

שדות אלקטרומגנטיים



$$\{\sqrt{x}\}^2$$



תוכן העניינים

1	1. אנליזה וקטורית
5	2. אינטגרלים משטחיים ושימושיהם
7	3. חוק גאוס- מתוך פיזיקה 2 למי שצריך רענון
14	4. פוטנציאל- מתוך פיזיקה 2 למי שצריך רענון
18	5. תנאי שפה לשדה החשמלי
20	6. חוק אמפר-מתוך פיזיקה 2 למי שצריך רענון
23	7. תנאי שפה לשדה המגנטי
24	8. בעיות שפה בקואורדינטות קרטזיות
28	9. בעיות שפה בקואורדינטות גליליות
31	10. בעיות שפה בקואורדינטות כדוריות
32	11. מטעני דמות
38	12. נגדים, צפיפות זרם ומשוואת הרציפות
45	13. משוואות מקסוואל
(ללא ספר)	14. חומרים דיאלקטריים
46	15. הפוטנציאל הוקטורי
48	16. קוואזיסטטיקה
51	17. וקטור פויינטינג והאנרגיה האגורה בשדות

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 1 - אנליזה וקטורית

תוכן העניינים

1. הסבר ותרגילים.....1

הסבר ותרגילים:

שאלות:

(1) שטח דיסקה

חשב שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

(2) חישוב נפח כדור

חשב נפח של כדור באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות כדוריות.

(3) דיסקה עם חור

מצא את צפיפות המטען של דיסקה בעלת רדיוס R הטעונה במטען כולל Q המתפלג בצורה אחידה. בדיסקה קדחו חור ברדיוס r , מצא את כמות המטען שהוצאה מהדיסקה.

(4) מטען כולל בכדור

מצא את המטען הכולל בכדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען: $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$.

(5) פירוק וקטור לרכיבים גליליים

נתון השדה הוקטורי הבא: $\vec{A} = a\hat{x} + b\hat{y} + c\hat{z}$ כאשר a, b, c קבועים נתונים. א. האם \vec{A} וקטור קבוע?

ב. מצא את הרכיבים של \vec{A} בקואורדינטות גליליות ובטא אותן בעזרת: r, θ, z .

(6) פירוק וקטור לרכיבים בקואורדינטות כדוריות

נתון השדה הוקטורי הבא: $\vec{A} = a\hat{x} + b\hat{y} + c\hat{z}$ כאשר a, b, c קבועים נתונים.

מצא את הרכיבים של \vec{A} בקואורדינטות כדוריות ובטא אותן בעזרת: r, θ, φ .

(7) divr

חשב את $\vec{\nabla} \cdot \vec{r}$ כאשר \vec{r} הוא וקטור המיקום. בצע את החישוב בקואורדינטות קרטזיות גליליות וכדוריות.

(8) הוכחה של דיברגנט של סקלרית כפול וקטורית

הוכח את הזהות הבאה: $\vec{\nabla} \cdot (f\vec{A}) = f \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \vec{A} \cdot \vec{\nabla} f$ כאשר \vec{A} היא פונקציה וקטורית כלשהיא ו- f היא פונקציה סקלרית כלשהיא.

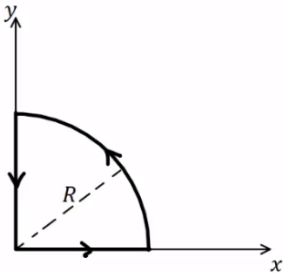
(9) אינטגרל קווי על רבע מעגל

נתונה הפונקציה הוקטורית הבאה: $\vec{F} = 2\hat{r} + 3\hat{\phi} - 5\hat{\theta}$

בקואורדינטות כדוריות כאשר ϕ היא הזווית עם ציר z.

א. חשב את: $\oint \vec{F} \cdot d\vec{l}$ לאורך המסלול הרבע מעגלי באיור.

ב. חשב את: $\int \vec{\nabla} \times \vec{F} \cdot d\vec{s}$ על השטח שכלוא בתוך המסלול.



(10) אינטגרל על מעטפת גלילית

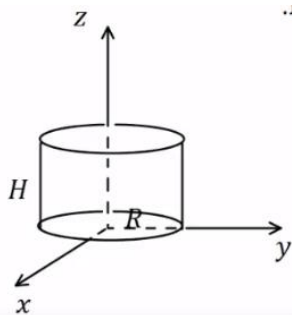
נתונה הפונקציה הוקטורית הבאה: $\vec{F} = ar\hat{r} + b\hat{\theta} + czz$, בקואורדינטות גליליות, כאשר a, b, c קבועים נתונים.

נתונה מעטפת גלילית ברדיוס R וגובה H הנמצאת כך

שציר הסימטריה שלה הוא ציר ה-z ובסיסה מונח על מישור xy.

א. חשב את: $\oint \vec{F} \cdot d\vec{s}$ על כל שטח המעטפת הגלילית.

ב. חשב בצורה מפורשת את: $\int \vec{\nabla} \times \vec{F} \cdot d\vec{v}$ על הנפח הכלוא בתוך המעטפת.



(11) מצא וקטור יחידה מאונך לפונקציה

מצא וקטור יחידה המאונך לפונקציה: $f = ax^2 + by^2 + cz^2$.

הוקטור צריך להיות פונקציה של: x, y, z .

(12) מציאת רכיב בכיוון הגרדיאנט

נתונה הפונקציה הסקלרית: $f(x, y, z) = 2xy$

והפונקציה הוקטורית: $\vec{A} = 2\hat{x} + 5\hat{y} - 4\hat{z}$

א. חשב את: $\vec{\nabla} f$.

ב. מצא את הרכיב של \vec{A} בכיוון של $\vec{\nabla} f$ בנקודה המתאימה ל- $f = 12, x = 2$.

(13) הוכחה של דיב-רוט שווה לאפס

הוכח כי: $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$.

14) חוק סטוקס על מסלול של קווים ישרים

נתון השדה הוקטורי: $\vec{A} = y\hat{x} - x\hat{y}$.

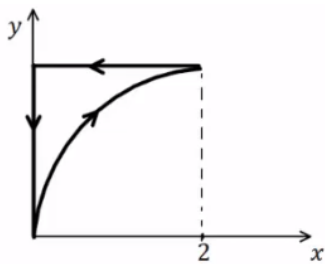
א. חשב את האינטגרל הקווי: $\oint \vec{A} \cdot d\vec{l}$ לאורך המסלול המתואר ע"י הקווים

הישרים המחברים בין הנקודות הבאות במישור xy :

$$(0,0) \rightarrow (2,0) \rightarrow (0,1) \rightarrow (0,0)$$

ב. חשב את האינטגרל המשטחי: $\int \vec{\nabla} \times \vec{A} \cdot d\vec{s}$ על השטח הסגור בתוך

המסלול של סעיף א'.



15) חוק סטוקס על מסלול פרבולי

נתון שדה וקטורי: $\vec{A} = x^2y\hat{x} + y^2x\hat{y} + C \cos(\beta y)\hat{z}$

כאשר β ו- C קבועים נתונים.

א. חשב את האינטגרל: $\oint \vec{A} \cdot d\vec{l}$ על המסלול

המתואר באיור.

משוואת העקום היא: $y^2 = bx$ כאשר b קבוע נתון.

ב. חשב את האינטגרל: $\int \vec{\nabla} \times \vec{A} \cdot d\vec{s}$ על השטח התחום ע"י המסלול.

תשובות סופיות:

$$. S = \pi R^2 \quad (1)$$

$$. V = \frac{4\pi R^3}{3} \quad (2)$$

$$. \sigma = \frac{Q}{\pi R^2}, q = Q \left(\frac{r}{R} \right)^2 \quad (3)$$

$$. Q = \rho_0 \pi R^3 \quad (4)$$

$$. A_r = a \cos \theta + b \sin \theta, A_\theta = -a \sin \theta + b \cos \theta, A_z = C \quad \text{ב. א. כן.} \quad (5)$$

$$, A_r = a \sin \varphi \cos \theta + b \sin \varphi \sin \theta + C \cos \varphi, A_\varphi = a \cos \varphi \cos \theta + b \cos \varphi \sin \theta - C \sin \varphi \quad (6)$$

$$. A_\theta = -a \sin \theta r b \cos \theta$$

$$. \vec{\nabla} \cdot \vec{r} = 3 \quad (7)$$

הוכחה. (8)

$$. \oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = -5R \frac{\pi}{2} \quad \text{א.} \quad (9) \quad \text{ב.} \quad \int \vec{\nabla} \times \vec{F} \cdot d\vec{s} = -5R \frac{\pi}{2}$$

$$. \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = (2a + C) \pi R^2 H \quad \text{א.} \quad (10) \quad \text{ב.} \quad \int \vec{\nabla} \times \vec{F} dv = (2a + C) \pi R^2 H$$

$$. \hat{n} = \frac{1}{\sqrt{(ax)^2 + (by)^2 + (cz)^2}} (ax, by, cz) \quad (11)$$

$$. \vec{\nabla} f = 2y\hat{x} + 2x\hat{y} + 0 \cdot \hat{z} \quad \text{א.} \quad (12) \quad \text{ב.} \quad \frac{16}{13} (3, 2)$$

הוכחה. (13)

$$. \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = -2 \quad \text{א.} \quad (14) \quad \text{ב.} \quad \int \vec{\nabla} \times \vec{A} \cdot d\vec{s} = -2$$

$$. \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = -\frac{1}{21} 2^{\frac{7}{2}} b^{\frac{1}{2}} + \frac{2^{\frac{5}{2}}}{5} b^{\frac{3}{2}} \quad \text{א.} \quad (15) \quad \text{ב.} \quad \int \vec{\nabla} \times \vec{A} \cdot d\vec{s} = \frac{2^{\frac{5}{2}}}{5} b^{\frac{3}{2}} - \frac{2^{\frac{7}{2}}}{21} b^{\frac{1}{2}}$$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 2 - אינטגרלים משטחיים ושימושיהם

תוכן העניינים

1. אינטגרלים משטחיים מסוג 1 5

אינטגרלים משטחיים מסוג I

שאלות

בשאלות 5-1 חשב את האינטגרל המשטחי:

$$(1) \quad \iint_S x^2 y z dS, \text{ כאשר } S \text{ הוא המישור } z = 1 + 2x + 3y,$$

$$\text{מעל המלבן } R = [0, 3] \times [0, 2].$$

$$(2) \quad \iint_S x dS, \text{ כאשר } S \text{ הוא המשטח } y = x^2 + 4z, \text{ } 0 \leq x \leq 2, \text{ } 0 \leq z \leq 2.$$

$$(3) \quad \iint_S y z dS, \text{ כאשר } S \text{ הוא המישור } z = y + 3, \text{ שכלוא בתוך הגליל } x^2 + y^2 = 1.$$

$$(4) \quad \iint_S (x^2 z + y^2 z) dS, \text{ כאשר } S \text{ הוא חצי הכדור } x^2 + y^2 + z^2 = 4, \text{ } z \geq 0.$$

$$(5) \quad \iint_S x y z dS, \text{ כאשר } S \text{ הוא חלק החרוט } \mathbf{r}(u, v) = u \cos v \mathbf{i} + u \sin v \mathbf{j} + 3u \mathbf{k}$$

$$\text{המקיים } 1 \leq u \leq 2, \text{ } 0 \leq v \leq \frac{\pi}{2}.$$

$$(6) \quad \text{חשב את שטח הפנים של כדור בעל רדיוס } R.$$

$$(7) \quad \text{היריעה הדקה } S \text{ היא חלק הפרבולואיד } z = x^2 + y^2, \text{ שמתחת למישור } z = 1,$$

$$\text{וצפיפותה } \delta(x, y, z) = \delta_0, \text{ קבועה.}$$

חשב את מסת היריעה.

תשובות סופיות

$$171\sqrt{14} \quad \text{(1)}$$

$$\frac{33\sqrt{33} - 17\sqrt{17}}{6} \quad \text{(2)}$$

$$\pi\sqrt{2}/4 \quad \text{(3)}$$

$$16\pi \quad \text{(4)}$$

$$93/\sqrt{10} \quad \text{(5)}$$

$$4\pi R^2 \quad \text{(6)}$$

$$\frac{\pi\delta_0}{6}(5\sqrt{5}-1) \quad \text{(7)}$$

שדות אלקטרומגנטיים

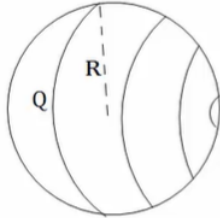
פרק 3 - חוק גאוס- מתוך פיזיקה 2 למי שצריך רענון

תוכן העניינים

1. הסברים בסיסיים 7
2. תרגול נוסף 10

הסברים בסיסיים:

שאלות:



- (1) **שדה של קליפה כדורית**
נתונה קליפה כדורית בעלת רדיוס R . מצא את השדה.



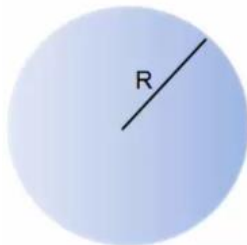
- (2) **שדה של תיל אינסופי**
נתון תיל אינסופי בעל צפיפות λ . מצא את השדה במרחב.



- (3) **שדה של גליל אינסופי**
נתון גליל אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת נפח ρ ורדיוס R . מצא את השדה במרחב.



- (4) **שדה של לוח אינסופי**
נתון משטח אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת שטח σ . מצא את השדה במרחב.

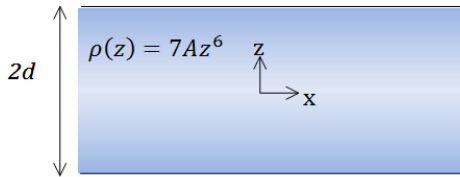


- (5) **שדה של כדור עם צפיפות לא אחידה**
נתון כדור בעל רדיוס R וצפיפות התלויה במרחק ממרכז הכדור r קבוע ונתון: $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$. מצא את התפלגות השדה במרחב (בתוך ומחוץ לכדור).



- (6) **לוח עם עובי**
נתון מישור בעל שטח A ועובי d . המישור טעון בצפיפות מטען קבועה ליחידת נפח ρ .

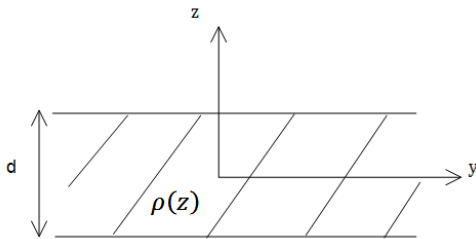
- א. מצא את השדה רחוק מאוד מהמישור.
ב. מצא את השדה קרוב מאוד למישור ובתוכו (השתמש בקירובים).
ג. מניחים אלקטרון בגובה $Z_0 < \frac{d}{2}$, מצא את מיקום האלקטרון כפונקציה של הזמן בהנחה שצפיפות המטען במישור חיובית.



