל בו הספיק להתאפס בעוד שהתפלגות המטען על הקליפה העבה עדיין לא השתנתה. נסמן ב-$t=0$ את רגע הניתוק מההארקה.

ב. מה המטען על הכדור ב-$t=0$?

ג. אם נמתין זמן מספיק ארוך כיצד יתפלג המטען במרחב?

ד. חשב את השדה החשמלי במרחב כתלות במקום ובזמן.

ה. חשב את צפיפות המטען הנפחית כתלות במקום ובזמן בקליפה המוליכה.

ו. שרטט גרף של צפיפות המטען בקליפה ב-$r=4R$ כתלות בזמן.

ז. חשב את צפיפות המטען המשטחית על הדופן הפנימית ועל הדופן החיצונית של הקליפה והשווה לסעיף ג'.

ח. הראה כי הספק החום המתפתח במוליך הוא: $\iiint\sigma(r)E^2(r,t)dv$.

ט. הראה כי האנרגיה הכוללת שהפכה לחום בקליפה שווה לשינוי באנרגיה האלקטרוסטטית של המערכת.

תשובות סופיות:

1) א. פנימי: $\eta(R)=\frac{-Q}{4\pi R^2}$, קליפה: $\eta(5R)=0$, $\eta(3R)=\frac{Q}{4\pi(3R)^2}$.

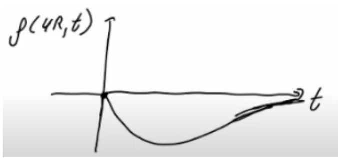
ב. $q^?=-\frac{Q}{3}$.

ג. $\rho=0$, $\eta(5R)=\frac{\frac{2Q}{3}}{4\pi(5R)^2}$, $\eta(3R)=\frac{\frac{Q}{3}}{4\pi(3R)^2}$, $\eta(R)=\frac{\frac{-Q}{3}}{4\pi R^2}$.

ד. $E(r,t)=\frac{2KQ}{3r^2}\cdot e^{-\frac{\sigma(r)t}{\varepsilon_0}}$.

ה. $\rho(r,t)=-\frac{4KQ\sigma_0 t}{9R^2 r}e^{-\frac{\sigma(r)t}{\varepsilon_0}}$.

ו. שרטוט:



ז. $\eta(5R,t)=\frac{2Q}{4\pi\cdot 75R^2}\left(1-e^{-\frac{25\sigma_0 t}{3\varepsilon_0}}\right)$, $\eta(3R,t)=\frac{Q}{4\pi\cdot 27R^2}\left(e^{-\frac{3\sigma_0 t}{\varepsilon_0}}+1\right)$.

ח. הוכחה.

ט. הוכחה.

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 10 - חוק ביו סבר

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

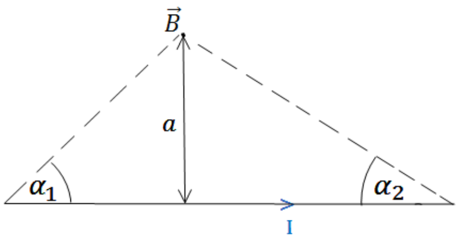
שאלות:

1) חישוב שדה של תיל סופי לפי זוויות

הראה כי גודלו של השדה המגנטי שיוצר תיל בנקודה הנמצאת במרחק a מהתיל הוא:

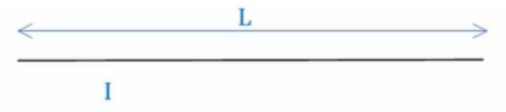
$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)$.

כאשר I הוא הזרם בתיל.



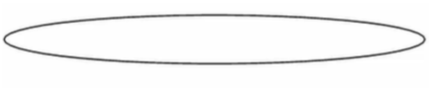
2) חישוב שדה של תיל סופי לפי וקטורים

נתון תיל סופי באורך L וזרם I.
השדה נמצא במרחק y מהראשית.
חשב את השדה המגנטי של תיל סופי.



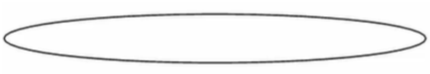
3) חישוב שדה של טבעת

חשב את השדה המגנטי לאורך ציר הסימטריה של טבעת ברדיוס R כאשר בטבעת זורם זרם I.



4) חישוב שדה של דיסקה

דיסקה ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משטחית σ.
הדיסקה מסתובבת במהירות זוויתית ω סביב ציר הסימטריה שלה.
מצא את השדה המגנטי לאורך ציר הסימטריה.



5) שדה של שלושה תילים אינסופיים

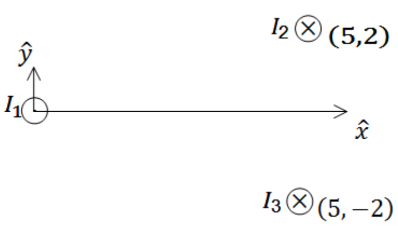
שלושה תילים אינסופיים המקבילים לציר ה-z מונחים במיקומים הבאים:

$\vec{r}_1(0,0)$, $\vec{r}_2(5,2)$, $\vec{r}_3(5,-2)$.

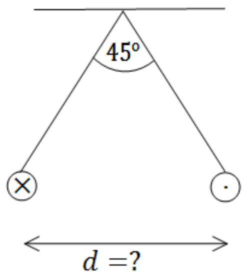
הזרמים בתילים הם:

$I_1 = 3A$ החוצה מהדף, $I_2 = 5A$ לתוך הדף, $I_3 = 4A$ גם כן לתוך הדף.

מצא באיזה נקודה לאורך ציר ה-x מתאפס הרכיב של השדה המגנטי בכיוון y?



6) **שני תילים תלויים**



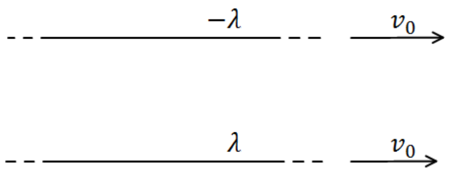
שני תילים ארוכים מאוד תלויים מהתקרה באמצעות חוטים באורך זהה ולא ידוע.
בתילים זורם זרם של 100 אמפר בכיוונים מנוגדים.
הזווית בין החוטים היא 45 מעלות ומסתם ליחידת אורך היא: $\mu = 2\frac{\text{gr}}{\text{m}}$.
מצא את המרחק בין התילים.

7) **מצולע עם אן צלעות**

במצולע משוכלל (כל הצלעות שוות) בעל n צלעות זורם זרם I .
נתון כי המצולע חסום ע"י מעגל ברדיוס R.

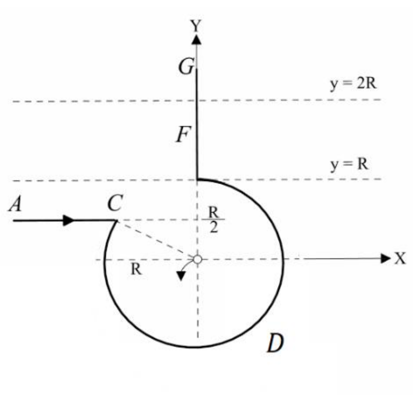
א. מהו השדה המגנטי במרכז המצולע?
ב. בדוק עבור $n \to \infty$.

8) **כוח מגנטי מתבטל עם חשמלי**



שני תילים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען λ ו-$-\lambda$.
התילים מקבילים ונמשכים במהירות קבועה v_0 ימינה.
מצא את גודל המהירות כך שהכוח המגנטי יתבטל עם הכוח החשמלי?

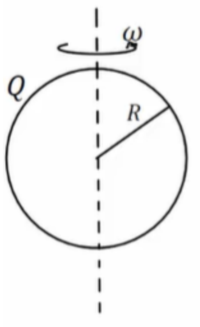
9) **חישוב שדה של תיל מיוחד**



תיל ACDFG כולל חלק מעגלי שרדיוסו R ושני קטעים ישרים אינסופיים.
המשך הקו AC חותך את רדיוס המעגל במרכזו (ראו בשרטוט).
בתיל זורם זרם I, כיוון הזרם מסומן בשרטוט.

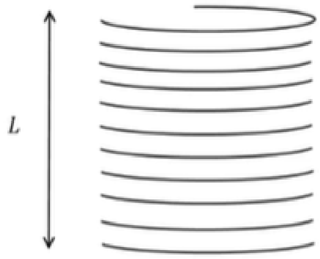
א. מהו גודלו וכיוונו של וקטור השדה המגנטי במרכז החלק המעגלי של התיל?
ב. חלקיק טעון עובר דרך מרכז החלק המעגלי של התיל מסלולו מתעקם עקב השפעת השדה המגנטי של התיל.
צורת המסלול וכיוון התנועה נתונים בשרטוט.
מהו סימן מטענו של החלקיק?
ג. בניסוי נוסף יוצרים שדה מגנטי לא אחיד בכל התחום $R < y < 2R$.
חלק של התיל FG נמצא בתוך תחום זה (ראו בשרטוט).
נתון וקטור השדה $\vec{B}(0,0,\ ay^2)$, כאשר הקבוע a נתון.
מהו הכוח המגנטי ששדה זה מפעיל על התיל?

10) שדה במרכז קליפה כדורית מסתובבת



קליפה כדורית ברדיוס R טעונה במטען Q המפולג באופן אחיד על פני הקליפה.
הקליפה מסתובבת סביב צירה במהירות זוויתית קבועה ω.
הנח כי הסיבוב אינו משפיע על התפלגות המטען וחשב את השדה המגנטי במרכז הקליפה.

11) שדה של סליל סופי



בסליל סופי באורך L, רדיוס R וצפיפות ליפופים אחידה ליחידת אורך n זורם זרם I .
חשבו את השדה המגנטי ב:
א. מרכז הסליל.
ב. הקצה העליון של הסליל.