(7) מישור עבה עם צפיפות משתנה

מישור אינסופי בעובי $2d$ טעון בצפיפות מטען משתנה $\rho(z) = 7Az^6$, כאשר A קבוע נתון. ציר ה- z אנך למישור וראשיתו במרכז המישור (המישור אינסופי ב- x, y , ראה ציור).

- א. מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.
- ב. הראה שחוק גאוס הדיפרנציאלי מתקיים בכל המרחב.
- ג. מצא את הרוטור של השדה החשמלי $\vec{V} \times \vec{E}$ בכל המרחב, והסבר את התוצאה.



(8) מישור עבה עם צפיפות אנטי סימטרית

מישור אינסופי בעל עובי d טעון בצפיפות מטען כתלות במרחק ממרכז המישור $\rho(z) = Az$, קבוע נתון. מצא את השדה החשמלי בכל המרחב שיוצר המטען במישור.

תשובות סופיות:

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & r < R \\ \frac{KQ}{r^2} \hat{r} & R < r \end{cases} \quad (1)$$

$$\vec{E} = \frac{2k\lambda}{r} \hat{r} \quad (2)$$

$$\vec{E} = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} \hat{r} \quad (3)$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} & z > 0 \\ -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} & z < 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{kQ_{in}}{r^2} \hat{r} & r > R \\ \frac{\rho_0}{4\pi\epsilon_0} r^2 \hat{r} & r < R \end{cases} \quad (5)$$

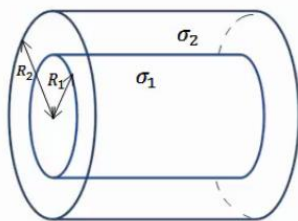
$$z(t) = A \cos\left(\sqrt{\frac{|e|\rho}{\epsilon_0 m}} t\right) \quad \text{ג. שאלת הוכחה.} \quad \vec{E} = \begin{cases} \frac{\rho d}{2\epsilon_0} \hat{z} & z > \frac{d}{2} \\ -\frac{\rho d}{2\epsilon_0} \hat{z} & z < -\frac{d}{2} \end{cases} \quad \text{ב. שאלת הוכחה.} \quad \vec{E} = \frac{kpdA}{r^2} \hat{r} \quad \text{א. שאלת הוכחה.} \quad (6)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} A \cdot z^7 \hat{z} \quad \text{א. שאלת הוכחה.} \quad (7)$$

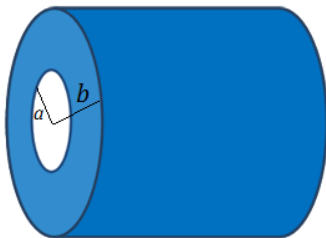
$$\vec{E} = -\frac{A}{\epsilon_0 z} \left[\left(\frac{d}{2}\right)^2 - z^2 \right] \hat{z} \quad (8)$$

תרגול נוסף:

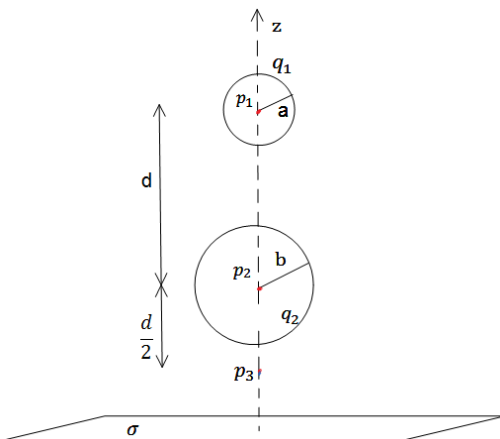
שאלות:



- (1) שתי קליפות גליליות חלולות נתונות שתי קליפות (חלולות) גליליות אינסופיות בעלות ציר סימטריה משותף. רדיוס הקליפה הפנימית הוא R_1 וצפיפות המטען המשטחית בה היא σ_1 . רדיוס הקליפה החיצונית הוא R_2 וצפיפות המטען בה היא σ_2 . מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

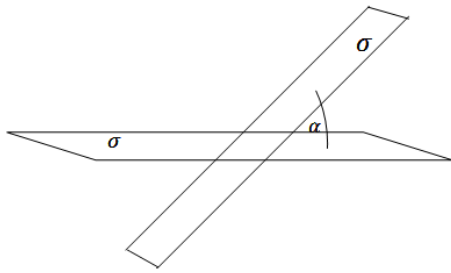


- (2) קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי a , רדיוס חיצוני b וגובה H טעונה בצפיפות מטען נפחית $\rho(r) = \frac{c}{r}$, כאשר c קבוע נתון ו- r הוא המרחק מציר הסימטריה של הקליפה. א. מצא את המטען הכולל בקליפה. ב. מצא את השדה בכל המרחב אם: $H \gg a, b$.



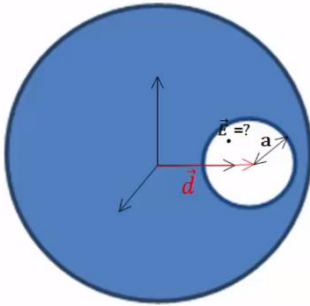
- (3) משטח ושתי קליפות כדוריות שתי קליפות כדוריות בעלות רדיוסים שונים $a < b$, נמצאות במרחק $d > 2b$ אחת מעל השנייה. הקליפות טעונות במטענים q_1, q_2 בהתאמה. במאונך לציר המחבר בין הקליפות ומתחת לקליפה התחתונה (עם רדיוס b) מונח מישור אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ . מצא את השדה בנקודות הבאות.
- א. הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס a .
 - ב. הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס b .
 - ג. הנמצאת במרחק $\frac{d}{2}$ מתחת למרכז הקליפה התחתונה אך מעל המישור.

(4) שני מישורים בזווית



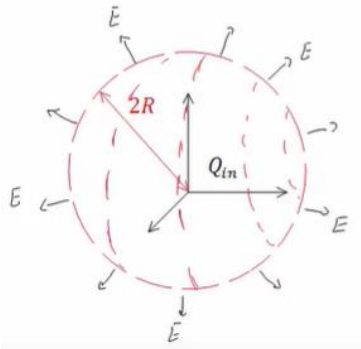
שני מישורים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען ליחידת שטח σ . המישורים נמצאים בזווית α אחד מהשני.
א. מצא את השדה החשמלי בין המישורים ומעל המישור האופקי.
ב. מצא את השדה מעל שני המישורים.

(5) כדור עם חור



בתוך כדור הטעון בצפיפות מטען אחידה ρ קיים חלל כדורי בעל רדיוס a . המרחק של מרכז החלל ממרכז הכדור הוא d . מצא את השדה החשמלי בתוך החלל.

(6) מטען כלוא

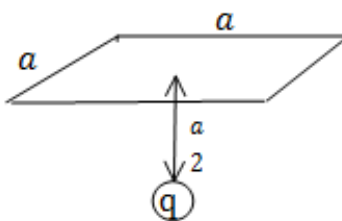


נתונה פונקציית השדה החשמלי

$$\vec{E} = \frac{\rho_0 R^3}{\epsilon_0 (r^2 + R^2)} \hat{r}$$

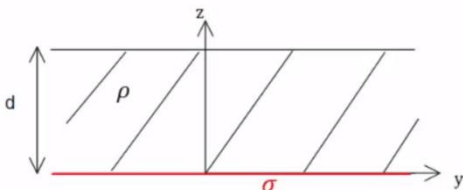
במרחב: ρ_0 , R קבועים נתונים, ו- r הוא המרחק מהראשית בקואורדינטות כדוריות, מצא את כמות המטען הכלואה בתוך מעטפת כדורית בעלת רדיוס $2R$.

(7) שטף דרך משטח ריבועי

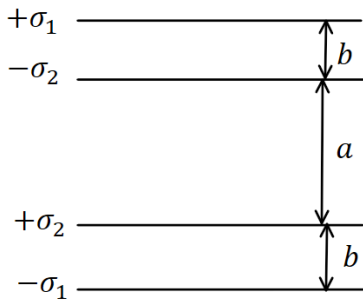


מצא את השטף העובר דרך משטח ריבועי (לא טעון) בעל צלע באורך a הנמצא בגובה $\frac{a}{2}$ מעל מטען נקודתי q .

(8) מישור עבה צמוד למישור דק



מישור אינסופי דק בעל צפיפות מטען אחידה σ נמצא על מישור $x-y$. מישור אינסופי נוסף בעל עובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ρ , מונח מעל המישור הדק (תחתית המישור העבה נמצא גם על מישור $x-y$). מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

**9) ארבעה לוחות**

במערכת הבאה ישנם ארבעה לוחות הטעונים בצפיפויות מטען $\sigma_1 = 0.05 \frac{c}{m^2}$, $\sigma_2 = 0.02 \frac{c}{m^2}$. המרחקים בין הלוחות הם: $a = 3 \text{ c.m}$, $b = 1 \text{ c.m}$ כפי שמצוין בציור וניתן להניח כי מרחקים אלו קטנים בהרבה מצלעות הלוחות.

- מצא את השדה החשמלי בכל מקום במרחב (בין הלוחות ומעליהן, אין צורך להתייחס למה שקורה בצידי הלוחות).
- משחררים פרוטון ממנוחה מהלוח $-\sigma_2$. כמה אנרגיה קינטית "ירוויח" מן המערכת? (הנח שהפרוטון עובר דרך הלוחות ללא הפרעה).
- מצא את מהירות הפרוטון ביציאה מן המערכת.

10) מלוח אל לוח

- שני לוחות ריבועיים נמצאים אחד מעל השני. אורך הצלע של כל לוח היא 6 ס"מ והמרחק בין הלוחות הוא 2 מ"מ. הלוחות טעונים בצפיפות מטען אחידה. המטען הכולל על הלוח התחתון הוא: $Q = 6 \cdot 10^{-6} \text{ c}$ והמטען הכולל על הלוח העליון זהה בגודלו והפוך בסימנו. משחררים אלקטרון ממנוחה קרוב מאוד ומתחת ללוח העליון: ($q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ c}$, $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$).
- כמה זמן ייקח לאלקטרון להגיע אל הלוח התחתון?
 - מהי מהירותו בזמן פגיעתו בלוח?
 - מהי האנרגיה הקינטית של האלקטרון ברגע הפגיעה?

תשובות סופיות:

$$\vec{E} = (\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2) \frac{1}{\epsilon_0 r} \hat{r} \quad (1)$$

$$\vec{E} = \frac{C(b-a)}{\epsilon_0 r} \hat{r} \quad (2)$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} + 0 + \left(-\frac{kq_1}{d^2} \hat{z} \right) \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} + \frac{kq_2 \hat{z}}{d^2} + 0 \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} - \frac{kq_2}{4} \hat{z} - \frac{kq_1}{4} \hat{z} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{E}_T = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} ((1 + \cos \alpha) + \sin \alpha \hat{y}) \quad \text{בין המישורים:} \quad (4)$$

$$\vec{E}_T = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} ((1 + \cos \alpha) - \sin \alpha \hat{y}) \quad \text{מעל המישורים:}$$

$$\vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{d} \quad (5)$$

$$\frac{16}{5} \pi \rho_0 R^3 \quad (6)$$

$$\phi = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{kqa}{2 \left(x^2 + y^2 + \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} dx dy \quad (7)$$

$$\frac{q}{3\epsilon_0} \quad (8)$$

$$v = 1.04 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ג.} \quad 2.53 \cdot 10^{-11} \text{ J} \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = -5.65 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{C}} \hat{y} \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$V(t) = 3.65 \cdot 10^9 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.} \quad t \approx 1.1 \cdot 10^{-12} \text{ sec} \quad \text{א.} \quad (10)$$

$$E_k = 6.06 \cdot 10^{-12} \text{ J} \quad \text{ג.}$$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 4 - פוטנציאל - מתוך פיזיקה 2 למי שצריך רענון

תוכן העניינים

- 14 1. מהו פוטנציאל
- 15 2. שיטה 1, סופרפוזיציה
- 16 3. שיטה 2, שאלות חוק גאוס

מהו פוטנציאל:

שאלות:

(1) עבודה להביא מטען מהאינסוף

מהי העבודה הדרושה להביא מטען $Q = 2 \cdot 10^{-6} \text{ c}$

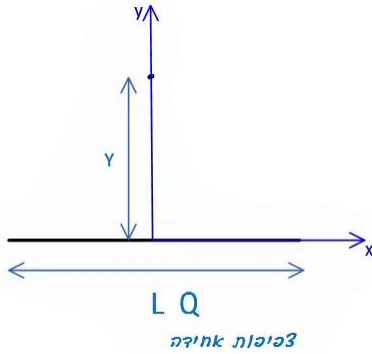
מהאינסוף למרחק $r = 50 \text{ c.m}$ ממטען $Q = 3 \cdot 10^{-6} \text{ c}$
המקובע במקום?

תשובות סופיות:

$$W = 108 \cdot 10^{-3} \text{ J} \quad (1)$$

שיטה 1, סופרפוזיציה:

שאלות:

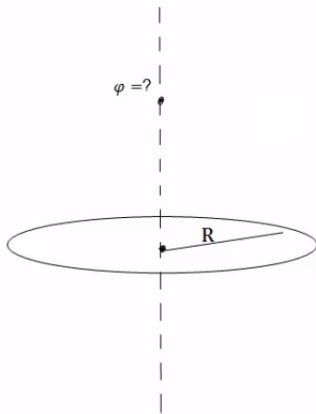


(1) שיטה ראשונה, סופרפוזיציה

תיל באורך L טעון במטען כולל Q המפולג בתיל בצורה אחידה. התיל מונח על ציר ה- x . מצא את הפוטנציאל על ציר ה- y העובר במרכז התיל.

(2) פוטנציאל של טבעת לאורך ציר הסימטריה

מצא את הפוטנציאל של טבעת ברדיוס R עם צפיפות מטען ליחידת אורך λ לאורך ציר הסימטריה.