תשובות סופיות:

1) שאלת הוכחה.

2) $\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi y}\frac{IL\hat{z}}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2+y^2\right)^{\frac{1}{2}}}$

3) $Bx=By=0\ ,\ Bz=\frac{\mu_0 IR^2}{2\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

4) $\vec{B}_T=\frac{\mu_0\sigma w}{2}\left(\left(R^2+z^2\right)^{\frac{1}{2}}+z^2\left(R^2+z^2\right)^{-\frac{1}{2}}-2z\right)$

5) $x_1=-2.76\ ,\ x_2=5.26$

6) $d=0.241m$

7) א. $B=\frac{n\mu_0 I}{2\pi R}\tan\left(\frac{\pi}{n}\right)$ ב. $B=\frac{\mu_0 I}{2R}$

8) $V=3\cdot 10^8\frac{m}{sec}$

9) א. $Bz=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(2-\sqrt{3}\right)$ ב. שלילי ג. $\vec{F}=\frac{Ia}{3}7R^3\hat{x}$

10) $B_z=\frac{\mu_0 Qw}{6\pi R}$

11) א. $\frac{\mu_0 InL}{2\left(R^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$ ב. $\frac{\mu_0 InL}{2\left(R^2+\left(L\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$

שדות אלקטרומגנטיים

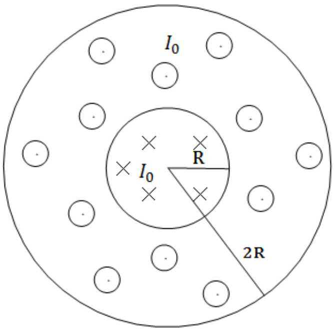
פרק 11 - חוק אמפר

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) כבל קו-אקסיאלי



כבל קו-אקסיאלי מורכב מגליל מוליך בעל רדיוס R ומעטפת מוליכה עבה בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני 2R (ניתן להניח כי קיים מבודד דק בין הגליל הפנימי למעטפת).
בגליל הפנימי זורם זרם I_0 בצפיפות זרם אחידה לתוך הדף.
במעטפת זורם גם כן זרם I_0 בצפיפות אחידה החוצה מהדף.

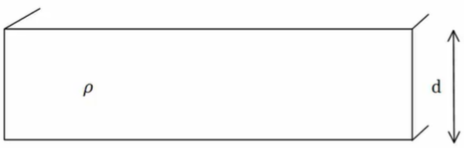
א. מצא את צפיפות הזרם בגליל ובמעטפת.

ב. מהו השדה המגנטי בכל המרחב?

2) שדה של מישור דק אינסופי

נתון מישור אינסופי דק אשר זורם בו זרם.
נניח שהמישור טעון בצפיפות מטען σ.
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x במהירות קבועה V_0.
חשב את השדה המגנטי.

3) שדה של מישור עבה

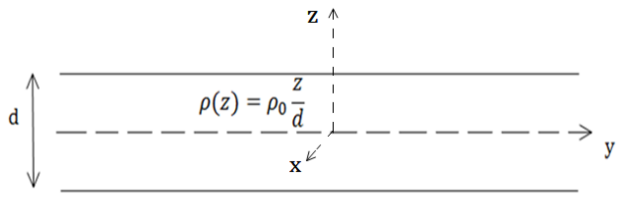


מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.
המישור מונח במקביל למישור xy וראשית הצירים במרכזו.
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0.
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

4) שדה של סליל אינסופי

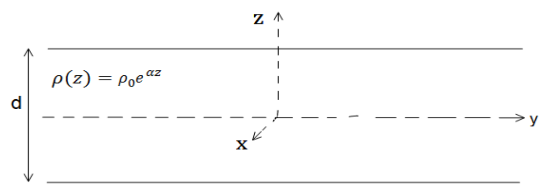
נניח אורך סליל l ומספר ליפופים כולל של סליל N.
צפיפות הליפופים n, רדיוס טבעת a ושטח חתך הסליל של כל טבעת הינו S.
קיימת סימטריה בציר ה-z.
חשב את השדה המגנטי.

5) מישור עם צפיפות מטען משתנה



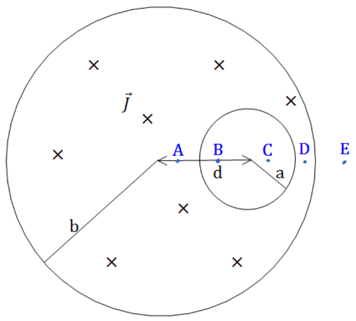
מישור אינסופי בעובי d טעון
בצפיפות מטען משתנה ליחידת
נפח $\rho(z) = \rho_0 \frac{z}{d}$.
המישור מונח במקביל למישור xy
וראשית הצירים במרכזו.
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

6) מישור אינסופי עם צפיפות אקספוננציאלית



מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען
משתנה ליחידת נפח $\rho(z) = \rho_0 e^{\alpha z}$
כאשר אלפה קבוע.
המישור מונח במקביל למישור xy וראשית
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x
(החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

7) חור בגליל

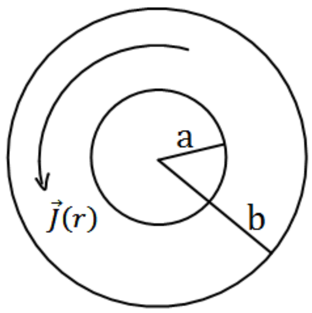


בגליל אינסופי ברדיוס a קודחים חור גלילי ברדיוס b.
מרכז החור נמצא במרחק d ממרכז הגליל.
בגליל זורם זרם לתוך הדף בצפיפות זרם אחידה
ונתונה J .

א. מצא את השדה המגנטי בנקודות A , B , C , D , E
המסומנות בסרטוט.
הנח כי מרחק הנקודות מהמרכז ידוע וכי כל
הנקודות נמצאות על הציר העובר בשני מרכזי הגלילים.

ב. מצא את השדה המגנטי בכל נקודה בתוך החור.
רמז: $\hat{\theta} = \hat{z} \times \hat{r}$ והשדה בתוך החור אחיד.

8) שדה מגנטי של זרם היקפי



בגליל אינסופי בעל רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b
זורם זרם היקפי בעל צפיפות זרם $\vec{J}(r) = Ar^3\hat{\theta}$.
מצא את השדה המגנטי בכל המרחב.
A קבוע נתון.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{J}_{in}=\frac{I_0}{\pi R^2}\hat{z}\quad r<R\,,\ \vec{J}=\frac{-I_0}{\pi 3R^2}\hat{z}\quad R<r<2R$

ב. $\vec{B}=\frac{I_0 r}{2\pi R^2}\theta\quad r<R\,,\ B=0\quad R<r<2R$

2) $\vec{B}=\frac{\sigma V_0\mu_0}{2}\begin{cases}(-\hat{y}) & z>0\\ (+\hat{y}) & z<0\end{cases}$

3) $\vec{B}=\rho_0 V_0 z(-\hat{y})\ ,\ \ \vec{B}=\frac{\rho V_0 d\mu_0}{2}\begin{cases}-\hat{y} & z>\frac{d}{2}\\ \hat{y} & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$

4) $\vec{B}=\mu_0 In\hat{z}$

5) $\vec{B}=0\quad z>\frac{d}{2}\,,\ \vec{B}=0\quad z<-\frac{d}{2}\,,\ \vec{B}=\frac{\mu_0\rho_0 V_0}{2d}\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2-z^2\right)\hat{y}\quad -\frac{d}{2}<z<\frac{d}{2}$

6) $,\ \vec{B}=\frac{\rho_0 V_0}{2\alpha}\left(e^{-\alpha\frac{d}{2}}-e^{\alpha\frac{d}{2}}\right)\hat{y}\cdot\begin{cases}(+1) & z>\frac{d}{2}\\ (-1) & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$

$\vec{B}=\frac{\rho_0 V_0}{2\alpha}\left(e^{-\alpha\frac{d}{2}}+e^{\alpha\frac{d}{2}}-2e^{\alpha z}\right)\hat{y}\quad -\frac{d}{2}<z<\frac{d}{2}$

7) א. $\vec{B}_A=\frac{\mu_0 J}{2}\left(r+\frac{b^2}{d-r}\right)\hat{\theta}\,,\ \vec{B}_B=\frac{\mu_0 Jd}{2}\hat{\theta}\,,\ \vec{B}_C=\frac{\mu_0 Jd}{2}\hat{\theta}\,,\ \vec{B}_D=\frac{\mu_0 Jr}{2}\hat{\theta}-\frac{\mu_0 Jb^2}{2(r-d)}\hat{\theta}$

$\vec{B}_E=\frac{\mu_0 Ja^2}{2r}-\frac{\mu_0 Jb^2}{2(r-d)}\hat{\theta}$

ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0 J}{2}\hat{z}\times d$

8) $\vec{B}=\frac{b^4-r^4}{4}\mu_0\hat{z}\quad a<r<b\,,\ \vec{B}=A\frac{b^4-a^4}{4}\mu_0\hat{z}\quad 0<r<a$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 12 - הפוטנציאל הוקטורי

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

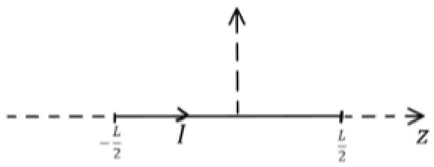
שאלות:

1) מצא צפיפות מפוטנציאל

מצא את צפיפות הזרם שיצרה את הפוטנציאל הוקטורי $\vec{A} = C\hat{\varphi}$ בקואורדינטות גליליות, כאשר C קבוע.

2) פוטנציאל וקטורי של תיל סופי

תיל סופי באורך L נושא זרם I מונח לאורך ציר ה-z.



א. מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב שיוצר התיל.

ב. מצא את השדה המגנטי בנקודה מעל אמצע התיל.

3) סליל אינסופי

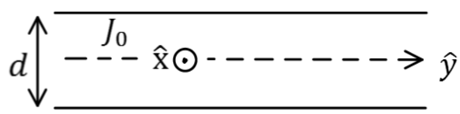
נתון סליל אינסופי עם צפיפות ליפופים ליחידת אורך n ורדיוס a.
מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב אם בסליל זורם זרם I.

4) גליל אינסופי

מצא את הפוטנציאל הוקטורי שיוצר גליל אינסופי ברדיוס a הנושא זרם I, אם צפיפות הזרם בגליל אחידה.

5) מישור עבה עם צפיפות זרם אחידה

מישור אינסופי נמצא במקביל למישור $x - y$ כאשר המישור $x - y$ נמצא במרכזו.
במישור צפיפות זרם אחידה $\vec{J} = J_0\hat{x}$.
עובי המישור הוא d.



א. מצא את כיוון הפוטנציאל הוקטורי במרחב.

ב. מצא את פונקציית הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב.

תשובות סופיות:

1) $\vec{J}=\frac{C}{r^2}\hat{\varphi}$

2) א. $\vec{A}(\vec{r})=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\ln\left(\frac{z+\frac{L}{2}+\sqrt{\left(z+\frac{L}{2}\right)^2+x^2+y^2}}{z-\frac{L}{2}+\sqrt{\left(z-\frac{L}{2}\right)^2+x^2+y^2}}\right)\hat{z}$ ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0 IL\cdot\hat{y}}{4\pi x\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+x^2}}$

3) $\vec{A}=\frac{\mu_0 In}{2}\hat{\varphi}\quad r<a\ ,\ \vec{A}=\frac{\mu_0 Ina^2}{2r}\hat{\varphi}\quad r>a$

4) $\vec{A}=\frac{\mu_0 J_0}{2}\cdot\frac{r^2}{2}\hat{z}\quad r<a\ ,\ \vec{A}=\frac{\mu_0 J_0}{2}\left(\frac{a^2}{2}+a^2\ln\frac{r}{a}\right)\hat{z}\quad r>a$

5) א. $\vec{A}=A(z)\hat{x}\ ,\ \vec{B}=B(z)\hat{y}$ ב. $A(z)=\begin{cases}-\mu_0 J\frac{z^2}{2}\hat{x} & |z|<\frac{d}{2}\\ \frac{-\mu_0 Jd}{2}\left(z-\frac{d}{4}\right)\hat{x} & |z|>\frac{d}{2}\end{cases}$

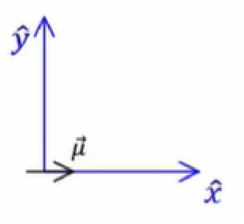
שדות אלקטרומגנטיים

פרק 13 - מומנט דיפול מגנטי

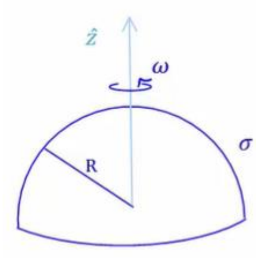
תוכן העניינים

הסברים ותרגילים:

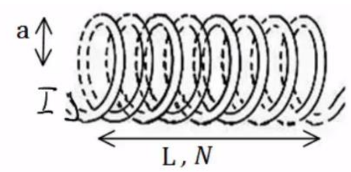
שאלות:



1) מטען מסתובב סביב דיפול בראשית
נתון דיפול מגנטי הממוקם בראשית $\mu = (\mu, 0,0)$.
מצא את μ כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(0, -a, 0)$
עם מהירות $(0,0, v)$ יבצע תנועה מעגלית.



2) חצי קליפה כדורית מסתובבת
חצי קליפה כדורית, טעונה בצפיפות מטען
משטחית σ ומסתובבת סביב ציר z.
מצא את מומנט הדיפול המגנטי של הקליפה.



3) מומנט דיפול מגנטי של סליל
חשב את מומנט הדיפול המגנטי של סליל.

תשובות סופיות:

1) $|e|\dfrac{\mu_0 \cdot \mu}{4\pi a^2} = m_e v$

2) $\vec{\mu} = \dfrac{2\pi R^4}{3}\sigma\omega \cdot \hat{z}$

3) $\mu_T = NI\pi a^2$

שדות אלקטרומגנטיים

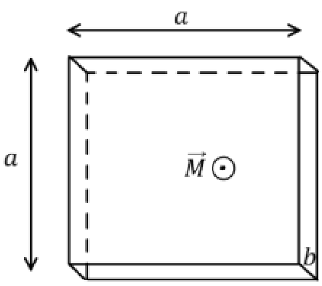
פרק 14 - חומרים מגנטים

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) תיבה דקה ממוגנטת

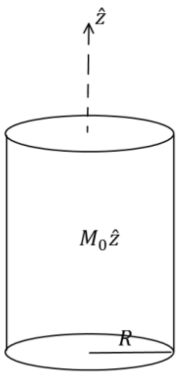


נתונה תיבה בעלת אורך ורוחב a ועובי b << a.
לתיבה מגנטיזציה "קפואה" (התיבה ממוגנטת כאשר היא לא בתוך שדה מגנטי חיצוני)ואחידה $\vec{M}$.
כיוון המגנטיזציה בכיוון מקביל לצלע b.

א. מצא את השדה המגנטי במרכז התיבה.

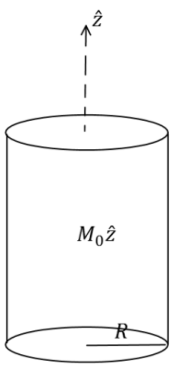
ב. מצא את השדה המגנטי רחוק מאוד מהתיבה.

2) גליל אינסופי ממוגנט



גליל אינסופי ברדיוס R מקוטב בצורה אחידה $\vec{M} = M_0\hat{z}$.
מצא את השדה המגנטי בכל המרחב.

3) גליל ממוגנט נוסף



גליל אינסופי ברדיוס R מקוטב בצורה $\vec{M} = Ar\hat{\varphi}$.
כאשר A קבוע כלשהו ו- r הוא המרחק ממרכז הגליל.

א. מצא את הזרמים הקשורים בגליל ומצא את השדה המגנטי במרחב.

ב. מצא את השדה המגנטי בכל המרחב ע"י שימוש בוקטור השדה H וללא שימוש בזרמים קשורים.

4) סליל עם ליבה מגנטית

נתון סליל אינסופי עם צפיפות ליפופים ליחידת אורך n.
מכניסים לסליל ליבה מגנטית בעל סוספטביליות נתונה χ_m הממלאת את כל הנפח הכלוא בסליל.
מצא את השדה המגנטי בתוך הסליל אם בסליל זורם זרם I.

5) אנרגיה להאט גליל מסתובב

גליל אינסופי ברדיוס R בעל מקדם פראמבליות יחסי $\mu_r = \alpha r$ טעון בצפיפות מטען אחידה ליח' נפח ρ .
הגליל מסתובב סביב ציר הסימטריה שלו במהירות זוויתית ω.

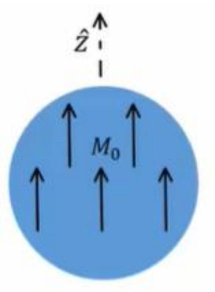
א. מהו השדה המגנטי בתוך הגליל?
ב. כמה אנרגיה ליחידת אורך יש להשקיע על מנת להאט את המהירות הזוויתית של הגליל לרבע ממהירותו הנוכחית?

6) חומר ממלא חצי מרחב

חומר בעל צפיפות אטומים של $n = 2 \cdot 10^{28}\left[\frac{1}{m^3}\right]$ נמצא תחת שדה מגנטי חיצוני אחיד. החומר מתמגנט כך שבכל אטום מתקבל בממוצע דיפול מגנטי של $\vec{m} = 1.2 \cdot 10^{-24}[A \cdot m^2]\hat{x}$.
השדה המגנטי הנמדד בתוך החומר הוא : $\vec{B} = 0.04[T]\hat{x}$.

א. מצא את המגנטיזציה $\vec{M}$ בחומר, את הסוספטביליות המגנטית χ_m ואת הפאראמביליות μ של החומר.
ב. הנח שהחומר ממלא את חצי המרחב $x < 0$ וחצי המרחב השני הוא ריק. מהם הזרמים המושרים במרחב?
ג. מצא את השדה החיצוני $\vec{H}$ אשר יצר את המגנטיזציה.
ד. מה יהיה השדה המגנטי $\vec{B}$ בריק, סמוך מאוד לגבול בין הריק לחומר? כיצד תשתנה התוצאה אם החומר ממלא את חצי המרחב $y < 0$?

7) כדור ממוגנט



כדור ברדיוס R ממוגנט במגנטיזציה קבועה $\vec{M} = M_0\hat{z}$.
מצא את הפוטנציאל המגנטי בכל המרחב.

תשובות סופיות:

1) א. ראה סרטון

ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{\left(3Ma^2b\hat{z}\cdot\hat{r}\right)\hat{r}-Ma^2b\hat{z}}{r^3}\right)$

2) $\vec{B}=\mu_0\vec{M}$

3) א. $\vec{k}_b=-AR\hat{z}$, $\vec{J}_b=2A\hat{z}$, $\begin{matrix}\vec{B}=\mu_0\vec{M} & r<R \\ B=0 & r>R\end{matrix}$

ב. $\vec{B}=\mu_0\vec{M}$

4) $\vec{B}=\mu_0\left(1+Xm\right)nI\hat{z}$

5) א. $\vec{B}=\mu_0\alpha r\rho\omega\frac{R^2-r^2}{2}\hat{z}\quad r<R$, $\vec{B}=0\quad r>R$

ב. $\Delta\left(\frac{U_B}{l}\right)=\mu_0\alpha\rho^2\cdot\pi R^7\omega^2\cdot\frac{1}{56}\left(-1\right)$

6) א. $\vec{M}=2.4\cdot10^4\left(\frac{A}{m}\right)\hat{x}$, $Xm\approx2.07$, $\mu=3.86\cdot10^{-6}\left(\frac{T\cdot m}{A}\right)$

ב. $\vec{J}_b=0$, $\vec{k}=0$

ג. $H=\begin{cases}1.16\cdot10^4\left(\frac{A}{m}\right)\hat{x} & x<0 \\ 3.56\cdot10^4\left(\frac{A}{m}\right)\hat{x} & x>0\end{cases}$

ד. $B_x\left(0^+\right)=0.04T$, $\vec{B}\approx0.01T\hat{x}$

7) $\phi_{m_1}=\frac{M_0}{3}r\cos\varphi$, $\phi_{m_2}=\frac{M_0R^3}{3}\cos\varphi$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 15 - חוק פאראדיי

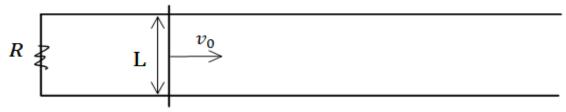
תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) מוט שזז על מסילה

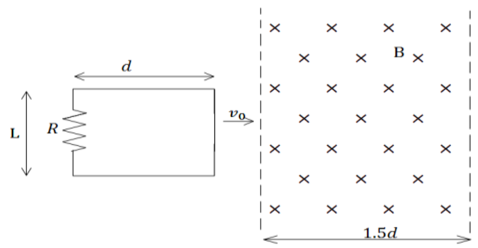
במערכת הבאה ישנה מסילה המורכבת ממוליכים אידיאליים.
בתחילת המסילה נמצא נגד R.
המרחק בין פסי המסילה הוא L.
על המסילה נמצא מוט מוליך נוסף המחבר בין שני פסי המסילה,
המוט הנוסף נע במהירות קבועה V_0.



א. מה הכא"מ במעגל?
ב. מהו הזרם במעגל?
ג. מה הכוח החיצוני הדרוש על מנת למשוך את המוט במהירות קבועה?
ד. מה ההספק של הכוח החיצוני?
ה. מה ההספק בנגד?

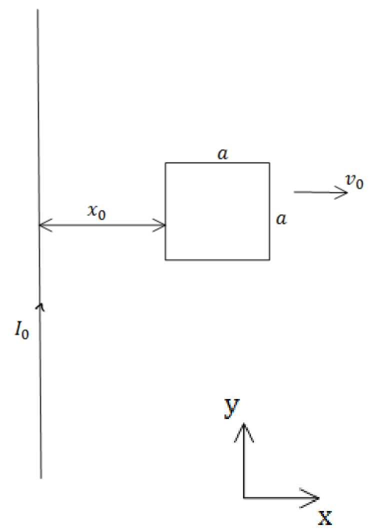
2) מסגרת נעה בתוך שדה

מסגרת מלבנית בעלת אורך d ורוחב L,
נעה במהירות קבועה v_0, לכיוון אזור בו שורר שדה מגנטי אחיד B.
אורך האזור הוא 1.5d ורוחבו ארוך מאוד.
למסגרת התנגדות כוללת R.
הנח כי ב-$t=0$ הצלע הימנית של המסגרת נכנסת לאזור עם השדה.



א. מצא את הכא"מ במסגרת (כתלות בזמן).
ב. מצא את הזרם במסגרת, גודל וכיוון (כתלות בזמן).
ג. מצא את הכוח הדרוש להפעיל על המסגרת על מנת שתנוע במהירות קבועה.
ד. מהו ההספק של הכוח ומהו ההספק שהופך לחום בנגד?

3) מסגרת נעה ליד תיל אינסופי



מסגרת ריבועית מוליכה עם צלע a נמצאת על מישור xy.

ונע במהירות קבועה V_0 בכיוון ציר ה- x.

מיקום המסגרת ב- $t=0$ הוא x_0.

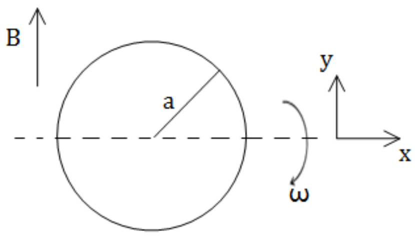
תיל אינסופי מונח לאורך ציר ה- y וזורם בו זרם I_0 בכיוון החיובי של ציר ה- y.

א. מצא את הכא"מ במסגרת.

ב. מצא את הזרם במסגרת אם ידוע שההתנגדות הכללית שלה היא R.

ג. מצא את הכוח הדרוש על מנת להזיז את המסגרת במהירות קבועה.

4) טבעת מסתובבת



טבעת מוליכה ברדיוס a מונחת במישור xy ומתחילה להסתובב במהירות זוויתי קבועה ω סביב ציר ה-x.

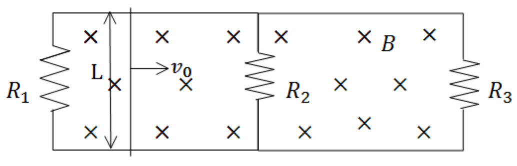
במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B_0 בכיוון ציר y.

א. מצא את הכא"מ בטבעת כפונקציה של הזמן.

ב. מצא את הכא"מ בטבעת אם גם השדה המגנטי משתנה בזמן לפי $B(t)=B_0\cos(\omega t)$.

5) מוט זז בתוך מעגל

מוט מוליך באורך L נע על צלעותיו של המעגל הבא.

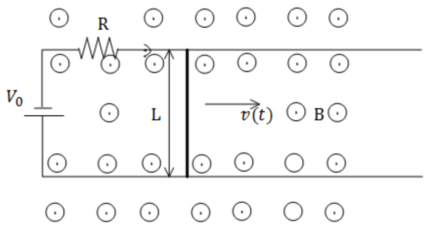


בתוך המעגל קיים שדה מגנטי אחיד וקבוע לתוך הדף B.

נתונים: L, v_0, R_1, R_2, R_3, B.

מצא את הזרם משני צידי המוט עבור המקרה בו המוט נמצא בין הנגד הראשון לשני ועבור המקרה בו המוט נמצא בין הנגד השני לשלישי.

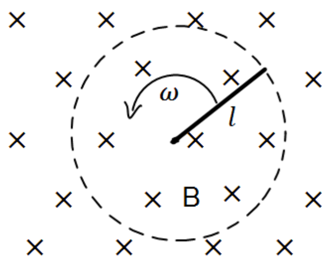
6) מוט נע על מסגרת עם מקור מתח



מוט מוליך באורך L ומסה M נע על גבי מסילה מוליכה במהירות שאינה קבועה בזמן.
למסילה מחוברים נגד בעל התנגדות R ומקור מתח V_0.
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

א. מצא את הכא"מ במוט כתלות במהירות המוט, ומצא את הזרם במעגל גודל וכיוון.
ב. רשום משוואת תנועה עבור המוט, מהי מהירותו הסופית.
ג. מצא את מהירות המוט כתלות בזמן אם התחיל ממנוחה.
ד. מהו הספק החום בנגד?

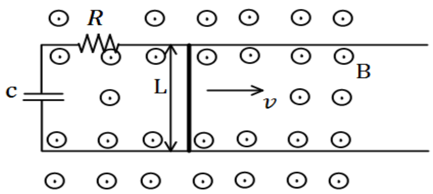
7) מוט מסתובב



מוט בעל אורך l מסתובב סביב אחד הקצוות שלו במהירות זוויתית קבועה ω.
המוט נמצא בשדה מגנטי אחיד B הניצב למישור בו הוא מסתובב.

א. מצא את המתח בין קצות המוט באמצעות אינטגרציה על חוק לורנץ.
ב. מצא את המתח במוט באמצעות חוק פארדיי.

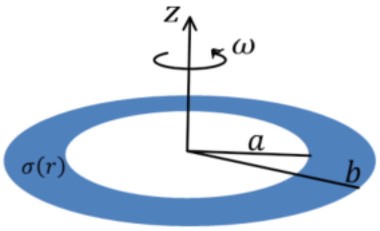
8) פארדיי עם קבל ונגד ביחד



מוט מוליך באורך L נע על גבי מסילה מוליכה במהירות קבועה בזמן v.
למסילה מחוברים נגד בעל התנגדות R וקבל בעל קיבול C.
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

א. מצא את הזרם במעגל גודל וכיוון (כתלות בזמן).
ב. מה הכוח בו צריך למשוך את המוט על מנת שיישאר במהירות קבועה?
ג. מצא מהו ההספק של הכוח הנ"ל (כתלות בזמן).
ד. מצא מהו ההספק בנגד ובקבל (כתלות בזמן).
ה. הראה כי ההספק של הכוח החיצוני שווה להספק של הקבל והנגד. הסבר מדוע ההספקים שווים.

9) טבעת בתוך טבעת רחבה



טבעת מבודדת בעלת רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b טעונה בצפיפות מטען משטחית חיובית ולא אחידה.

$$\sigma(r)=\begin{cases}0 & r<a\\ \sigma_0\dfrac{a}{r} & a\le r\le b\\ 0 & b<r\end{cases}$$

הטבעת מונחת במישור xy כך שמרכזה מתלכד עם ראשית הצירים וציר z עובר דרך מרכז הטבעת ומאונך לפני הטבעת.