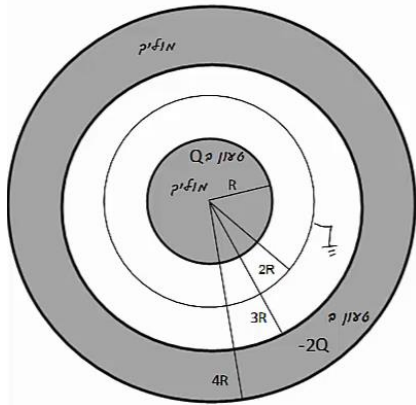
תשובות סופיות:

$$\varphi = k\lambda \ln \left| \frac{\frac{L}{\alpha} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2}}{-\frac{L}{\alpha} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + y^2}} \right| \quad (1)$$

$$\varphi = \frac{2\pi k \lambda R}{\sqrt{R^2 + z^2}} \quad (2)$$

שיטה 2, שאלות חוק גאוס:

שאלות:



(1) דרך שניה, שאלות חוק גאוס

- כדור מוליך בעל רדיוס R טעון במטען Q . מסביב לכדור ברדיוס $2R$, נמצאת מעטפת כדורית דקה, מוליכה ומוארקת. כל המערכת מוקפת במעטפת עבה ומוליכה עם רדיוס פנימי $3R$ ורדיוס חיצוני $4R$. המעטפת החיצונית טעונה במטען $-2Q$ (ראה ציור). לכדור ולמעטפות מרכז משותף, Q , R נתונים. א. מהו הפוטנציאל בכל המרחב? ומהי התפלגות המטען בכל המרחב?

(2) פוטנציאל של קליפה כדורית

- מצא את הפוטנציאל בכל המרחב של קליפה כדורית ברדיוס R הטעונה במטען כולל Q . הנח שהמטען מפוזר בצורה אחידה על השפה.

(3) קליפות גליליות מוליכות

- גליל מוליך בעל רדיוס R ואורך L טעון במטען $-Q$. סביב הגליל נמצאת קליפה גלילית עבה ומוליכה, בעלת רדיוס פנימי $2R$ ורדיוס חיצוני $3R$. אורך הקליפה הוא L גם כן. הקליפה טעונה במטען כולל של $-4Q$. מסביב לקליפה העבה נמצאת קליפה דקה מוליכה ומוארקת ברדיוס $4R$ ואורך זהה. הנח כי $L \gg R$ ולקליפות ציר מרכזי משותף.



- א. כיצד מתפלג המטען במערכת?
 ב. מה הפוטנציאל בכל המרחב?
 ג. פרוטון בעל מסה m_p ומטען $|e|$ משוחרר ממנוחה במרחק $r=2R$. מהי מהירות הפרוטון לאחר שעבר מרחק R ?

(4) שדה ופוטנציאל של כדור מלא

- נתון כדור מלא בעל רדיוס R וצפיפות מטען נפחית אחידה p .
 א. מצא את פונקציית השדה בכל המרחב.
 ב. מצא את פונקציית הפוטנציאל בכל המרחב.

תשובות סופיות:

$$\text{התפלגות: ראה סרטון} \quad \varphi = \begin{cases} C_1 & r < R \\ \frac{kQ}{r} + C_2 & R < r < 2R \\ \frac{k(Q+q)}{r} + C_3 & 2R < r < 3R \quad \text{א. פוטנציאל:} \\ C_4 & 3R < r < 4R \\ \frac{k(q-Q)}{r} + C_5 & 4R < r \end{cases} \quad (1)$$

$$\varphi = \begin{cases} \frac{KQ}{R} & r < R \\ \frac{KQ}{r} & R > r \end{cases} \quad (2)$$

$$\varphi = \frac{Q}{2\pi L \epsilon_0} \cdot \begin{cases} \ln \frac{1}{2} + 5 \ln \frac{3}{4} & r < R \\ \ln \frac{r}{2R} + 5 \ln \frac{3}{4} & R < r < 2R \\ 5 \ln \frac{3}{4} & 2R < r < 3R \quad \text{ב.} \\ 5 \ln \frac{r}{4R} & 3R < r < 4R \\ 0 & 4R < r \end{cases} \quad \text{א. ראה סרטון} \quad (3)$$

$$v = \sqrt{\frac{|e|Q \ln 2}{\pi L \epsilon_0 m_p}} \quad \text{ג.}$$

$$\varphi = \begin{cases} -\frac{\rho r^2}{6\epsilon_0} + C_1 & r < R \\ -\left(-\frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r}\right) + C_2 & R < r \end{cases} \quad \text{ב.} \quad E = \begin{cases} \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \hat{r} & r < R \\ \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} \hat{r} & R < r \end{cases} \quad \text{א.} \quad (4)$$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 5 - תנאי שפה לשדה החשמלי

תוכן העניינים

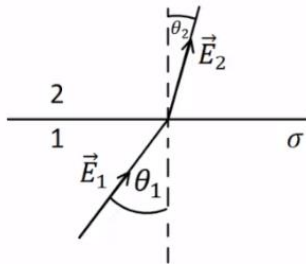
1. הרצאות ותרגילים 18

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

(1) קפיצה על שפת כדור

נתון כדור שמרכזו בראשית הצירים ורדיוסו R . השדה החשמלי בתוך הכדור וקרוב לשפת הכדור הוא: $\vec{E}_m = a\hat{x} + b\hat{y} + c\hat{z}$ כאשר: a, b, c קבועים נתונים. על מעטפת הכדור קיימת צפיפות מטען משטחית: $\sigma(\varphi) = \sigma_0 \sin \varphi$ כאשר σ_0 קבוע נתון ו- φ היא הזווית עם ציר ה- z . מצא את השדה מחוץ לשפת הכדור וקרוב אליה בקואורדינטות קרטזיות.



(2) שינוי זווית משני צידי משטח טעון

שפה של משטח טעונה בצפיפות מטען σ ומפרידה בין שני אזורים. הראה שהקשר בין הזוויות: θ_1, θ_2

$$\tan \theta_2 = \frac{\tan \theta_1}{1 + \frac{\sigma}{\epsilon_0 E_1 \cos \theta_1}}$$

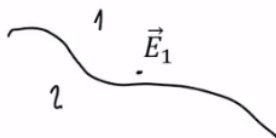
שבאיור הוא: כאשר E_1

הוא גודל השדה השקול בתחום 1.

(3) מציאת נורמל למשטח

המשטח שמפריד בין שני אזורים נתון ע"י המשוואה: $2x + 4y - z = 3$.

- מצא וקטור הנורמל למשטח \hat{n} .
- נתון השדה באחד האזורים קרוב



למשטח: $\vec{E}_1 = 2\hat{x} + 5\hat{y} - 3\hat{z}$, מהו הרכיב של השדה שמאונך למשטח?

ג. מהו רכיב השדה שמקביל למשטח?

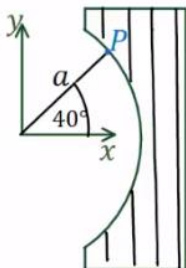
(4) עדשה דיאלקטרית

האיור מתאר "עדשה דיאלקטרית". צד שמאל של העדשה הוא חלק מגליל שצירו חוף עם ציר z ורדיוסו a . צד ימין הוא

מישור ישר המקביל למישור xz . השדה החשמלי בנקודה P

הנמצאת ב- $\vec{r}_p = (a, 40^\circ, z)$ ומחוץ לעדשה הוא: $\vec{E}(\vec{r}_p) = 4\hat{r} - 3\hat{\theta}$

ביחידות $\frac{N}{m}$ ובקואורדינטות גליליות.



מה צריך להיות המקדם הדיאלקטרי של החומר ממנו עשויה העדשה כך שהשדה החשמלי היוצא מהצד הימני של העדשה יהיה מקביל לציר x ?

תשובות סופיות:

$$\mathbf{E}_{out} = \left(a + \frac{\sigma_0(\sqrt{x^2 + y^2})x}{\epsilon_0 R^2}, b + \frac{\sigma_0(\sqrt{x^2 + y^2})y}{\epsilon_0 R^2}, c + \frac{\sigma_0(\sqrt{x^2 + y^2})z}{\epsilon_0 R^2} \right) \quad (1)$$

(2) הוכחה.

$$\text{א. } \hat{n} = \frac{1}{\sqrt{21}}(2, 4, -1) \quad \text{ב. } \frac{27}{21}(2, 4, -1) \quad \text{ג. } -\frac{1}{7}(4, 1, 12) \quad (3)$$

(4) $\epsilon_r \approx 1.2$

שדות אלקטרומגנטיים

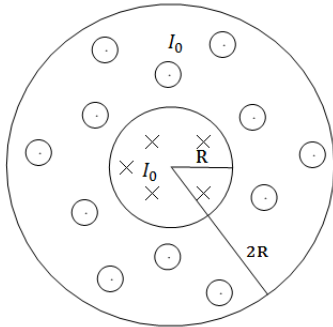
פרק 6 - חוק אמפר-מתוך פיזיקה 2 למי שצריך רענון

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 20

הרצאות ותרגילים:

שאלות:



(1) כבל קו-אקסיאלי

כבל קו-אקסיאלי מורכב מגליל מוליך בעל רדיוס R ומעטפת מוליכה עבה בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני $2R$ (ניתן להניח כי קיים מבודד דק בין הגליל הפנימי למעטפת).
גליל הפנימי זורם זרם I_0 בצפיפות זרם אחידה לתוך הדף.

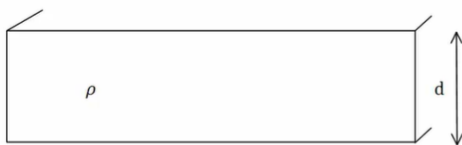
במעטפת זורם גם כן זרם I_0 בצפיפות אחידה החוצה מהדף.
א. מצא את צפיפות הזרם בגליל ובמעטפת.
ב. מהו השדה המגנטי בכל המרחב?

(2) שדה של מישור דק אינסופי



נתון מישור אינסופי דק אשר זורם בו זרם. נניח שהמישור טעון בצפיפות מטען σ . המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה- x במהירות קבועה V_0 .
חשב את השדה המגנטי.

(3) שדה של מישור עבה

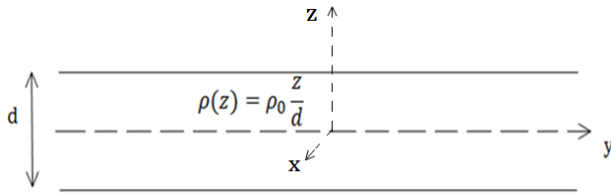


מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ . המישור מונח במקביל למישור xy וראשית הצירים במרכזו.

המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה- x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

(4) שדה של סליל אינסופי

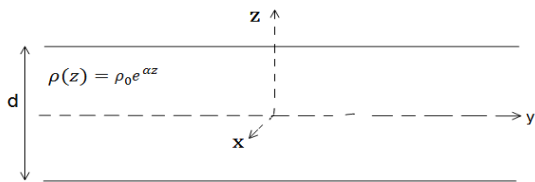
נניח אורך סליל l ומספר ליפופים כולל של סליל N . צפיפות הליפופים n , רדיוס טבעת a ושטח חתך הסליל של כל טבעת הינו S . קיימת סימטריה בציר ה- z .
חשב את השדה המגנטי.



(5) מישור עם צפיפות מטען משתנה
 מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען משתנה ליחידת נפח $\rho(z) = \rho_0 \frac{z}{d}$. המישור מונח במקביל למישור xy וראשית הצירים במרכז.

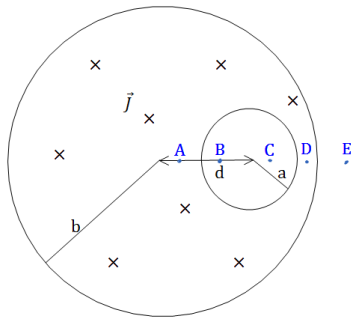
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה- x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 . מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

(6) מישור אינסופי עם צפיפות אקספוננציאלית



מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען משתנה ליחידת נפח $\rho(z) = \rho_0 e^{\alpha z}$ כאשר אלפה קבוע. המישור מונח במקביל למישור xy וראשית המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה- x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 . מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

(7) חור בגליל



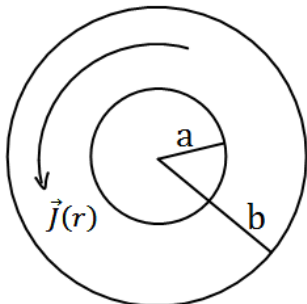
גליל אינסופי ברדיוס a קודחים חור גלילי ברדיוס b . מרכז החור נמצא במרחק d ממרכז הגליל. בגליל זורם זרם לתוך הדף בצפיפות זרם אחידה ונתונה J .

א. מצא את השדה המגנטי בנקודות A, B, C, D, E המסומנות בסרטוט.

הנח כי מרחק הנקודות מהמרכז ידוע וכי כל הנקודות נמצאות על הציר העובר בשני מרכזי הגלילים.

ב. מצא את השדה המגנטי בכל נקודה בתוך החור. רמז: $\hat{\theta} = \hat{z} \times \hat{r}$ והשדה בתוך החור אחיד.

(8) שדה מגנטי של זרם היקפי



גליל אינסופי בעל רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b זורם זרם היקפי בעל צפיפות זרם $\vec{J}(r) = Ar^3 \hat{\theta}$. מצא את השדה המגנטי בכל המרחב. A קבוע נתון.

תשובות סופיות:

$$\vec{J}_{in} = \frac{I_0}{\pi R^2} \hat{z} \quad r < R, \quad \vec{J} = \frac{-I_0}{\pi 3R^2} \hat{z} \quad R < r < 2R. \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\vec{B} = \frac{I_0 r}{2\pi R^2} \theta \quad r < R, \quad B=0 \quad R < r < 2R. \quad \text{ב.}$$

$$\vec{B} = \frac{\sigma V_0 \mu_0}{2} \begin{cases} (-\hat{y}) & z > 0 \\ (+\hat{y}) & z < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\vec{B} = \rho_0 V_0 z (-\hat{y}), \quad \vec{B} = \frac{\rho V_0 d \mu_0}{2} \begin{cases} -\hat{y} & z > \frac{d}{2} \\ \hat{y} & z < -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (3)$$

$$\vec{B} = \mu_0 I n \hat{z} \quad (4)$$

$$\vec{B}=0 \quad z > \frac{d}{2}, \quad \vec{B}=0 \quad z < -\frac{d}{2}, \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 \rho_0 V_0}{2d} \left(\left(\frac{d}{2} \right)^2 - z^2 \right) \hat{y} \quad -\frac{d}{2} < z < \frac{d}{2} \quad (5)$$

$$, \quad \vec{B} = \frac{\rho_0 V_0}{2\alpha} \left(e^{-\alpha \frac{d}{2}} - e^{\alpha \frac{d}{2}} \right) \hat{y} \cdot \begin{cases} (+1) & z > \frac{d}{2} \\ (-1) & z < -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (6)$$

$$\vec{B} = \frac{\rho_0 V_0}{2\alpha} \left(e^{-\alpha \frac{d}{2}} + e^{\alpha \frac{d}{2}} - 2e^{\alpha z} \right) \hat{y} \quad -\frac{d}{2} < z < \frac{d}{2}$$

$$\vec{B}_A = \frac{\mu_0 J}{2} \left(r + \frac{b^2}{d-r} \right) \hat{\theta}, \quad \vec{B}_B = \frac{\mu_0 J d}{2} \hat{\theta}, \quad \vec{B}_C = \frac{\mu_0 J d}{2} \hat{\theta}, \quad \vec{B}_D = \frac{\mu_0 J r}{2} \hat{\theta} - \frac{\mu_0 J b^2}{2(r-d)} \hat{\theta}. \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 J}{2} \hat{z} \times d. \quad \text{ב.} \quad \vec{B}_E = \frac{\mu_0 J a^2}{2r} - \frac{\mu_0 J b^2}{2(r-d)} \hat{\theta}$$

$$\vec{B} = \frac{b^4 - r^4}{4} \mu_0 \hat{z} \quad a < r < b, \quad \vec{B} = A \frac{b^4 - a^4}{4} \mu_0 \hat{z} \quad 0 < r < a \quad (8)$$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 7 - תנאי שפה לשדה המגנטי

תוכן העניינים

1. חוק אמפר הדיפרנציאלי.....23

חוק אמפר הדיפרנציאלי:

שאלות:

(1) מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון

מצא את צפיפות הזרם (משטחית וקווית) היוצרת את השדה המגנטי הבא:

$$\vec{B}_\theta = \begin{cases} Ar + \frac{C}{r} & r < a \\ \frac{D}{r} + \frac{C}{r} & a < r \end{cases}$$

r הוא המרחק מציר ה- z (קואורדינטות גליליות).

(2) שדה בכיוון z

מצא את צפיפות הזרם (משטחית וקווית) היוצרת את השדה המגנטי הבא:

$$\vec{B} = \begin{cases} (Ar + C)\hat{z} & r < a \\ 0 & a < r \end{cases}$$

r הוא המרחק מציר ה- z (קואורדינטות גליליות).

תשובות סופיות:

$$\vec{J} = \frac{1}{\mu_0} \begin{cases} (2A + 0)\hat{z} & r < a \\ 0 & a < r \end{cases} \quad (1)$$

$$\vec{J} = \begin{cases} -\frac{A}{\mu_0}\hat{\theta} & r < a \\ 0 & r < a \end{cases} \quad (2)$$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 8 - בעיות שפה בקואורדינטות קרטזיות

תוכן העניינים

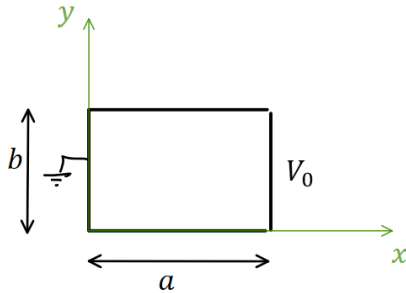
1. הסבר ותרגילים..... 24

הסבר ותרגילים:

שאלות:

(1) פתרון הדוגמה מהסרטון הקודם

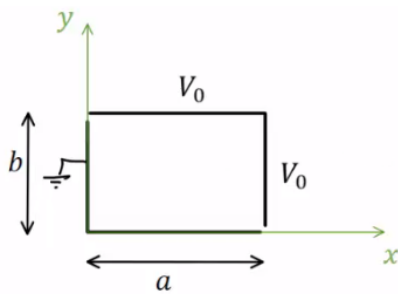
תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z .



הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל V_0 ושאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוח הימני לשאר הלוחות). מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

(2) תיבה דו ממדית וסופרפוזיציה

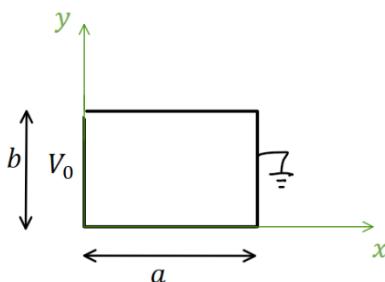
תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z .



הלוח הימני והלוח העליון מוחזקים בפוטנציאל V_0 , שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוחות המוחזקים ב- V_0). מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

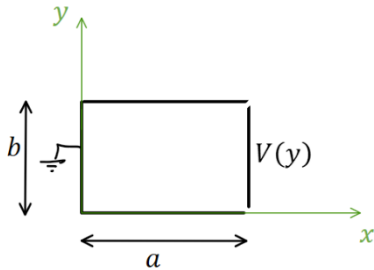
(3) תיבה דו ממדית פתרון עם החלפת צירים

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z .



הלוח השמאלי מוחזק בפוטנציאל V_0 , שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח השמאלי). מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

(4) תיבה דו-ממדית עם פונקציית פוטנציאל כללית בשפה
תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים.



ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z .

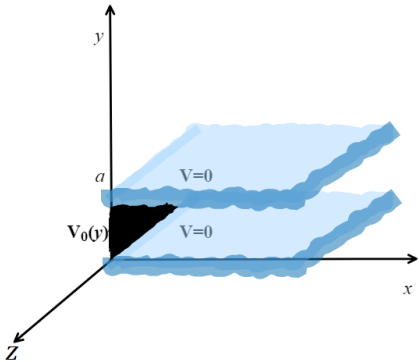
הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל $V(y)$ כללי, שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח הימני). מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה במקרים הבאים:

א. בצורה כללית עם הביטוי $V(y)$ בתשובה.

ב. כאשר
$$V(y) = \begin{cases} V_0 & 0 \leq y \leq \frac{b}{2} \\ -V_0 & \frac{b}{2} < y \leq b \end{cases}$$

ג. כאשר
$$V(y) = V_0 \cos\left(\frac{\pi y}{2b}\right)$$

(5) שני לוחות מקבילים ולוח מאונך

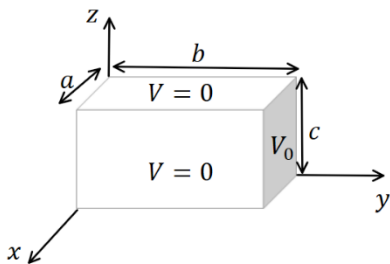


שני מישורים אינסופיים מוארקים נמצאים במקביל למישור xz ובמרחק a ביניהם.

לוח מוליך נמצא על מישור yz בין $0 < y < a$.

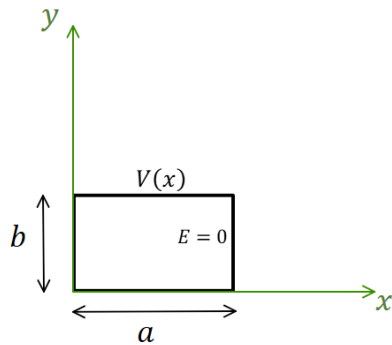
הלוח נמצא בפוטנציאל $V_0(y) = V_0 \sin\left(\frac{6\pi}{a} y\right)$. מצא את הפוטנציאל בין המישורים

(6) תיבה תלת ממדית



תיבה בגודל $a \times b \times c$ עשויה מלוחות מוליכים. כל הלוחות מוארקים למעט הלוח הימני באיור הנמצא בפוטנציאל V_0 .

מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה (אין מטענים בתוך התיבה).



(7) בעיית ניומן דו ממדית קרטזית

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה

אינסופית לאורך ציר Z . הלוח העליון מוחזק

בפוטנציאל: $V(x) = V_0 \sin\left(\frac{3\pi}{2a}x\right)$.

השדה ב- $E(x=a) = 0$ ושאר הלוחות מוארקים.

מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

תשובות סופיות:

$$\cdot \varphi(x, y) = \sum_n C_n \sinh\left(\frac{\pi n}{b} x\right) \sin\left(\frac{\pi n}{b} y\right) \quad (1)$$

$$\cdot \varphi(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{4V_0}{\pi n} \sinh\left(\frac{\pi n a}{b}\right) \sinh\left(\frac{\pi n x}{b}\right) \sin\left(\frac{\pi n y}{b}\right) + \frac{4V_0}{\pi n} \sinh\left(\frac{\pi n b}{a}\right) \sinh\left(\frac{\pi n}{a} y\right) \sin\left(\frac{\pi n}{a} x\right) \right] \quad (2)$$

$$\cdot \varphi(x, y, z) = \sum_n C_n \sinh\left(\frac{\pi n}{b} (-x+a)\right) \sin\left(\frac{\pi n}{b} y\right) \quad (3)$$

$$\cdot C_n = \frac{2}{b} \frac{1}{\sinh\left(\frac{\pi n a}{b}\right)} \cdot \int_y^b v(y) \sin\left(\frac{\pi n y}{b}\right) dy \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$C_n = \frac{8V_0}{\pi n \sinh\left(\frac{\pi n a}{b}\right)} \cdot \begin{cases} 1 & \text{odd } \frac{n}{2} \quad \text{ב.} \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$\cdot C_n = \frac{-4V_0}{(4n^2 - 1) \pi \sinh\left(\frac{\pi n a}{b}\right)} \quad \text{ג.}$$

$$\cdot \varphi(x, y) = V_0 \sin\left(\frac{\pi b}{a} y\right) e^{-\frac{\pi b}{a} x} \quad (5)$$

$$\cdot \varphi(x, y, z) = \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{16V_0}{\pi^2 mn} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi m}{a} x\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi n}{c} z\right) \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{c}\right)^2} y\right)}{\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{c}\right)^2} b\right)} \quad (6)$$

$$\cdot \varphi(x, y) = \frac{V_0}{\sinh\left(\frac{3\pi b}{2a}\right)} \sin\left(\frac{3\pi}{2a} x\right) \sinh\left(\frac{3\pi}{2a} y\right) \quad (7)$$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 9 - בעיות שפה בקואורדינטות גליליות

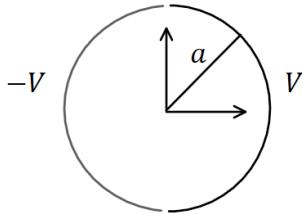
תוכן העניינים

1. הסבר ותרגילים..... 28

הסבר ותרגילים:

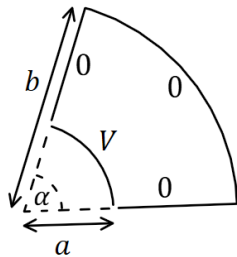
שאלות:

(1) גליל חצי חצי



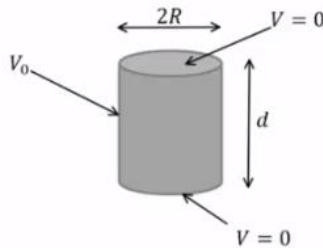
גליל דק ואינסופי ברדיוס a מחולק לשני חצאים. החצי הימני מוחזק בפוטנציאל קבוע V והחצי השמאלי ב- $-V$. מצא את הפוטנציאל בתוך ומחוץ לגליל.

(2) גזרה בזווית אלפה



נתונה גזרה בזווית α מתוך מעגל. הרדיוס הפנימי של הגזרה הוא a והחיצוני b . הדופן ב- $r = a$ מוחזקת בפוטנציאל V וכל שאר הדפנות מוארקות. מצא את הפוטנציאל בתוך הגזרה בלבד. הנח שהבעיה דו ממדית.

(3) גליל סופי מתאפס בבסיסים



נתונה קליפה גלילית באורך d ורדיוס R . נתון שהפוטנציאל בשני הבסיסים הוא אפס ובדופן העגולה הפוטנציאל הוא V_0 . מצא את פונקציית הפוטנציאל בתוך הגליל.

(4) מולקולת DNA

מבנה ספירלי של דיפולים זעירים יוצר על שפת גליל שרדיוסו R פילוג פוטנציאל הנתון על ידי: $\phi(r=R) = V \cos(\alpha z - N\theta)$.

כאשר המספר השלם N והקבועים V ו- α נתונים.

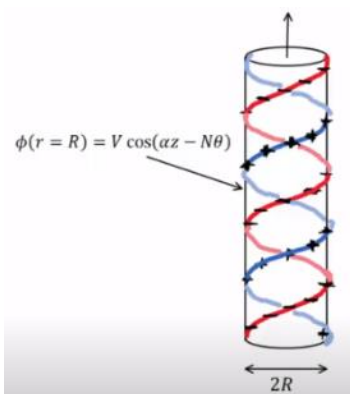
המערכת אינסופית בציר z ומתוארת באיור עבור $N=1$.

א. רשמו את תנאי השפה לפוטנציאל בכל המרחב.

ב. מצאו את הפוטנציאל החשמלי בכל המרחב.

ג. מהו מרחק הדעיכה האופייני של השדה החשמלי מחוץ לספירלות?

ד. מהי צפיפות המטען המשטחית על המעטפת?



ה. המבנה הוא חלק ממודל של מולקולת DNA. מבחינה חשמלית מולקולת DNA מורכבת מזוג סלילים כבצירור כאשר שניהם בעלי מטען שלילי. מודל פשוט למבנה זה מתקבל על ידי הוספת פילוג מטען משטחי שלילי אחד $-\eta_0$ למעטפת הגלילית של הבעיה בסעיפים הקודמים עם $N = 2$, וכך שבכל נקודה על המעטפת המטען המשטחי החדש יהיה שלילי או אפס. מהו הערך המינימלי של η_0 המבטיח שלא יהיה מטען חיובי במקרה זה? מצאו את השדה של המערכת בתוספת צפיפות מטען זו.