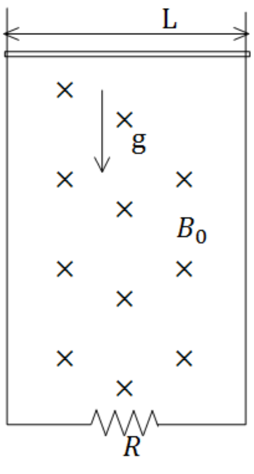
מסובבים את הטבעת סביב ציר z (המאונך למישור הטבעת) במהירות זוויתית שהולכת וגדלה עם הזמן לפי הנוסחה $\omega = \alpha t^3$.

א. מהו השדה המגנטי במרכז הטבעת?

ב. במרכז הטבעת מניחים טבעת קטנה ודקה במישור xy כך שמרכזה מתלכד עם ראשית הצירים ורדיוסה r_0 ($r_0 \ll a$).
חשבו את השטף בטבעת הקטנה, מאחר והטבעת הקטנה מאוד קטנה יחסית לטבעת הגדולה תוכלו להזניח את השינוי במרחב של השדה המגנטי העובר דרך הטבעת הקטנה.

ג. חשבו את הזרם שייווצר בטבעת הקטנה אם התנגדותה R.

10) מוט נופל מחובר למסילה



מוט מוליך מונח על מסילה אנכית ונופל בהשפעת כוח הכובד. במרחב קיים שדה מגנטי B_0 לתוך הדף.
רוחב המסילה הוא L ומסת המוט היא M.
התנגדות המסילה קבועה ושווה ל-R.

א. מצא את הכא״מ במעגל כתלות במהירות המוט v.

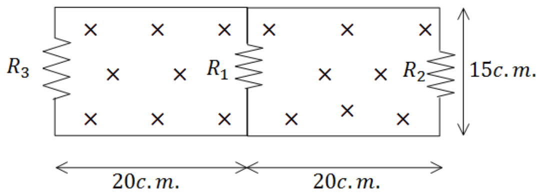
ב. מצא את כיוון השדה המושרה ואת כיוון הזרם שנוצר במעגל.

ג. מצא את הכוח המגנטי הפועל על המוט (עדיין כתלות במהירות).

ד. רשום משוואת כוחות על המוט.
מהי המהירות הסופית של המוט?

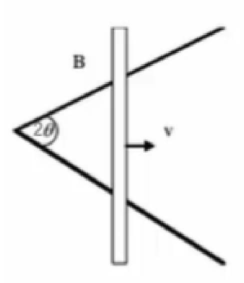
ה. מצא את המהירות והזרם כפונקציה של הזמן.

11) כא"מ בשני מעגלים



במעגל הבא התנגדות הנגדים היא:
$R_1 = 1\Omega, R_2 = 2\Omega, R_3 = 3\Omega$.
במרחב קיים שדה מגנטי $B = 2\frac{T}{sec}\cdot t$
אחיד לתוך הדף.
ממדי המעגל נתונים בשרטוט.
מצא את הזרם בכל נגד.

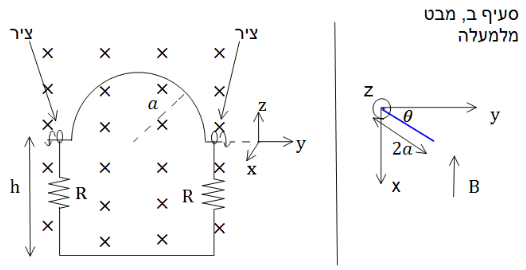
12) מוט נע על מסילות בזווית



שתי מסילות מוליכות יוצרות זווית 2θ ביניהן.
מוט מוליך מונח עליהן ויוצר משולש שווה שוקיים.
המוט נע לאורכם במהירות קבועה v, ומתחיל את תנועתו בקדקוד המשולש.
כל המערכת נמצאת בשדה מגנטי אחיד B היוצא מהדף.

א. מצא את הכא"מ המושרה כפונקציה של הזמן.
ב. אם התנגדותו של המוט ליחידת אורך היא R_1, והמסילות חסרות התנגדות, חשב את הזרם המושרה כפונקציה של הזמן.
ג. חשב את ההספק שמועבר למערכת ליצירת הזרם.

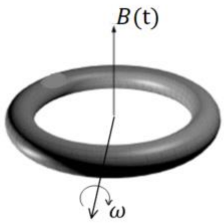
13) כבל מסתובב

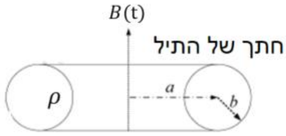


במערכת הבאה ישנו כבל מוליך אידיאלי בצורת חצי מעגל ברדיוס a.
בשתי הקצוות של חצי המעגל הכבל מחובר לצירים כך שניתן לסובבו סביבם (סביב ציר ה-y בציור).
הצירים מחוברים למסגרת מלבנית בגובה $h > a$, המסגרת קבועה במקום.
בכל צד של המסגרת קיים נגד R.
במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B לתוך הדף (במינוס x).
ב- $t = 0$ הכבל נמצא במצב המתואר בציור ומתחילים לסובבו סביב הצירים (ציר ה-y) במהירות זוויתית ω (להמחשה, ברגע הראשון כל הנקודות במעגל מתקדמות אלינו).

א. מהו הזרם בכבל?
ב. נניח כי העמוד השמאלי של המסגרת נמצא בראשית וניתן לסובב את כל המערכת סביב עמוד זה.
מצא את הזווית בה צריך לסובב את המסגרת כך שהזרם יקטן פי 2.
ג. מצא את הזווית בה צריך לסובב את המסגרת כך שההספק יקטן פי 2.

14) גוש נחושת מעוצב לטבעת

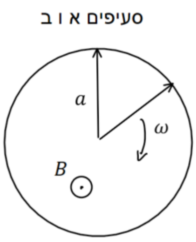


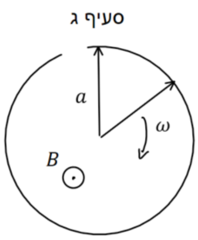


נתון גוש נחושת בעל מסה m צפיפות
מסה α והתנגדות סגולית ρ .
מעבדים את הנחושת לתיל שרדיוס
שטח החתך שלו הוא b.
יוצרים מהתיל טבעת שרדיוסה a
כך ש-b << a.
מניחים את הטבעת מקובעת במרחב כך שקיים
שדה מגנטי אחיד המשתנה בזמן $B(t)$ במאונך לטבעת.
קצב השינוי של השדה הוא $\beta=\frac{dB}{dt}$.

א. חשב את הזרם המושרה בטבעת.
ב. הראה כי אפשר לבטא את הזרם כתלות של β,ρ,α,m
ללא תלות במימדי התיל (כלומר אינו תלוי ב-a ו-b).
ג. כעת מתחילים לסובב את הטבעת במהירות זוויתית ω
סביב ציר העובר במרכזה ומאונך לשדה המגנטי.
חשב את הזרם הנוצר בטבעת כתלות בזמן.
האם כעת הוא תלוי במימדי התיל?

15) שעון פארדיי

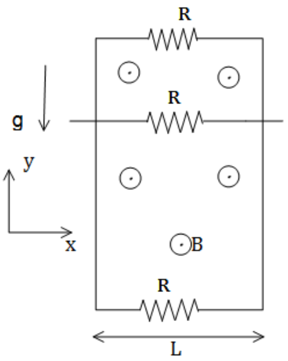




לטבעת מוליכה שאורך מחוגה a והתנגדותה
ליחדת אורך היא r מחברים שני מחוגים
מוליכים שהתנגדות כל אחד מהם היא R.
המחוגים מחוברים אחד לשני במרכז
הטבעת ובקצה השני נוגעים בטבעת.
מחוג אחד קבוע במקומו והשני מסתובב
במהירות זוויתית קבועה ω.
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

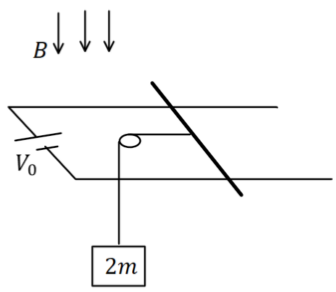
א. חשבו את ההתנגדות הכוללת של המעגל כתלות בזווית θ.
ב. חשב את גודל וכיוון הזרם כתלות בזמן בכל מחוג עבור הסיבוב הראשון
(הניחו שהמוט הנע מתחיל תנועתו בצמוד למוט הנייח).
ג. חותכים חתיכה בסוף המעגל של הטבעת (ראה ציור).
חזור על סעיף ב.

16) נגד נופל במסגרת



מסגרת מלבנית מוליכה, ארוכה מאוד ובעלת רוחב L, נמצאת בשדה הכובד. אורכה נמצא על ציר ה-y ורוחבה על ציר ה-x. בצלע העליונה ובצלע התחתונה של המסגרת קיימים נגדים עם התנגדות זהה R.
מוט מוליך בעל התנגדות זהה R מחליק לאורך ציר ה-y על המסגרת.
מצא את המהירות הסופית של המוט אם במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B בכיוון z ונתונה מסת המוט.

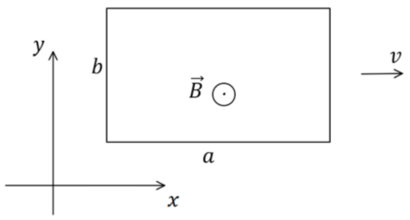
17) מוט על מסילה מחובר למשקולת



מוט מוליך בעל אורך L, מסה m והתנגדות R מונח על מסילה אופקית חלקה העשויה משני מוליכים ארוכים מאוד וחסרי התנגדות.
המוליכים מחוברים בקצה למקור מתח V_0.
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B המאונך למישור המסילה וכלפי מטה.
משקולת שמסתה $2m$ מחוברת למוט באמצעות חוט דרך גלגלת אידיאלית.