תשובות סופיות:

$$.V(r, \theta) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{4V}{\pi l} \left(\frac{a}{r}\right)^l \cos(l\theta) \quad , r > a \quad , \quad V(r, \theta) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{4V}{\pi l a^l} r^l \cos(l\theta) \quad , r < a \quad (1)$$

$$.V(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4V}{\pi m K_n} \left[\left(\frac{r}{b}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}} + \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}} \right] \sin\left(\frac{\pi n}{\alpha} \theta\right) \quad , \quad K_n = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}} + \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}} \quad (2)$$

$$.V(r, z) = \sum_n \frac{4V_0}{\pi n I_0\left(\frac{\pi n R}{\alpha}\right)} I_0\left(\frac{\pi n}{d} r\right) \sin\left(\frac{\pi n}{d} z\right) \quad , \quad K_n = \frac{\pi n}{d} \quad (3)$$

$$. \phi_1(r=0) \neq \infty \quad , \quad \phi_1(r > R) = \phi_2(R) \quad , \quad \phi_2(r = \infty) = \text{לא מתבדר} \quad (4)$$

$$. \phi_1 = \frac{V}{I_N(\alpha R)} I_N(\alpha r) \cos(\alpha z - N\theta) \quad , \quad \phi_2 = \frac{V}{K_N(\alpha R)} K_N(\alpha r) \cos(\alpha z - N\theta)$$

$$. \frac{1}{\alpha} \quad \text{ג.}$$

$$. \eta = \varepsilon_0 V \alpha \cdot C \cdot \cos(\alpha z - N\theta) \quad \text{ד.}$$

$$\vec{E} = \begin{cases} -\vec{\nabla} \theta_1 & r < R \\ -\vec{\Delta} \theta_2 & R < r \end{cases} \quad , \quad \eta_0 = \varepsilon_0 V \alpha C \quad \text{ה.}$$

שדות אלקטרומגנטיים

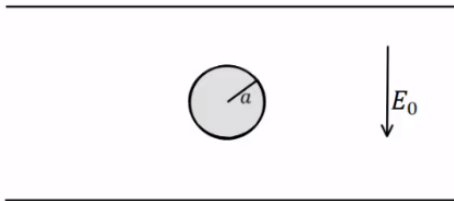
פרק 10 - בעיות שפה בקואורדינטות כדוריות

תוכן העניינים

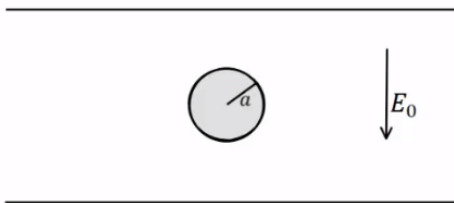
1. הסבר ותרגילים 31

הסבר ותרגילים:

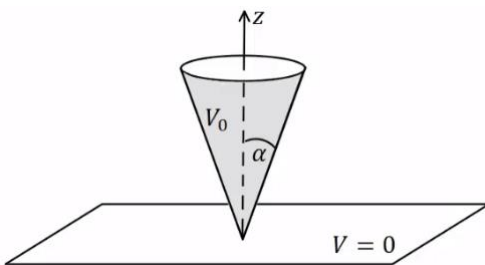
שאלות:



- (1) **דוגמה – כדור מוליך בתוך קבל**
 כדור מוליך ברדיוס a נמצא בתוך קבל לוחות. השדה בין הלוחות הוא E_0 כלפי מטה ונתון $a \ll d$. מצא את הפוטנציאל בכל נקודה בתוך הלוחות.



- (2) **דוגמה – מצא את צפיפות המטען על שפת הכדור**
 כדור מוליך ברדיוס a נמצא בתוך קבל לוחות. השדה בין הלוחות הוא E_0 כלפי מטה ונתון $a \ll d$. השתמש בפוטנציאל שמצאת בדוגמה הקודמת ומצא את התפלגות המטען על שפת הכדור.



- (3) **חרוט מעל מישור**
 חרוט אינסופי בעל זווית פתיחה α עשוי חומר מוליך ומוחזק בפוטנציאל V_0 . החרוט נמצא מעל מישור מוארק (הנח כי יש מבודד בין קודקוד החרוט למישור). מצא את הפוטנציאל בכל המרחב.
 נתון כי: $Q_0(x) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

תשובות סופיות:

$$V(r, \varphi) = E_0 (r - a^3 r^{-2}) \cos \varphi \quad (1)$$

$$\sigma_a = -3\epsilon_0 E_0 \cos \varphi \quad (2)$$

$$V(\varphi) = V_0 \frac{\ln\left(\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right)}{\ln\left(\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)} \quad (3)$$

שדות אלקטרומגנטיים

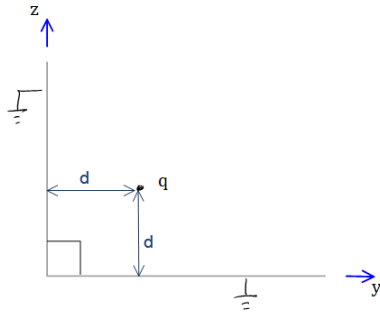
פרק 11 - מטעני דמות

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 32

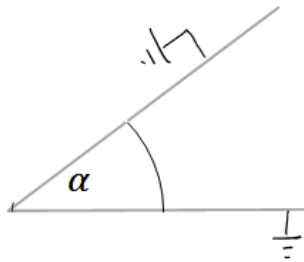
הרצאות ותרגילים:

שאלות:



(1) לוחות בזווית 90 מעלות

נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית ישרה. במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט. מצא את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.



(2) לוחות בזווית אלפה

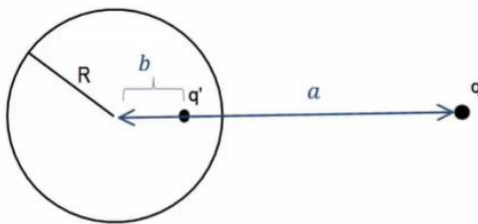
נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית α . במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט. מצא את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

(3) מציאת התפלגות המטען על שפת המוליך

נתון מישור אינסופי מוארק. במרחק z מעל המישור נמצא חלקיק בעל מטען q . מצא את התפלגות המטען σ על שפת המישור.

(4) כוח ואנרגיה במטעני דמות

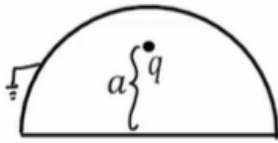
נתון מישור אינסופי מוארק ובמרחק z מעליו נמצא חלקיק בעל מטען q . מהו הכוח שמרגיש החלקיק?



(5) מציאת התפלגות מטען עם ספירה

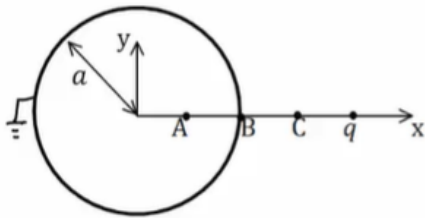
נתונה ספירה מוליכה ומוארכת ברדיוס R . מול הספירה ישנו מטען נקודתי q במרחק a ממרכז הספירה. מצא את התפלגות המטען על השפה של הספירה.

(6) מטען בתוך חצי ספירה



מטען נקודתי q נמצא בתוך חצי ספירה כדורית, מוארקת ברדיוס R . המטען נמצא בגובה a מעל מרכז הספירה. מצא את מטעני הדמות בעזרתם נוכל לחשב את הפוטנציאל בכל המרחב.

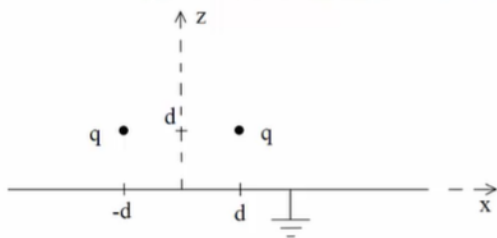
(7) ספירה, מטען ושלוש נקודות



קליפה כדורית ברדיוס a מוארקת. מטען q נמצא במרחק $2a$ ממרכז הקליפה ועל ציר ה- x כך ש: $x_A = \frac{a}{2}$, $x_B = a$, $x_C = \frac{3a}{2}$.

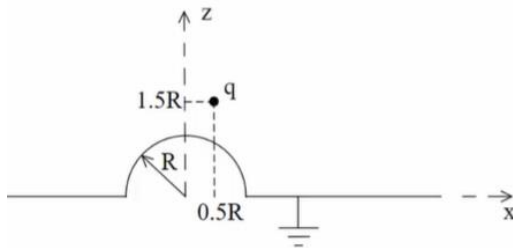
- א. מצא את הפוטנציאל בנקודות: A, B, C .
- ב. מהי התפלגות המטען המשטחית בנקודה B ?
- ג. מה הכוח הפועל על המטען q ?
- ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

(8) שני מטענים מעל מישור



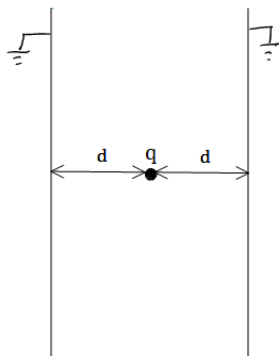
נתונים שני מטענים q במיקומים $(d, 0, d)$ ו- $(-d, 0, d)$ מעל משטח אינסופי מוארק כבאיור.

- א. אילו מטעני שיקוף דרושים כדי לבטא פוטנציאל ושדה ב- $z > 0$?
- ב. איזה כוח ירגיש המטען הימני (גודל וכיוון)? יש לנרמל $\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d^2} = 1$ ולהגיע לתשובה מספרית.
- ג. מהי התפלגות המטען על המוליך? ומהו המטען הכולל על המוליך?
- ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

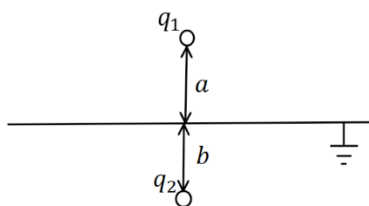


9) **מטען מעל חצי ספירה ולא במרכז**
נתון חצי כדור מוליך מושלם בעל רדיוס R המונח על חצי מרחב מישור מוליך מושלם, כבאיור. מעל המוליך יש מטען q בקואורדינטה $(0.5R, 0, 1.5R)$.

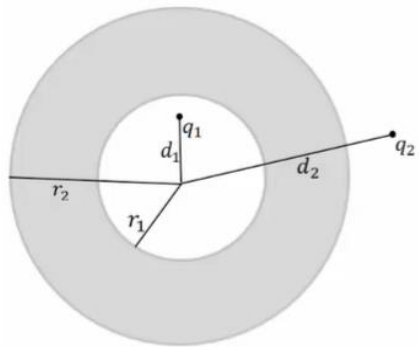
- א. מצא את גודל ומיקום מטעני השיקוף הדרושים בשביל לבטא את הפוטנציאל במרחב שמעל המבנה.
- ב. מצא את הפוטנציאל בנקודות $(0, 0, 1.5R)$, $(0, 0, 0.5R)$.
- ג. מהי צפיפות המטען המשטחית על שפת המוליך בנקודה $(\frac{\sqrt{3}R}{2}, 0, \frac{R}{2})$?
- ד. מה הכוח הפועל על המטען?
- ה. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?



10) **מטען בין שני לוחות אינסופיים**
נתונים שני לוחות אינסופיים מוארקים במרחק 2d זה מזה. בדיוק באמצע ביניהם ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.
א. מצא את פונקציית הפוטנציאל במרחב.
ב. מצא את העבודה הדרושה לבניית המערכת.



11) **מטענים משני צידי מישור מוארק**
מטען q_1 נמצא במרחק a מעל מישור אינסופי מוארק. מטען q_2 נמצא במרחק b מתחת למישור.
א. מצא את השדה והפוטנציאל בכל המרחב.
ב. מהי התפלגות המטען על המישור? ומהו המטען הכולל על המישור?



12 קליפה עבה עם מטען בפנים ובחוץ

נתונה קליפה כדורית עבה ומוליכה בעלת רדיוס

פנימי r_1 ורדיוס חיצוני r_2 .

מטען q_1 נמצא במרחק d_1 ממרכז הקליפה כך

ש- $d_1 < r_1$.

מטען q_2 נמצא במרחק d_2 ממרכז הקליפה כך

ש- $d_2 > r_2$.

המטענים לא נמצאים על אותו רדיוס.

א. מצא את הפוטנציאל בו נמצאת הקליפה.

ב. מצא את הכוח הפועל על המטען q_2 .

ג. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

13 דיפול מעל מישור

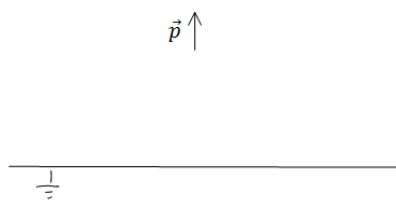
דיפול מונח במרחק z_0 מלוח אינסופי מוארק.

מומנט הדיפול הוא: $\vec{p} = (0, 0, p)$.

א. מצא את השדה בכל המרחב.

ב. מצא את צפיפות המטען על המישור.

ג. מצא את סך המטען על המישור.



14 ספירה נייטרלית

מטען נקודתי q מונח במרחק a מספירה

מוליכה ברדיוס R .

הספירה אינה מוארקת ואינה מחוברת

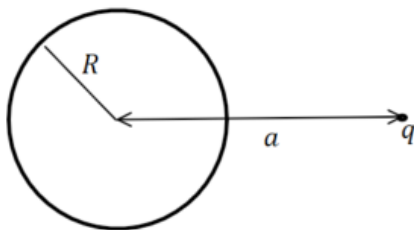
לפוטנציאל כלשהו.

ניתן להניח כי הספירה נייטרלית.

מהו הפוטנציאל על הספירה?

ומהם מטעני הדמות המתאימים לפתרון הבעיה?

רמז: השתמש בחוק שימור המטען.



תשובות סופיות:

$$\varphi = \frac{kq}{r_1} - \frac{kq}{r_2} \quad (1)$$

ראה סרטון (2)

$$\sigma = -kq\epsilon_0 \frac{2d}{(r^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

$$F = -\frac{q^2}{(2d)^2} \quad (4)$$

$$E(r, \theta) = \frac{kq(r - a \cos \theta)}{(r^2 + a^2 - 2ra \cos \theta)^{\frac{3}{2}}} + \frac{-kq \left(r \left(\frac{a}{R} \right)^2 - a \cos \theta \right)}{\left(R^2 + \left(\frac{ra}{R} \right)^2 - 2ra \cos \theta \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (5)$$

ראה סרטון (6)

$$\vec{F} = \frac{2kq^2}{qa^2} (-\hat{x}) \quad \text{ג.} \quad \sigma_B = \epsilon_0 \left(-\frac{3kq}{a^2} \right) \quad \text{ב.} \quad \varphi_A = \varphi_B = 0, \quad \varphi_C = \frac{3kq}{2a} \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$U = \frac{-kq^2}{6a} \quad \text{ד.}$$

$$-0.338\hat{z} + 0.162\hat{x} \quad \text{ב.} \quad (-d, 0, d), (d, 0, -d) \quad \text{א.} \quad (8)$$

$$Q_T = -2q, \quad \sigma = -\frac{1}{2\pi} qd \left(\frac{1}{((x-d)^2 + y^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{((x+d)^2 + y^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad \text{ג.}$$

$$U = \frac{-kq^2}{\sqrt{2} \cdot 2d} \quad \text{ד.}$$

$$q_3 = \sqrt{\frac{2}{5}}q, \quad \vec{r}_3 = \left(\frac{R}{5}, 0, -\frac{3}{5}R \right), \quad q_4 = -q, \quad \vec{r}_4 = (0.5R, 0, -1.5R) \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$\frac{kq}{R^2} 1.04\epsilon_0 \quad \text{ג.} \quad 0 : (0, 0, 0.5R), \quad \varphi \approx 0.71 \frac{kq}{R} : (0, 0, 1.5R) \quad \text{ב.}$$

$$U = \frac{kq^2}{2R} (-0.7) \quad \text{ה.} \quad \vec{F} = \frac{kq^2}{R^2} (-0.2, 0, -0.64) \quad \text{ד.}$$

$$\frac{kq^2}{2d} (-\ln(2)) \quad \text{ב.} \quad V_T = \frac{k(-1)^n q}{((x-2dn)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{א.} \quad (10)$$

$$\sigma_T = \frac{-1}{2\pi} \left(\frac{q_1 a}{(r^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{q_2 b}{(r^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad \text{ב.} \quad E_{up} = \frac{kq_1}{|r_+|^2} \hat{r}_+ + \frac{-kq_1}{|r_-|^2} \hat{r}_- \quad \text{א. (11)}$$

$$\vec{F} = \frac{-k \frac{r_2}{d_2} q_2^2 \hat{r}}{\left(d_2 - \frac{r_2^2}{d_2}\right)^2} + \frac{k \left(q_1 + \frac{r_2 q_2}{d_2}\right) q_2 \hat{r}}{d_2^2} \quad \text{ב.} \quad \varphi_2(r_2) = \frac{kq_1}{r_2} + \frac{kq_2}{d_2} \quad \text{א. (12)}$$

$$U = \frac{1}{2} \left[\frac{-k \frac{r_2}{d_2} q_2^2}{\left(d_2 - \frac{r_2^2}{d_2}\right)} + \frac{k \left(q_1 + \frac{r_2 q_2}{d_2}\right) q_2}{d_2} - \frac{kq_1^2 \cdot \frac{r_1}{d_1}}{\left(\frac{r_1^2}{d_1} - d_1\right)} + \frac{kq_1^2}{r_2} + \frac{kq_1 q_2}{d_2} \right] \quad \text{ג.}$$

$$\vec{E}_T = \frac{k \left(3p(z - z_0)r, 0, -pr^2 + 2p(z - z_0)^2\right)}{\left(r^2 + (z - z_0)^2\right)^{\frac{5}{2}}} + \frac{k \left(3p(z + z_0)r, 0, -pr^2 + 2p(z + z_0)^2\right)}{\left(r^2 + (z + z_0)^2\right)^{\frac{5}{2}}} \quad \text{א. (13)}$$

$$\text{ג.} \quad \sigma(r) = \frac{(-2pr^2 + 4pz_0^2)}{4\pi \left(r^2 + z_0^2\right)^{\frac{5}{2}}} \quad \text{ב.}$$

$$\varphi = \frac{kq}{a} \quad \text{פוטנציאל על הספירה: (14)}$$

$$\text{מטעני הדמות הם: } q' = -q \frac{R}{a}, \text{ במיקום } q' = q \frac{R}{a}, b = \frac{R^2}{a} \text{ במרכז}$$

שדות אלקטרומגנטיים

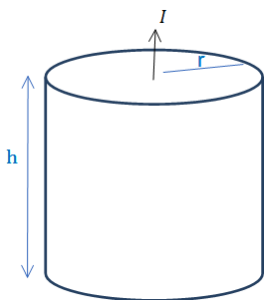
פרק 12 - נגדים, צפיפות זרם ומשוואת הרציפות

תוכן העניינים

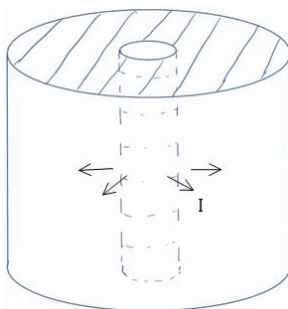
1. הרצאות ותרגילים 38

הרצאות ותרגילים:

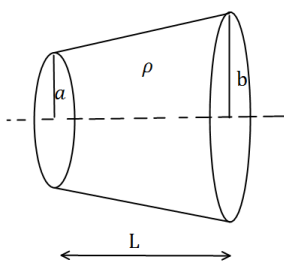
שאלות:



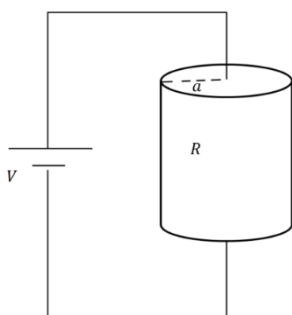
- (1) נוסחה לחישוב התנגדות ודוגמה עבור נגד גלילי גליל מלא בעל רדיוס r וגובה h עשוי מחומר בעל התנגדות סגולית משתנה $\rho = \rho_0 \frac{z}{h}$ כאשר ρ_0 נתון ו- z הוא המרחק מבסיס הגליל.
- חשב את ההתנגדות השקולה.
 - נתון שהזרם עובר בין הבסיסים (לאורך z) מחברים את הגליל למקור מתח נתון V_0 (המתח הוא בין בסיס אחד לבסיס שני).
 - מצא את הזרם הכולל בגליל.
 - מצא את צפיפות הזרם והשדה החשמלי בגליל (פתרון בסרטון הבא).



- (2) זרם רדיאלי
- קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.
- מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון הרדיאלי.
 - מחברים מקור מתח V_0 בין המעטפת הפנימית למעטפת החיצונית של הקליפה.
 - מצא את צפיפות הזרם בקליפה.
 - מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.



- (3) חרוט קטום
- נתון חרוט קטום שאורכו L , רדיוס בסיסו הקטן a ורדיוס בסיסו הגדול b . בין שני הבסיסים נתון הפרש פוטנציאלים. ההתנגדות הסגולית של החרוט היא ρ . חשבו את ההתנגדות השקולה של החרוט.



- (4) צפיפות זרם בנגד גלילי
- נגד גלילי בעל רדיוס a והתנגדות R מחובר למקור מתח V .
- מצא את צפיפות הזרם הנפחית בנגד.
 - מהי צפיפות הזרם המשטחית על הבסיס העליון?
 - מהי צפיפות הזרם המשטחית על הבסיס התחתון?

(5) אנטנת דיפול

$$I(x, t) = \begin{cases} I_0 \cos(\omega t) & |x| < \frac{b}{2} \\ 0 & |x| > \frac{b}{2} \end{cases}$$

התפלגות הזרם בתיל נתונה לפי:

כאשר: I_0, ω, b קבועים נתונים.

מצא את התפלגות המטען ליחידת אורך במרחב.

(6) צפיפות זרם ברגע נתון

$$\vec{j} = \alpha(x^3\hat{x} + y^3\hat{y} + z^3\hat{z})$$

צפיפות הזרם ברגע מסוים נתונה ע"י הנוסחה:

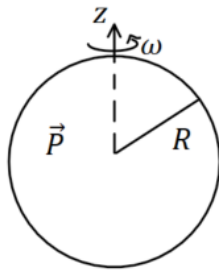
כאשר α קבועה וחיובית.

א. מהן היחידות של α ?

ב. באותו הרגע, מהו קצב השינוי בצפיפות המטען בנקודה $(1, -3, 4)$?

ג. נסמן את סך המטען בתוך כדור ברדיוס R שמרכזו בראשית הצירים ב- Q .

מצא את $\frac{dQ}{dt}$. האם Q גדל, קטן או נשאר קבוע?

(7) כדור מקוטב מסתובב


כדור שרדיוסו R מלא בחומר דיאלקטרי בקיטוב

אחד: $\vec{P} = P_0\hat{z}$. הכדור מסתובב סביב ציר ה- z

במהירות זוויתית קבועה ω .

הנח שהקיטוב אינו משתנה בעקבות הסיבוב.

א. מצא את צפיפות הזרם של המטענים הקשורים.

ב. צייר גרף של צפיפות הזרם כפונקציה של הקואורדינטות המתאימות.

ג. מה סך הזרם שעובר דרך חצי עיגול ברדיוס R שבסיסו על ציר ה- z ?

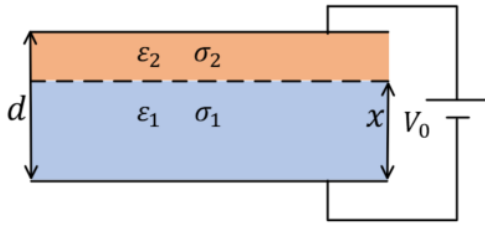
(8) צפיפות זרם בכדור מוליך עם לאפס בכדוריות

כדור מוליך ברדיוס a עשוי מחומר בעל מוליכות אחידה σ .

שפת הכדור מוחזקת בפוטנציאל: $V(a) = V_0 \cos \varphi$.

כאשר φ היא הזווית עם ציר ה- z .

מצא את צפיפות הזרם בתוך הכדור.

9) קבל עם שני חומרים דיאלקטריים מוליכים


קבל לוחות מלבני בעובי d מלא בשני חומרים דיאלקטריים מוליכים.

חומר אחד בעל מקדם דיאלקטרי ϵ_1 ומוליכות σ_1 וחומר שני בעל מקדם דיאלקטרי ϵ_2 ומוליכות σ_2 .

החומר הראשון ממלא את הקבל עד למרחק x מהלוח התחתון והחומר השני ממלא את שאר הקבל (ראה איור).

הקבל מחובר למקור מתח V_0 , הנח שהזרם בתוך הקבל קבוע.

א. מצא את הפוטנציאל במרחק x מהלוח התחתון וביחס אליו.

ב. מצא את צפיפות המטען החופשי בין החומרים.

10) שתי אלקטרודות גליליות במישור דיאלקטרי מוליך

נתון לוח אינסופי העשוי מחומר דיאלקטרי-מוליך

אחד שפאותיו מקבילות ועוביו d .

מוליכות המישור היא σ .

נתונים גם שני גלילים מתכתיים, שניהם

בעלי רדיוס A וציריהם מקבילים.

המרחק בין צירי הגלילים הוא D .

הגלילים עוברים דרך הלוח הדיאלקטרי-מוליך

כאשר ציריהם ניצבים לפאות הלוח.

מצא את הזרם שזורם בין הגלילים המתכתיים (המתארים בעצם שני

אלקטרודות) במקרים הבאים, אם נתון שהפרש הפוטנציאלים ביניהם הוא V .

א. $A \ll D$.

ב. רדיוס הגלילים אינו קטן בהרבה מחצי המרחק בין הגלילים.

(בשביל סעיף זה צריך להכיר איך מוצאים פוטנציאל של שני גלילים

מוליכים באמצעות שיטת השיקופים).

11) תיל בתחתית אגם

תיל ברדיוס A וארוך מאוד מונח בתחתית של אגם עמוק מאוד.

התיל מקביל לקרקע של האגם ומרכז התיל נמצא במרחק H ממנו.

הניחו שתחתית האגם היא מישור מוליך בעל מוליכות טובה מאוד ומוליכות

המים היא σ .

מצאו את ההתנגדות בין התיל לתחתית האגם עבור יחידת אורך של התיל.

12 קליפה כדורית עבה ומוליכה עם כדור קטן בתוכה

קליפה כדורית מוליכה בעלת רדיוס פנימי $3R$ ורדיוס חיצוני $5R$ טעונה במטען Q . המוליכות הסגולית של הקליפה תלויה במרחק ממרכז הקליפה r

לפי: $\sigma(r) = \sigma_0 \frac{r^2}{3R^2}$. בתוך החלל הפנימי של הקליפה נמצא כדור ברדיוס R

עם מוליכות גבוהה מאוד ביחס למוליכות הקליפה. מרכז הכדור מתלכד עם מרכז הקליפה. חוט מוליך (עם מוליכות גבוהה מאוד גם כן) מחבר את הכדור אל מחוץ לקליפה דרך תעלה צרה בקליפה. דרך החוט המוליך טענו את הכדור במטען $-Q$, והמתינו עד שהמערכת התייצבה.

א. כיצד מתפלג המטען על הכדור הפנימי וכיצד מתפלג המטען על הקליפה?

חיברו את הכדור להארקה לזמן קצר מאוד. בגלל המוליכות הגבוהה של הכדור (ביחס לקליפה) הפוטנציאל בו הספיק להתאפס בעוד שהתפלגות המטען על הקליפה העבה עדיין לא השתנתה. נסמן ב- $t = 0$ את רגע הניתוק מההארקה.

ב. מה המטען על הכדור ב- $t = 0$?

ג. אם נמתין זמן מספיק ארוך כיצד יתפלג המטען במרחב?

ד. חשב את השדה החשמלי במרחב כתלות במקום ובזמן.

ה. חשב את צפיפות המטען הנפחית כתלות במקום ובזמן בקליפה המוליכה.

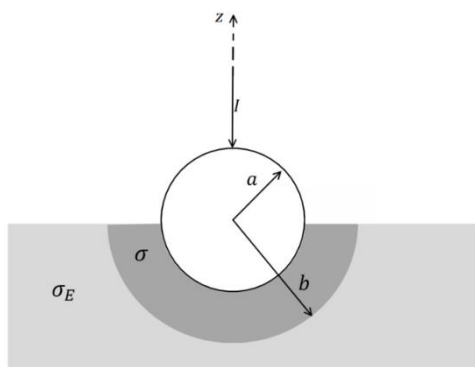
ו. שרטט גרף של צפיפות המטען בקליפה ב- $r = 4R$ כתלות בזמן.

ז. חשב את צפיפות המטען המשטחית על הדופן הפנימית ועל הדופן

החיצונית של הקליפה והשווה לסעיף ג'.

ח. הראה כי הספק החום המתפתח במוליך הוא: $\iiint \sigma(r) E^2(r, t) dv$.

ט. הראה כי האנרגיה הכוללת שהפכה לחום בקליפה שווה לשינוי באנרגיה האלקטרוסטטית של המערכת.



13 הארקה דרך כדור שקוע בקרקע

הארקה מחוברת לקרקע באופן הבא.

חוט מוביל זרם I לתוך כדור מוליך מושלם

ברדיוס a . הכדור שקוע בקרקע עד קו

המשווה שלו. סמוך לשפת הכדור נוצרת

שכבה שעוביה $a - b$ בעלת מוליכות σ .