א. חשבו את V_0 אם נתון שהמוט במנוחה.
ב. חותכים את החוט.
רשמו משוואת תנועה עבור המוט ומצאו את המהירות המירבית של המוט, מה הזרם במהירות זו?
ג. מצאו את מהירות המוט כתלות בזמן והשוו לתשובה של סעיף ב.

18) מסגרת נעה בשדה מגנטי משתנה לינארית



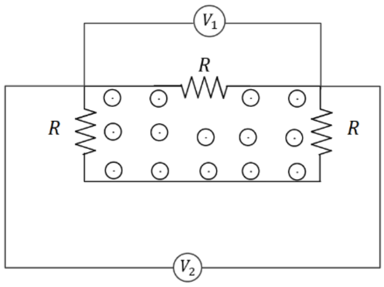
מסגרת מלבנית בגודל $a \times b$ מסה m והתנגדות R נמצאת על מישור xy. המסגרת נעה באיזור בו קיים שדה מגנטי $\vec{B}(x) = \alpha(x_0 - x)\hat{z}$.
ברגע $t = 0$ מהירות המסגרת היא $v_0\hat{x}$
כאשר α , x_0 , v_0 קבועים נתונים.

א. מצא את הכא"מ בלולאה כתלות במהירות הלולאה.
הראה כי הוא אינו תלוי במיקום ההתחלתי של המסגרת.
ב. מצא את מהירות הלולאה כתלות בזמן.
ג. מהו המרחק אותו עברה הלולאה עד לעצירתה?

19) מעגל עם פארדיי

במעגל המכיל שלושה נגדים זהים קיים שדה מגנטי משתנה בזמן בחלק הפנימי של המעגל בלבד.

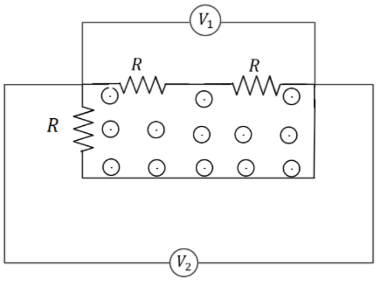
אם מד המתח V_1 מורה 1mV מה מורה מד המתח V_2?



20) מעגל עם פארדיי 2

במעגל המכיל שלושה נגדים זהים קיים שדה מגנטי משתנה בזמן בחלק הפנימי של המעגל בלבד.

אם מד המתח V_1 מורה 1mV מה מורה מד המתח V_2?



21) מעגל עם פארדיי 3

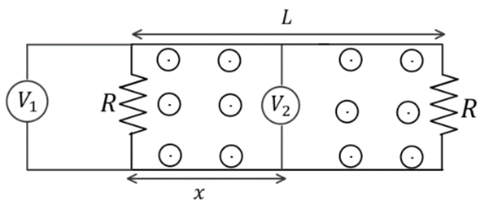
במעגל הבא שני נגדים זהים. בין הנגדים (ורק ביניהם) קיים שדה מגנטי אחיד המשתנה בזמן. המרחק בין הנגדים הוא L. מחברים שני מדי מתח אידיאלים כפי שמתואר באיור כאשר x הוא המרחק של מד המתח V_2 מהנגד השמאלי.

נתון כי מד המתח V_1 מודד 1mV.

מה ימדוד מד המתח V_2 אם:

א. $x = \frac{1}{2}L$

ב. $x = \frac{1}{4}L$



תשובות סופיות:

1) א. $\varepsilon=-BLV_0$ ב. $I=\frac{BLV_0}{R}$ ג. $\vec{F}_{0xt}=\frac{B_0^2L^2V_0}{R}\hat{x}$

ד. $\rho_{ext}=\frac{B_0^2L^2V_0}{R}$ ה. $\rho_R=\frac{BLV}{R}$

2) א. $|\varepsilon|=BLV_0$ ב. $I=\frac{BLV_0}{R}$ ג. $\vec{F}_{ext}=\frac{B^2L^2V_0}{R}\hat{x}$

ד. $\rho_{ext}=\frac{B^2L^2V_0{}^2}{R}$

3) א. $\varepsilon=-\frac{\mu_0I_0a}{2\pi}\left(\frac{1}{x+a}-\frac{1}{x}\right)V_0$ ב. $I=\frac{-\frac{\mu_0I_0a}{2\pi}\left(\frac{1}{x+a}-\frac{1}{x}\right)V_0}{R}$

ג. $|\vec{F}|=F_1-F_2$

4) א. $\varepsilon=-B_0\pi a^2(-\omega)\sin(\omega t)$ ב. $\varepsilon=\omega B_0\pi a^2\sin(2\omega t)$

5) בין הראשון לשני: $I_L=I_1\ ,\ I_R=I_2+I_3$

בין השני לשלישי: $I_L=I_1+I_2\ ,\ I_R=I_3$

6) א. $|\varepsilon|=BLV(t)$ ב. $a=\frac{BL}{MR}(-BLV(t)+V_0)\ ,\ V_{final}=\frac{V_0}{BL}$

ג. $V(t)=\frac{V_0}{BL}\left(1-e^{-\frac{B^2L^2}{MR}t}\right)$ ד. $P_R=\left(\frac{BLV(t)-V_0}{R}\right)^2R$

7) א. $\varepsilon=B\frac{l^2}{2}\omega$ ב. $\varepsilon=-B\cdot\omega\frac{l^2}{2}$

8) א. $I(t)=\frac{BLV}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$ ב. $F_{ext}=\frac{B^2L^2V}{R}e^{\frac{-t}{RC}}\hat{x}$ ג. $P_F=\frac{B^2L^2V^2}{R}e^{-\frac{t}{RC}}\neq I^2R$

ד. $P_C=\frac{B^2L^2V^2}{R}\left(e^{-\frac{t}{RC}}-e^{-\frac{2t}{RC}}\right)\ ,\ P_R=\frac{B^2L^2V^2}{R}e^{-\frac{2t}{RC}}$ ה. הוכחה

9) א. $\vec{B}=\mu_0\sigma_0a\omega\cdot\frac{1}{2}\ln\frac{b}{a}\hat{z}$ ב. $\varphi=\mu_0\sigma_0a\omega\frac{1}{2}\ln\frac{b}{a}\pi r_0^2$

ג. $I=\frac{3\mu_0\sigma_0a\pi r_0^2\alpha\ln\frac{b}{a}}{2R}$

10) א. $|\varepsilon|=B_0LV_y$ ב. כיוון השדה המושרה בכיוון השדה שקיים, לתוך הדף.

ג. $F=\frac{B_0{}^2L^2}{R}V\hat{y}$ ד. $V_{final}=\frac{mgR}{B_0^2\cdot L^2}$ ה. $V(t)=\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right)\frac{mg}{k}\ ,\ k=\frac{B_0^2L^2}{R}$

11) $I_{R1}=\frac{0.6}{110}A\ ,\ I_{R2}=\frac{3}{110}A\ ,\ I_{R3}=\frac{2.4}{110}A$

12) א. $\varepsilon=2V^2\tan\theta tB$ ב. $I=\frac{V\cdot B}{R_1}$ ג. $P_{out}=\frac{V^2B^2}{R_1}2\cdot V\cdot t\cdot\tan\theta$

13) א. $I=\frac{B\pi a^2\omega}{4R}\sin\omega t$ ב. $\theta=60°$ ג. $\theta=45°$

14) א. $I=\frac{\beta\pi b^2a}{2\rho}$ ב. $I=\frac{\beta m}{4\pi\rho\alpha}$ ג. $I=\frac{m(\beta\cos\theta-B\sin\theta\omega)}{4\rho\alpha\pi}$

15) א. $R_T=2R+\frac{ar\theta(2\pi-\theta)}{2\pi}$

ב. $I_T=\frac{B\omega a^2\pi}{4\pi R+ar\omega t(2\pi-\omega t)}$, במחוג שעומד בכיוון הרדיאלי ובמחוג שנע בכיוון $\hat{r}$.

ג. $I(t)=\frac{B\omega\frac{a^2}{2}}{2R+ra\omega t}$

16) $V=\frac{3Rmg}{2B^2L^2}$

17) א. $V_0=\frac{2mgR}{BL}$ ב. $\frac{BL}{R}(V_0-BLV)=ma\ ,\ V_{max}=\frac{V_0}{BL}$

ג. $V(t)=\frac{V_0}{BL}\left(1-e^{-\frac{B^2L^2}{MR}t}\right)$

18) א. $|\varepsilon|=\alpha baV$ ב. $V(t)=V_0e^{-kt}$ ג. $\Delta x=\frac{V_0}{k}$

19) $1mV$

20) $0.5mV$

21) א. 0   ב. $0.5mV$

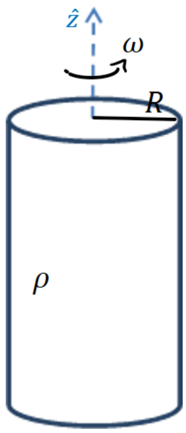
שדות אלקטרומגנטיים

פרק 16 - שדות משתנים בזמן

תוכן העניינים

הסברים ותרגילים:

שאלות:



1) **גליל טעון מסתובב בתאוצה**

גליל אינסופי מלא ברדיוס R טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.

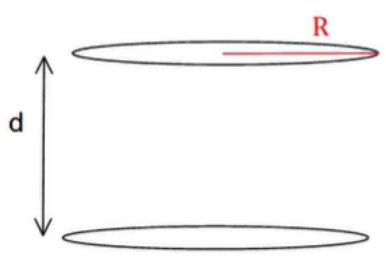
הגליל מסתובב סביב ציר הסימטריה שלו במהירות זוויתית המשתנה בזמן $\omega = \alpha t$ כאשר α קבועה ונתונה.