המוליכות של האדמה היא σ_E .

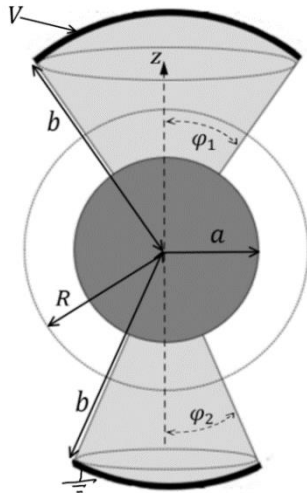
א. רשמו את תנאי השפה לפוטנציאל

האלקטרוסטטי באדמה ובשכבה מסביב לכדור.

ב. חשבו את פונקציית הפוטנציאל באזורים הנ"ל.

ג. מצאו את ההתנגדות של האדמה כולל השכבה.

ד. מהי צפיפות הזרם המשטחית על שפת הכדור (מעל המשווה ומתחת)?

**14) כדור ושתי גזרות**

המבנה באיור עשוי מהחלקים הבאים:
גזרה כדורית עליונה

בתחום: $0 \leq \varphi \leq \varphi_1, 0 \leq \theta \leq 2\pi$,

העשויה מחומר בעל מוליכות σ .

כדור מרכזי ברדיוס a עשוי מוליך מושלם

וגזרה כדורית תחתונה

בתחום: $0 \leq \varphi \leq \varphi_2, a \leq r \leq b, 0 \leq \theta \leq 2\pi$,

בעלת מוליכות σ גם כן.

על פני הגזרה העליונה מונח משטח כדורי עשוי

מוליך מושלם ברדיוס $r = b$ המחובר לפוטנציאל V .

באותו האופן מונח משטח כדורי על פני הגזרה התחתונה

עשוי מוליך מושלם ומוארק.

המשטחים מתוארים בקו העבה באיור.

א. הניחו כי צפיפויות הזרם הנפחיות בגזרה העליונה והתחתונה הן: \vec{J}_1 ו- \vec{J}_2

ורשמו את חוק שימור המטען, בצורתו האינטגרלית, על מעטפת כדורית

ברדיוס R (מסומנת במקווקו באיור).

ב. הראו כי בתוך המוליכים הסופיים הפוטנציאל מקיים את משוואת

לאפלס ורשמו את תנאי השפה לפוטנציאל.

ג. מצאו את הפוטנציאל וחשבו את השדה החשמלי בתוך המבנה ואת

צפיפות הזרם המתאימה.

ד. השתמשו בחוק אמפר האינטגרלי וחשבו את \vec{H} בגזרה העליונה.

הניחו כי השדה בכיוון $\hat{\theta}$ בלבד.

ה. הראו כי משפט פויינטינג מתקיים בגזרה העליונה.

תשובות סופיות:

$$. E = \rho_0 \frac{z}{h} \frac{I}{\pi r^2} \hat{z}, \vec{J} = \frac{I}{\pi r^2} \hat{z} \quad \text{ג.} \quad . I = \frac{V_0}{R_T} \quad \text{ב.} \quad . R_T = \frac{\rho_0 h}{2\pi r^2} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$. E = \frac{\rho V_0}{R_T 2\pi r h} \hat{r} \quad \text{ג.} \quad . \vec{J} = \frac{V_0}{R_T 2\pi r h} \hat{r} \quad \text{ב.} \quad . R_T = \frac{\rho}{2\pi h} \ln \frac{b}{a} \quad \text{א.} \quad (2)$$

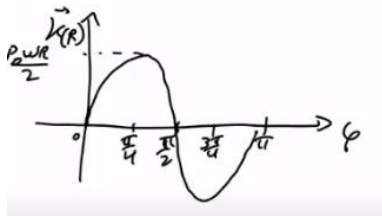
$$. R = \frac{\rho L}{\pi ab} \quad (3)$$

$$. K_r(r) = \frac{V}{2\pi a^2 R} \left(\frac{\alpha^2}{r} - r \right) \quad \text{ב.} \quad . J = \frac{V}{\pi a^2 R} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$. K_r(r) = -\frac{V}{2\pi a^2 R} \left(\frac{\alpha^2}{r} - r \right) \quad \text{ג.}$$

$$. \lambda(x, t) = \frac{I_0}{\omega} \sin(\omega t) \left(\delta \left(\frac{b}{2} - x \right) - \delta \left(\frac{b}{2} + x \right) \right) \quad (5)$$

$$. \frac{dQ}{dt} = 12\pi\alpha \cdot \frac{R^5}{5} \quad \text{ג.} \quad . \frac{d\rho}{dt} = -78\alpha \cdot m^2 \quad \text{ב.} \quad . \frac{A}{m^5} \quad \text{א.} \quad (6)$$



ב. גרף:

$$. \vec{K} = \frac{1}{2} \rho_0 \omega R \sin 2\varphi \hat{\theta} \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$. I = 0 \quad \text{ג.}$$

$$. \vec{J} = -\frac{\sigma V_0}{a} \hat{z} \quad (8)$$

$$. \sigma_\rho = \frac{(\epsilon_1 \sigma_2 - \epsilon_2 \sigma_1) V_0}{x(\sigma_2 - \sigma_1) + \sigma_1 d} \quad \text{ב.} \quad . \frac{\sigma_2 V_0 \cdot x}{x(\sigma_2 - \sigma_1) + \sigma_1 d} \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$. \frac{\sigma \pi V}{\ln \left(\frac{D}{2A} + \sqrt{\left(\frac{D}{2A} \right)^2 - 1} \right)} \quad \text{ב.} \quad . \frac{\pi \sigma d V}{\ln \frac{D-A}{A}} \quad \text{א.} \quad (10)$$

$$. R = \frac{\ln \left(\frac{H}{A} + \sqrt{\left(\frac{H}{A} \right)^2 - 1} \right)}{2\pi \sigma l} \quad (11)$$

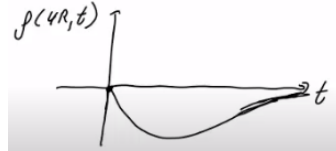
$$. \eta(3R) = \frac{Q}{4\pi(3R)^2}, \eta(5R) = 0 \quad \text{קליפה:} \quad \eta(R) = \frac{-Q}{4\pi R^2} \quad \text{א. פנימי:} \quad (12)$$

$$. q^2 = -\frac{Q}{3} \quad \text{ב.}$$

$$\eta(R) = \frac{-Q}{4\pi R^2}, \eta(3R) = \frac{Q}{4\pi(3R)^2}, \eta(5R) = \frac{2Q}{4\pi(5R)^2}, \rho = 0 \quad \text{ג.}$$

$$\rho(r,t) = -\frac{4KQ\sigma_0 t}{9R^2 r} e^{-\frac{\sigma(r)t}{\epsilon_0}} \quad \text{ה.} \quad E(r,t) = \frac{2KQ}{3r^2} \cdot e^{-\frac{\sigma(r)t}{\epsilon_0}} \quad \text{ד.}$$

ו. שרטוט:



$$\eta(3R,t) = \frac{Q}{4\pi \cdot 27R^2} \left(e^{-\frac{3\sigma_0 t}{\epsilon_0}} + 1 \right), \eta(5R,t) = \frac{2Q}{4\pi \cdot 75R^2} \left(1 - e^{-\frac{25\sigma_0 t}{3\epsilon_0}} \right) \quad \text{ז.}$$

ט. הוכחה.

ח. הוכחה.

$$\phi_1 = A_1 + \frac{I}{2\pi\sigma r}, A_1 = \frac{I}{2\pi b} \left(\frac{1}{\sigma_E} + \frac{1}{\sigma} \right), \phi_2 = \frac{I}{2\pi\sigma_E r} \quad \text{ב.} \quad \text{א. ראה סרטון. (13)}$$

$$K_\phi = \frac{I}{2\pi a} \left(\frac{\cos \phi + 1}{\sin \phi} \right) \quad \text{ד.} \quad R = \frac{1}{2\pi b} \left(\frac{1}{\sigma_E} - \frac{1}{\sigma} \right) + \frac{1}{2\pi a \sigma} \quad \text{ג.}$$

ב. ראה סרטון.

$$J_{1r} (1 - \cos \phi_1) = -J_{2r} (1 - \cos \phi_2) \quad \text{א. (14)}$$

$$A_1 = V - \frac{aKV}{(b-a)(1-K)}, B_1 = -\frac{abKV}{(b-a)(1-K)}, \phi_1 = A_1 + \frac{B_1}{r}, \phi_2 = A_2 + \frac{B_2}{r} \quad \text{ג.}$$

$$A_2 = -\frac{aV}{(b-a)(1-K)}, B_2 = \frac{abV}{(b-a)(1-K)}, K = \frac{1 - \cos \phi_2}{1 - \cos \phi_1}$$

$$\vec{H} = \frac{\sigma B_1}{r} \frac{1 - \cos \phi}{\sin \phi} \hat{\theta} \quad \text{ד.}$$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 13 - משוואות מקסוואל

תוכן העניינים

45 1. המשוואות והמעברים

המשוואות והמעברים:

שאלות:

(1) גלים בכבל קו אקסיאלי

כבל קו-אקסיאלי עשוי משתי קליפות גליליות מוליכות וארוכות מאוד בעלות רדיוסים a, b . ציר הסימטריה של הכבל הוא ציר z ובין הקליפות אין חומר. השדה החשמלי בין הקליפות נתון לפי הפונקציה:

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{E_0}{r} \cos\left(\omega t - \omega \frac{z}{c}\right) \hat{r} & a < r < b \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

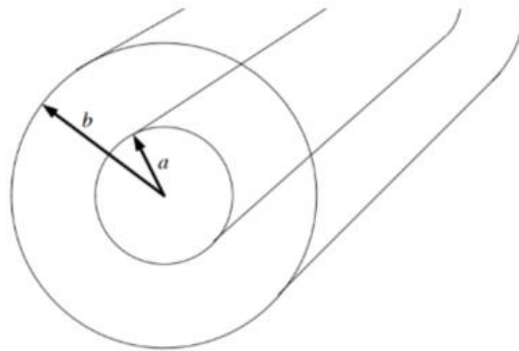
ידוע שאין זרמי DC.

א. מצא את השדה המגנטי.

ב. מצא את צפיפות הזרם המשטחית על הקליפות.

ג. מצא את צפיפות המטען המשטחית על הקליפות.

ד. הראה כי משוואת הרציפות מתקיימת.



שדות אלקטרומגנטיים

פרק 14 - חומרים דיאלקטריים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים בסיסיים (ללא ספר)

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 15 - הפוטנציאל הוקטורי

תוכן העניינים

46 1. הרצאות ותרגילים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

(1) מצא צפיפות מפוטנציאל

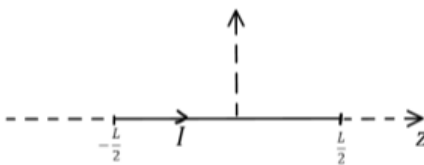
מצא את צפיפות הזרם שיצרה את הפוטנציאל הוקטורי $\vec{A} = C\hat{\phi}$ בקואורדינטות גליליות, כאשר C קבוע.

(2) פוטנציאל וקטורי של תיל סופי

תיל סופי באורך L נושא זרם I מונח לאורך ציר ה- z .

א. מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב שיוצר התיל.

ב. מצא את השדה המגנטי בנקודה מעל אמצע התיל.



(3) סליל אינסופי

נתון סליל אינסופי עם צפיפות ליפופים ליחידת אורך n ורדיוס a . מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב אם בסליל זרם I .

(4) גליל אינסופי

מצא את הפוטנציאל הוקטורי שיוצר גליל אינסופי ברדיוס a הנושא זרם I , אם צפיפות הזרם בגליל אחידה.

(5) מישור עבה עם צפיפות זרם אחידה

מישור אינסופי נמצא במקביל למישור $x - y$

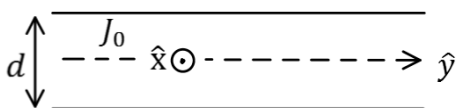
כאשר המישור $x - y$ נמצא במרכזו.

במישור צפיפות זרם אחידה $\vec{J} = J_0\hat{x}$.

עובי המישור הוא d .

א. מצא את כיוון הפוטנציאל הוקטורי במרחב.

ב. מצא את פונקציית הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב.



תשובות סופיות:

$$\vec{J} = \frac{C}{r^2} \hat{\phi} \quad (1)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I L \cdot \hat{y}}{4\pi x \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + x^2}} \quad \text{ב.} \quad \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \ln \left(\frac{z + \frac{L}{2} + \sqrt{\left(z + \frac{L}{2}\right)^2 + x^2 + y^2}}{z - \frac{L}{2} + \sqrt{\left(z - \frac{L}{2}\right)^2 + x^2 + y^2}} \right) \hat{z} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I \ln}{2} \hat{\phi} \quad r < a, \quad \vec{A} = \frac{\mu_0 I \ln a^2}{2r} \hat{\phi} \quad r > a \quad (3)$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 J_0}{2} \cdot \frac{r^2}{2} \hat{z} \quad r < a, \quad \vec{A} = \frac{\mu_0 J_0}{2} \left(\frac{a^2}{2} + a^2 \ln \frac{r}{a} \right) \hat{z} \quad r > a \quad (4)$$

$$A(z) = \begin{cases} -\mu_0 J \frac{z^2}{2} \hat{x} & |z| < \frac{d}{2} \\ -\frac{\mu_0 J d}{2} \left(z - \frac{d}{4} \right) \hat{x} & |z| > \frac{d}{2} \end{cases} \quad \text{ב.} \quad \vec{A} = A(z) \hat{x}, \quad \vec{B} = B(z) \hat{y} \quad \text{א.} \quad (5)$$

שדות אלקטרומגנטיים

פרק 16 - קוואזיסטטיקה

תוכן העניינים

48 1. הרצאות ותרגילים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) שני לוחות ומקור זרם

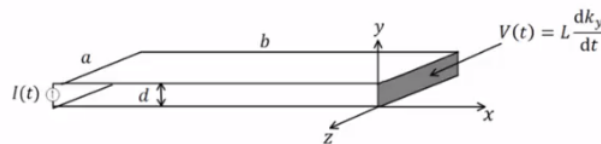
נתון התקן העשוי משני לוחות מוליכים אידיאליים בגודל $a \times b$ ומרחק d ביניהם. בצד אחד של הלוחות ישנו מקור זרם המספק זרם: $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$. בצד השני הלוחות מחוברים על יד דופן בעלת תכונות השראתיות כך שעל הדופן מתקיים: $V(t) = L \frac{dk_y}{dt}$. נתון כי על פני המקור לזרם מסדר גבוה.

כמו כן: $b \gg a \gg d$ וניתן להניח שהשדות מחוץ להתקן מתאפסים.

- חשב את השדות מסדר אפס בתוך ההתקן.
- חשב את התיקונים מסדר ראשון לשדות.
- מהי צפיפות המטען המשטחית על פני הלוח התחתון?
- חשב את התיקון מסדר שני לצפיפות הזרם המשטחית בלוח התחתון.
- השווה את $k^{(2)}$ ל- $k^{(0)}$ ותן תנאי לכונות הקירוב הקוואזיסטטי

$$\left(\frac{L}{\mu_0 d} \gg b \right) \text{ (ניתן להניח)}$$

- חשב את הווקטור פויינטינג בהתקן עד סדר ראשון.
- הראה כי משפט פויינטינג בצורתו הדיפרנציאלית מתקיים בתוך ההתקן עד סדר ראשון.

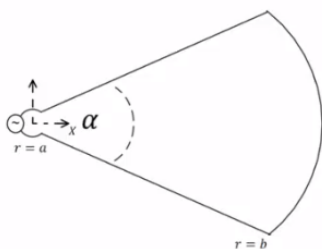


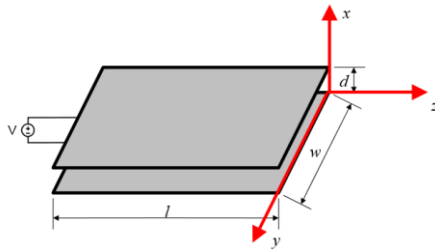
2) גיזרה גלילית

מקור זרם $I(t)$ מחובר למבנה שחתכו מתואר באיור. המבנה מורכב משני לוחות מוליכים ב- $\theta = \pm \frac{\alpha}{2}$, $a < r < b$, וחלק מקליפה גלילית מוליכה ב- $-\frac{\alpha}{2} \leq \theta \leq \frac{\alpha}{2}$, $r = b$. הרדיוס הפנימי a הינו קטן מאוד. עומק המבנה בציר z הוא l כך ש- $l \gg b$ ולכן ניתן להזניח את התלות של השדה ב- z . הנח שהשדות מחוץ למבנה מתאפסים.

$$\vec{H}^{(0)}(r, \theta, t) \text{ חשב את:}$$

- חשב את ההשראות ומתח ההדקים של המבנה.
- חשב את: $\vec{E}^{(1)}(r, \theta, t)$, הנח E בכיוון $\hat{\theta}$ בלבד.
- חשב את מתח ההדקים מתוך ערכו של E ב- $r = a$ והראה כי התוצאה זהה למה שקיבלת בסעיף ב'.



**(3) התכנסות למשוואת מקסוול**

נתונים שני לוחות מקבילים במרחק d זה מזה. אורך הלוחות הוא l ורוחבם w כאשר $d \ll l, w$. בין הלוחות בנקודה $z = -l$, מחובר מקור מתח, התנהגות המקור ב- $z = 0$ היא: $V(t) = A \cos(\omega t)$. ללא תיקונים מסדר גבוה. פתור את הסעיפים הבאים בקירוב הקוויזיסטטי.

א. מצא את $\vec{E}^{(0)}, \vec{H}^{(0)}$.

ב. מצא את $\vec{E}^{(1)}, \vec{H}^{(1)}$.

ג. מצא את הזרם הכולל I והמתח בנקודה $z = -l$. הוכח כי בסדר ראשון ההתקן מתנהג כקבל לוחות ומצא את הקיבול.

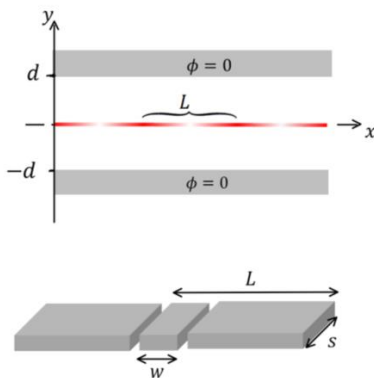
ד. מצא את $\vec{E}^{(2)}, \vec{H}^{(2)}$.

ה. מצא את הזרם הכולל I והמתח בנקודה $z = -l$. מהו מעגל התמורה של ההתקן בסדר שני?

ו. מצא את $\vec{E}^{(3)}, \vec{H}^{(3)}$.

ז. הסק באינדוקציה מהו הפתרון מסדר n כלשהו.

ח. הראה שהפתרון מתכנס לפתרון משוואות מקסוול המלאות.

**(4) קרן אלקטרונים משטחית בין שני מוליכים**

קרן משטחית של אלקטרונים נמצאת על

מישור xz ונעה בכיוון ציר x במהירות v .

צפיפות המטען של האלקטרונים בקרן

היא: $\eta(x) = \eta_0 + \eta_1 \cos\left(\frac{2\pi}{L}(x - vt)\right)$

הקרן עוברת בין שני מוליכים הנמצאים בגובה $\pm d$.

בהנחה ש- $v \ll c$ ניתן להשתמש בקירוב

הקוויזיסטטי "ולקהפיא את הבעיה" כלומר להתייחס לזמן כפרמטר קבוע בחישוב השדות.

א. מצא את הפוטנציאל בין המוליכים על ידי פתרון משוואת לפלאס מתחת ומעל הקרן.

ב. מצא את השדה החשמלי בין המוליכים.

ג. מבודדים מהלוח העליון חתיכה ברוחב L , מתוך חתיכה חותכים חתיכה

נוספת ברוחב w . מחברים בין שתי החתיכות באמצעות נגד R שהתנגדותו

נמוכה מאוד (ניתן להניח שהפוטנציאל בשתי החתיכות עדיין אפס) מצא

את המטען הכולל בחתיכה ברוחב w וההספק שהולך לאיבוד לחום בנגד.

הנח עומק החתיכה הוא s וכי $s \ll L$.

תשובות סופיות:

$$\begin{aligned}
 & \cdot E_y^{(1)} = \mu_0 \frac{\dot{I}}{a} \left(x + \frac{L}{\mu_0 d} \right), H^{(1)} = 0 \quad \text{ב.} & \cdot \vec{H}^{(0)} = -k\hat{z} = -\frac{I}{a} \hat{z}, \vec{E}^{(0)} = 0 \quad \text{א.} & (1) \\
 & \cdot K_x^{(2)} = -\frac{\varepsilon_0 \mu_0 \ddot{I}}{a} \left(\frac{x^2}{2} + \frac{Lx}{\mu_0 d} + \frac{Lb}{\mu_0 d} - \frac{b^2}{2} \right) \quad \text{ד.} & \cdot \eta^{(1)} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\dot{I}}{a} \left(x + \frac{L}{\mu_0 d} \right) \quad \text{ג.} \\
 & \cdot \vec{S} = \frac{\mu_0 \dot{I}}{Q^2} \left(x + \frac{L}{\mu_0 d} \right) (-\hat{x}) \quad \text{ו.} & \cdot \lambda \gg \frac{L}{\mu_0 d} \quad \text{ה.} \\
 & & & \text{ז. הוכחה.} \\
 & \cdot L = \frac{\mu_0 \alpha (b^2 - a^2)}{2l} \quad \text{ב.} & \cdot \vec{H}^{(0)} = -\frac{I}{l} \hat{z} \quad \text{א.} & (2) \\
 & \cdot V = \frac{\mu_0 \dot{I}}{2l} (b^2 - a^2) \alpha \quad \text{ד.} & \cdot E_\theta = \frac{\mu_0 \dot{I}}{2l} \left(r - \frac{b^2}{r} \right) \quad \text{ג.} \\
 & \cdot \vec{E}^1 = 0, \vec{H}_y^{(1)} = \frac{\varepsilon_0 \dot{V}}{d} z, K_z = -\frac{\varepsilon_0 \dot{V}}{d} z \quad \text{ב.} & \cdot \vec{E}^{(0)} = -\frac{V}{d} \hat{x}, \vec{H}^{(0)} = 0 \quad \text{א.} & (3) \\
 & \cdot E_x^{(2)} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\ddot{V}}{2d} z^2, H^{(2)} = 0 \quad \text{ד.} & \cdot I = \frac{\varepsilon_0 l w}{d} \dot{V}, C = \frac{\varepsilon_0 l w}{d} \quad \text{ג.} \\
 & \cdot E^{(3)} = 0, H_y^{(3)} = -\varepsilon_0^2 \mu_0 \frac{\ddot{V}}{2d} \frac{z^3}{3} \quad \text{ו.} & \cdot V^2 = \frac{\mu_0 l d}{2w} \ddot{I}, I^2 = 0 \quad \text{ה.} \\
 & & & \text{ז. ראה סרטון.} \\
 & & & \text{ח. הוכחה.} \\
 & \cdot \phi_1 = \frac{\eta_0}{2\varepsilon_0} (d+y) + \frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \sinh(k(y+d)) \quad \text{א.} & (4) \\
 & \cdot \phi_2 = \frac{\eta_0}{2\varepsilon_0} (d-y) - \frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \sinh(k(y-d)) \\
 & & & \cdot k = \frac{2\pi}{L}, \varphi = -Vt \quad \text{כאשר} \\
 & \cdot \vec{E}_2 = \frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \sinh(k(y-d)) \hat{x} + \quad \text{ב.} \\
 & \cdot \left(\frac{\eta_0}{2\varepsilon_0} + \frac{\eta_1}{2\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \cosh(k(y-d)) \right) \hat{y} \\
 & \cdot \vec{E}_1 = \frac{-\eta_1}{2k\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \sinh(k(y+d)) \hat{x} + \\
 & \cdot \left(\frac{-\eta_0}{2\varepsilon_0} - \frac{\eta_1}{2\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \cosh(k(y+d)) \right) \hat{y} \\
 & \cdot I_0 = \frac{5\omega k v \eta_1}{2 \cosh(kd)} \quad \text{כאשר } q \approx -5 \left(\frac{\eta_0 \omega}{2} + \frac{\eta_1 \omega \cos k\varphi}{2 \cosh(kd)} \right), \bar{\rho} = \frac{1}{2} I_0^2 R \quad \text{ג.}
 \end{aligned}$$

שדות אלקטרומגנטיים

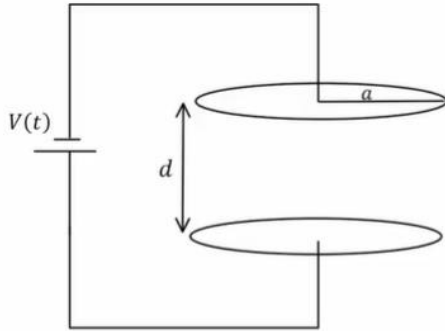
פרק 17 - וקטור פויינטינג והאנרגיה האגורה בשדות

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 51

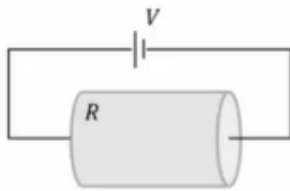
הרצאות ותרגילים:

שאלות:



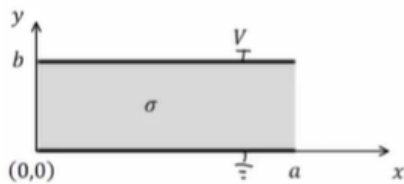
- (1) קבל לוחות עם מתח ליניארי בזמן**
קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים ברדיוס a הנמצאים במרחק $d \ll a$ זה מזה. הקבל מחובר למקור מתח התלוי לינארית בזמן $V(t) = A \cdot t$, כאשר A קבוע נתון.

- מצא את השדה החשמלי בקבל כתלות בזמן.
- מצא את השדה המגנטי בתוך הקבל ומחוץ לו.
- מצא את האנרגיה האגורה בתוך משטח סגור העוטף את הקבל.
- מצא את הוקטור פויינטינג על השפה של המשטח מסעיף ג'.
- חשב את השטף של הוקטור פויינטינג על המשטח והראה כי הוא שווה למינוס השינוי בזמן של האנרגיה מסעיף ג'.



- (2) משפט פויינטינג בנגד גלילי**
נגד גלילי בעל אורך L , רדיוס בסיס a והתנגדות R מחובר למקור מתח V .

- חשב את השדה החשמלי והמגנטי בנגד.
- חשב את הוקטור פויינטינג על השפה של הנגד.
- חשב את האנרגיה האלקטרומגנטית בנגד והראה כי משפט פויינטינג מתקיים.
- הראה כי המשפט מתקיים גם בצורה הדיפרנציאלית שלו.



- (3) מישור אינסופי במתח קבוע**
נתון מוליך בגודל $a \times b \times W$ כאשר $W \gg a, b$. נבחר את מערכת הצירים כך שהראשית בפינת המוליך. הרוחב a מקביל לציר x , הגובה b מקביל לציר y והאורך W מקביל לציר z (ראה איור). המוליכות של החומר היא σ והוא מוחזק בהפרש פוטנציאלים V .

- מה השדה החשמלי והזרם במוליך?
- מהו \vec{H} במרחב?
- מהו ההספק ליחידת נפח שמתבזבז? חשב בדרך ישירה ודרך משפט פויינטינג.

תשובות סופיות:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 A r}{2d} \hat{\theta} \quad r < a, \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 A a^2}{2rd} \hat{\theta} \quad r \geq a \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{A \cdot t}{d} \hat{z} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$U = \frac{\varepsilon_0 A^2 \pi a^2}{2d} \left(t^2 + \frac{\mu_0 \varepsilon_0 a^2}{2} \right) \quad \text{ג.} \quad \vec{S} = \frac{-A^2 \varepsilon_0 t a}{d} \pi a \quad \text{ד. ה. הוכחה.}$$

$$U_{em} = \frac{\varepsilon_0 V^2 \pi a^2}{2L} + \frac{V^2 L}{16\pi R^2} \quad \text{ג.} \quad \vec{S}_{(r=a)} = \frac{V^2 (-\hat{r})}{2\pi a L R} \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{V}{L} \hat{z}, \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 V r}{2\pi a^2 R} \hat{\theta} \quad \text{א.} \quad (2)$$

ד. הוכחה.

$$\vec{E} \cdot \vec{J} = \frac{\sigma V^2}{b^2} \quad \text{ג.} \quad H_z = \frac{\sigma V}{b} \left(x - \frac{a}{2} \right) \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = -\frac{V}{b} \hat{y}, \quad \vec{J} = -\frac{\sigma V}{b} \hat{y} \quad \text{א.} \quad (3)$$