א. מה השדה המגנטי בכל המרחב?

ב. מה השדה החשמלי בכל המרחב?

ג. מה הכוח שפועל על מטען?

2) **שדה חשמלי תלוי בזמן בתוך קבל לוחות ווקטור פוינטינג על השפה**



קבל לוחות מורכב משני לוחות עגולים ברדיוס R המקבילים זה לזה ונמצאים במרחק d אחד מהשני $d<<R$.

הקבל מחובר למעגל חשמלי המספק לקבל זרם I קבוע (ונתון).

א. מצא את המטען על הקבל כפונקציה של הזמן אם נתון ש- $q(t = 0) = 0$

ב. מצא את השדה החשמלי כפונקציה של הזמן.

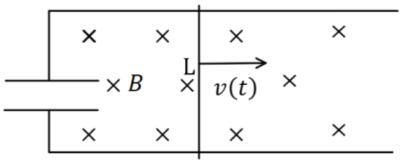
ג. מצא את השדה המגנטי כפונקציה של הזמן והמיקום, בתוך הקבל ומחוץ לו.

ד. מצא את האנרגיה האגורה בין הלוחות.

ה. מצא את הוקטור פוינטינג על שפת הקבל וחשב את השטף שלו על מעטפת הקבל.

3) פארדיי עם קבל

קבל לוחות מעגלי ברדיוס a ומרחק בין הלוחות (d<<a) מחובר למסילה מוליכה חסרת התנגדות.
על המסילה מונח מוט חסר התנגדות באורך L.
מושכים את המוט כך שהוא מתרחק מהקבל במהירות $v(t) = At$.



במרחב קיים שדה מגנטי B אחיד וקבוע לתוך הדף.

א. מהו המטען על הקבל? על איזה לוח המטען החיובי?

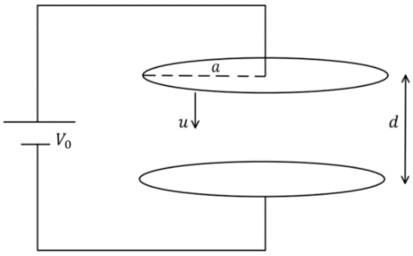
ב. מהו השדה החשמלי בתוך הקבל?

ג. מהו השדה המגנטי בתוך הקבל ומחוץ לו, גודל וכיוון (התעלם מהשדה שנוצר ע״י התיילים והמוט)?

ד. מהו הכוח שיש להפעיל על המוט על מנת שינוע במהירות הנתונה אם מסת המוט היא M?

4) לוחות בקבל מתקרבים בזמן

קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים ברדיוס a ומרחק $a \gg d$ ביניהם.
הקבל מחובר למקור מתח קבוע V_0.
בזמן $t = 0$ מתחילים לקרב את הלוח העליון אל התחתון במהירות קבועה ונמוכה u.



א. מהו המתח בין לוחות הקבל כתלות בזמן?

ב. מהו השדה החשמלי בין לוחות הקבל כתלות בזמן?

ג. מהו השדה המגנטי בין לוחות הקבל ומחוץ להן כתלות בזמן?

ד. חזור על כל הסעיפים אם ניתקו את הקבל מהמקור רגע לפני תחילת ההזזה של הלוח.

תשובות סופיות:

1) א. $r<R \quad \vec{B}=\mu_0\rho\omega\frac{R^2-r^2}{2}\hat{z}$, $r>R \quad \vec{B}=0$

ב. $r<R \quad \vec{E}=-\mu_0\rho\alpha\frac{1}{2r}\left(R^2\frac{r^2}{2}-\frac{r^4}{4}\right)\hat{\theta}+E_r(r)\hat{r}$, $r>R \quad \vec{E}=\frac{-\mu_0\rho\alpha}{2r}\left(\frac{R^4}{4}\right)\hat{\theta}+(E_r)\hat{r}$

ג. $\vec{F}=q\vec{E}$

2) א. $q(t)=It$ ב. $\vec{E}=\frac{-q(t)}{\varepsilon_0\pi R^2}\hat{z}$ ג. $\vec{B}=\frac{-\mu_0 Ir}{2\pi R^2}\hat{\theta}$

ד. $U=\frac{I^2t^2d}{2\varepsilon_0\pi R^2}+\frac{\mu_0 I^2 d}{16\pi}$ ה. $\vec{S}=\frac{-1}{\mu_0}\cdot\frac{q(t)}{\varepsilon_0\pi R^2}\frac{\mu_0 IR}{2\pi R^2}\hat{r}$, $\phi_{\vec{S}}=\frac{-I^2td}{\varepsilon_0\pi R^2}$

3) א. $q_c=\frac{\varepsilon_0\pi a^2}{d}BLAt$, עליון. ב. $\vec{E}=\frac{BLAt}{d}\hat{z}$ ג. $r<a \quad \vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 B_0 LAr}{2d}\hat{\theta}$,

$a<r \quad \vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 BLAa^2}{2dr}\hat{\theta}$ ד. $F=MA+\frac{\varepsilon_0\pi a^2}{d}B_0^2L^2A$

4) א. $V_c(t)=V_0$ ב. $\vec{E}=\frac{-V_0\hat{z}}{d-ut}$ ג. $r<a \quad \vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 V_0 ur\hat{\theta}}{2(d-ut)^2}$,

$r>a \quad \vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 V_0 ua^2\hat{\theta}}{2(d-ut)^2 r}$ ד. $\vec{B}=0$, $\vec{E}=\frac{-V_0 z}{d}$, $V_c(t)=\frac{d-ut}{d}\cdot V_0$

שדות אלקטרומגנטיים

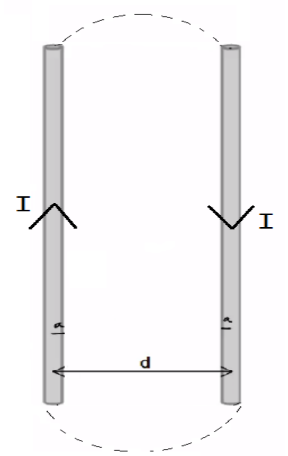
פרק 17 - השראות

תוכן העניינים

השראות עצמית:

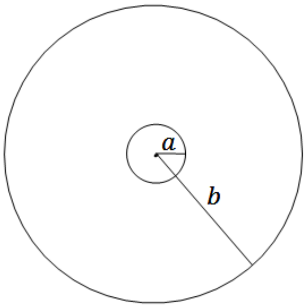
שאלות:

1) שני תיילים ארוכים



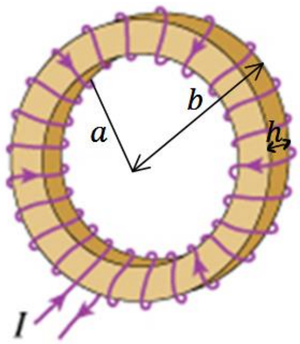
נתונים שני תיילים מאוד ארוכים שהמרחק ביניהם הוא d.
רדיוס כל אחד מהתיילים הוא a ונתון שהתיילים מחוברים ביניהם באינסוף. נתון זרם I במערכת.
הנח כי $d >> a$ והתיילים אינם משפיעים אחד על השני.
חשבו השראות של המערכת ליחידת אורך.
ניתן להזניח את השדה בתוך התיילים.

2) השראות בכבל קואקסיאלי



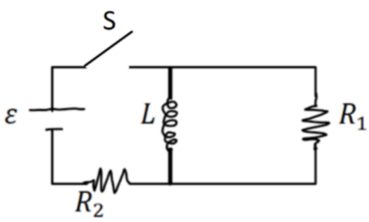
כבל קו אקסיאלי מורכב מתיל פנימי ברדיוס a ומעטפת דקה ברדיוס b. התיל והמעטפת באורך $l \gg a, b$.
בתיל הפנימי זורם זרם I נתון, ובמעטפת זורם זרם זהה בכיוון ההפוך.
מצאו את ההשראות העצמית ליחידת אורך של המערכת.
הזנח את השדה המגנטי בתוך התיל הפנימי.

3) השראות בטורואיד



בתמונה נתון טורואיד.
הרדיוס הפנימי של הטורואיד הוא a והחיצוני b.
גובה (או עובי) הטורואיד הוא h ומספר הליפופים N.
א. מצאו את ההשראות של הטורואיד.
ב. מצאו את האנרגיה האגורה בטורואיד אם זורם בו זרם I.

4) תרגיל 1 ב-RL

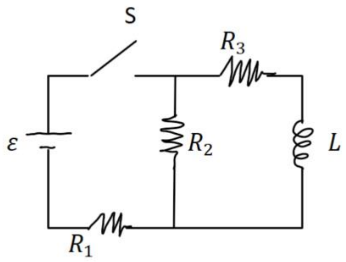


במעגל הבא המפסק סגור זמן רב, התנגדות הנגדים והשראות הסליל נתונה.
א. מצאו את הזרם בכל נגד ואת הזרם בסליל.
ב. פותחים את המפסק, מהו הזרם ברגע פתיחת המפסק ולאחר זמן רב?
ג. מהו הזרם כתלות בזמן לאחר פתיחת המפסק?

5) **תרגיל 2 ב- RL**

במעגל הבא מתקיים :

$\varepsilon = 5V, R_1 = 100\Omega, R_2 = 200\Omega, R_3 = 300\Omega, L = 30mH$.



א. מה המתח שמייצר הסליל עם סגירת המפסק?

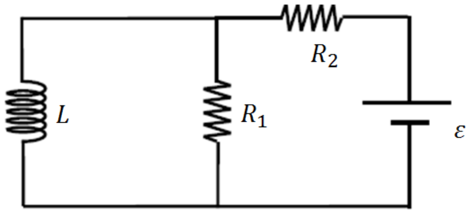
ב. מה הזרם בכל נגד לאחר זמן רב?

ג. מהו קבוע הזמן של המעגל?

6) **תרגיל 3 ב- RL**

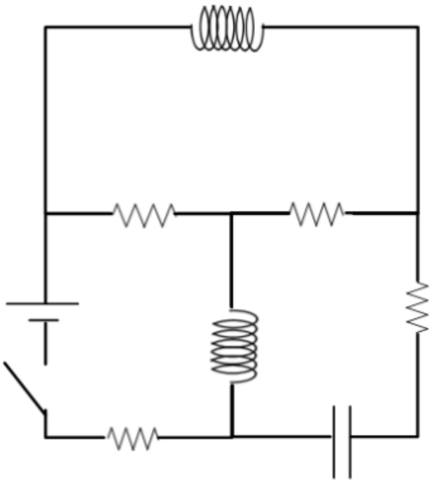
במעגל הבא נתון כא"מ המקור, התנגדות הנגדים והשראות הסליל.

מצאו את הזרם בסליל כפונקציה של הזמן אם נתון שהזרם בו שווה לאפס ב-t=0.



7) **תרגיל 4 ב- RL**

במעגל הבא התנגדות כל הנגדים היא R ומתח הסוללה הוא V ‏(R ו-V נתונים).



א. מצאו את הזרם בסוללה ברגע סגירת המתג (הניחו שהקבל אינו טעון ואין זרמים במעגל לפני סגירת המתג).

ב. מצאו את הזרם בסוללה ובסלילים לאחר זמן רב. מהו המתח על הקבל?

ג. חזרו על סעיפים א ו-ב אם במקום כל סליל היה קבל ובמקום הקבל היה סליל.

תשובות סופיות:

1) $L = \frac{l\mu_0}{\pi}\ln\frac{d-a}{a}$

2) $\frac{L}{l} = \frac{\mu_0 \ln\frac{b}{a}}{2\pi}$

3) א. $L = \frac{\mu_0 N^2 h \ln\frac{b}{a}}{2\pi}$ ב. $U_L = \frac{1}{2}LI^2$

4) א. $I_L = I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2}$, $I_1 = 0$ ב. $I_L(0) = I_1 = \frac{\varepsilon}{R_2}$, $I_L(\infty) = 0$

ג. $I(t) = \frac{\varepsilon}{R_2}e^{-\frac{t}{\frac{R_1}{L}}}$

5) א. $V_L = 3.3V$ ב. $I_1 = 22.7mA$, $I_2 = 13.6mA$, $I_3 = 9.09mA$

ג. $\tau = 81.7\mu s$

6) $I_3(t) = \frac{\varepsilon}{R_2}\left(1-e^{-\frac{RT}{L}t}\right)$

7) א. $\frac{V}{4R}$

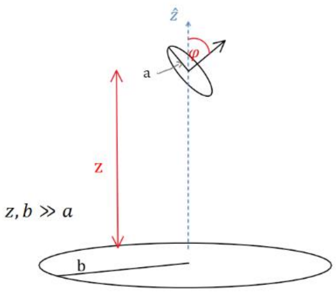
ב. סוללה: $I = \frac{2V}{3R}$, סליל עליון: $I = \frac{V}{3R}$, סליל תחתון: $I = \frac{2V}{3R}$, קבל: $V = \frac{V}{3}$

ג. א: $I = \frac{2V}{3R}$, ב: סוללה: $I = \frac{V}{4R}$, סליל: $I = \frac{V}{4R}$, קבל עליון: $V = \frac{V}{2}$,

קבל תחתון: $V = \frac{V}{2}$

השראות הדדיות:

שאלות:



1) טבעת בזווית מעל טבעת גדולה

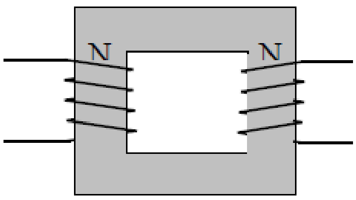
טבעת ברדיוס b מונחת על מישור $x-y$ במקביל לקרקע.
טבעת נוספת ברדיוס a שקטן מאוד ביחס ל-b מונחת בגובה z מעל מישור $x-y$.
מרכזי הטבעות נמצאים על ציר ה-z אחד מעל השני.
הטבעת הקטנה גם מוטת ביחס למישור $x-y$ כך שהוקטור המאונך למישור הטבעת יוצר זווית φ עם ציר ה-z.

א. מצא את $M_{1,2}$.

ב. התנגדות הטבעת הקטנה נתונה ומסומנת ב-R_a.
כמו כן ידוע הזרם כתלות בזמן בטבעת הגדולה והוא שווה ל-$I_b = I_0 \cos(\omega t)$. I_0 ו-ω קבועים נתונים.
מצא את הזרם בטבעת הקטנה.

ג. מהו מומנט הכוח הפועל על הטבעת הגדולה?

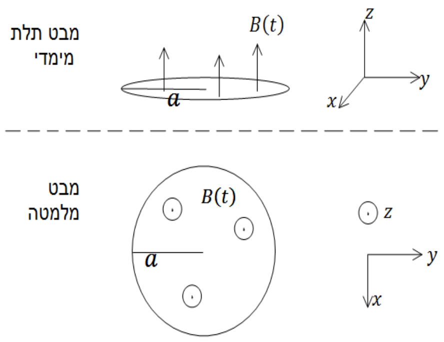
2) שנאי



שנאי מורכב משני סלילים בעלי מספר ליפופים שונה המקיפים ליבה מגנטית מלבנית משני צידי הליבה.
הנח כי ליבה מגנטית שומרת את כל קווי השדה המגנטי בתוכה, או לחלופין, כי השטף המגנטי אחיד בכל חתך של הליבה.
נתון כי המתח על הסליל השמאלי הוא מתח חילופין (מתח מהצורה $V(t) = V_0 \sin \omega t$).
מצא את המתח על הסליל הימני כתלות במתח של הסליל השמאלי.
נתון N_1, N_2 מספר הליפופים בכל סליל.

3) שטף חיצוני השראות ונגד בטבעת

טבעת מוליכה ברדיוס a והתנגדות R נמצאת בתוך שדה מגנטי אחידה במרחב ומשתנה בזמן $B(t) = At$ כאשר A קבוע חיובי.
כיוון השדה בניצב למישור בו נמצאת הטבעת (השטף מקסימאלי).



א. מצא את סך הכא״מ הפועל על הטבעת כתלות בזרם, אם ההשראות העצמית של הטבעת L נתונה.

ב. מצא משוואה על הזרם כתלות בזמן ופתור אותה למציאת הזרם כתלות בזמן. (היעזר בפתרון של סליל במעגל טעינה).

ג. מצא את הזרם והשטף הכולל כתלות בזמן בקירוב $R \to 0$, התעלם מהרגעים הראשונים.

תשובות סופיות:

1) א. $M=\frac{\mu_0 b^2 \pi a^2 \cos\varphi}{2}\left(b^2+z^\alpha\right)^{-\frac{3}{2}}$ ב. $I_a=\frac{-MI_0\left(-\omega\sin\omega t\right)}{R_a}$

ג. $\left|\vec{\tau}\right|=\mu_a B_z \sin\varphi$

2) $\varepsilon_2=\frac{N_2}{N_1}V_0\sin\omega t$

3) א. $\varepsilon=-A\pi a^2-LI$ ב. $I(t)=-\frac{A\pi a^2}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$

ג. $\phi_{BT}=0\ ,\ I(t)=-\frac{A\pi a^2}{L}t$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 18 - משוואות מקסוואל

תוכן העניינים

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 19 - וקטור פויינטינג והאנרגיה האגורה בשדות

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) קבל לוחות עם מתח ליניארי בזמן

קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים ברדיוס a הנמצאים במרחק $a \ll d$ זה מזה.

הקבל מחובר למקור מתח התלוי ליניארית בזמן $V(t) = A \cdot t$,

כאשר A קבוע נתון.

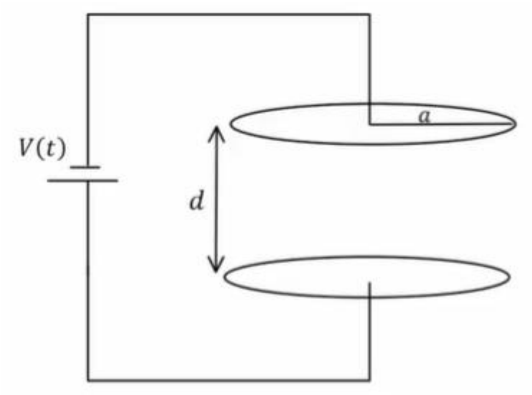
א. מצא את השדה החשמלי בקבל כתלות בזמן.

ב. מצא את השדה המגנטי בתוך הקבל ומחוץ לו.

ג. מצא את האנרגיה האגורה בתוך משטח סגור העוטף את הקבל.

ד. מצא את הוקטור פויינטינג על השפה של המשטח מסעיף ג'.

ה. חשב את השטף של הוקטור פויינטינג על המשטח והראה כי הוא שווה למינוס השינוי בזמן של האנרגיה מסעיף ג'.



תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E} = \frac{A \cdot t}{d} \hat{z}$ ב. $\vec{B} = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 A a^2}{2rd} \hat{\theta} \quad r \ge a$, $\vec{B} = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 A r}{2d} \hat{\theta} \quad r < a$

ג. $U = \frac{\varepsilon_0 A^2 \pi a^2}{2d} \left(t^2 + \frac{\mu_0 \varepsilon_0 a^2}{2} \right)$ ד. $\vec{S} = \frac{-A^2 \varepsilon_0 t a}{d} \pi a$ ה. הוכחה.