שדות אלקטרו מגנטיים

תוכן העניינים

תוכן העניינים

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 1 - אנליזה וקטורית

תוכן העניינים

הסבר ותרגילים:

שאלות:

1) שטח דיסקה

חשב שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

2) חישוב נפח כדור

חשב נפח של כדור באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות כדוריות.

3) דיסקה עם חור

מצא את צפיפות המטען של דיסקה בעלת רדיוס R הטעונה במטען כולל Q המתפלג בצורה אחידה.

בדיסקה קדחו חור ברדיוס r, מצא את כמות המטען שהוצאה מהדיסקה.

4) מטען כולל בכדור

מצא את המטען הכולל בכדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען: $\rho(r)=\rho_0\frac{r}{R}$.

5) פירוק וקטור לרכיבים גליליים

נתון השדה הוקטורי הבא: $\vec{A}=a\hat{x}+b\hat{y}+c\hat{z}$ כאשר c , b , a קבועים נתונים.

א. האם $\vec{A}$ וקטור קבוע?

ב. מצא את הרכיבים של $\vec{A}$ בקואורדינטות גליליות ובטא אותן בעזרת: z , θ , r.

6) פירוק וקטור לרכיבים בקואורדינטות כדוריות

נתון השדה הוקטורי הבא: $\vec{A}=a\hat{x}+b\hat{y}+c\hat{z}$ כאשר c , b , a קבועים נתונים.

מצא את הרכיבים של $\vec{A}$ בקואורדינטות כדוריות ובטא אותן בעזרת: θ , φ , r.

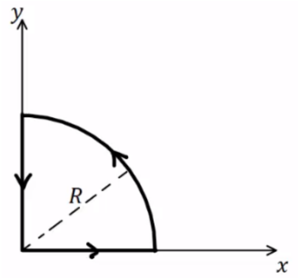
7) divr

חשב את $\vec{\nabla}\cdot\vec{r}$ כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור המיקום. בצע את החישוב בקואורדינטות קרטזיות גליליות וכדוריות.

8) הוכחה של דיברגנט של סקלרית כפול וקטורית

הוכח את הזהות הבאה: $\vec{\nabla}\cdot\left(f\vec{A}\right)=f\cdot\vec{\nabla}\cdot\vec{A}+\vec{A}\cdot\vec{\nabla}f$ כאשר $\vec{A}$ היא פונקציה וקטורית כלשהיא ו- f היא פונקציה סקלרית כלשהיא.

9) אינטגרל קווי על רבע מעגל



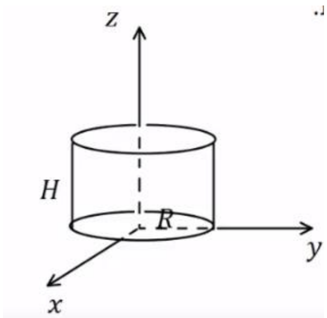
נתונה הפונקציה הוקטורית הבאה: $\vec{F}=2\hat{r}+3\hat{\varphi}-5\hat{\theta}$

בקואורדינטות כדוריות כאשר φ היא הזווית עם ציר z.

א. חשב את: $\oint\vec{F}\cdot d\vec{l}$ לאורך המסלול הרבע מעגלי באיור.

ב. חשב את: $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}\cdot d\vec{s}$ על השטח שכלוא בתוך המסלול.

10) אינטגרל על מעטפת גלילית



נתונה הפונקציה הוקטורית הבאה: $\vec{F}=ar\hat{r}+b\hat{\theta}+czz$,

בקואורדינטות גליליות, כאשר c , b , a קבועים נתונים.

נתונה מעטפת גלילית ברדיוס R וגובה H הנמצאת כך שציר הסימטריה שלה הוא ציר ה-z ובסיסה מונח על מישור xy.

א. חשב את: $\oint\vec{F}\cdot d\vec{s}$ על כל שטח המעטפת הגלילית.

ב. חשב בצורה מפורשת את: $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}dv$ על הנפח הכלוא בתוך המעטפת.

11) מצא וקטור יחידה מאונך לפונקציה

מצא וקטור יחידה המאונך לפונקציה: $f=ax^2+by^2+cz^2$.

הוקטור צריך להיות פונקציה של: z , y , x .

12) מציאת רכיב בכיוון הגרדיאנט

נתונה הפונקציה הסקלרית: $f\left(x,y,z\right)=2xy$,

והפונקציה הוקטורית: $\vec{A}=2\hat{x}+5\hat{y}-4\hat{z}$.

א. חשב את: $\vec{\nabla}f$.

ב. מצא את הרכיב של $\vec{A}$ בכיוון של $\vec{\nabla}f$ בנקודה המתאימה ל- $f=12$, $x=2$.

13) הוכחה של דיב-רוט שווה לאפס

הוכח כי: $\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right)=0$.

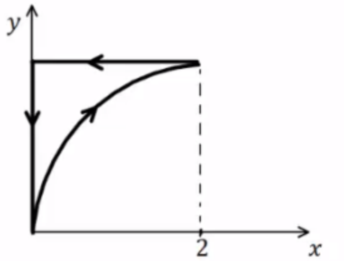
14) חוק סטוקס על מסלול של קווים ישרים

נתון השדה הוקטורי: $\vec{A}=y\hat{x}-x\hat{y}$.

א. חשב את האינטגרל הקווי: $\oint \vec{A}\cdot d\vec{l}$ לאורך המסלול המתואר ע"י הקווים הישרים המחברים בין הנקודות הבאות במישור xy:
$(0,0)\to(2,0)\to(0,1)\to(0,0)$.

ב. חשב את האינטגרל המשטחי: $\int \vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{s}$ על השטח הסגור בתוך המסלול של סעיף א'.

15) חוק סטוקס על מסלול פרבולי



נתון שדה וקטורי: $\vec{A}=x^2y\hat{x}+y^2x\hat{y}+C\cos(\beta y)\hat{z}$

כאשר β ו- C קבועים נתונים.

א. חשב את האינטגרל: $\oint \vec{A}\cdot d\vec{l}$ על המסלול המתואר באיור.
משוואת העקום היא: $y^2=bx$ כאשר b קבוע נתון.

ב. חשב את האינטגרל: $\int \vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{s}$ על השטח התחום ע"י המסלול.

תשובות סופיות:

1) $S=\pi R^2$.

2) $V=\dfrac{4\pi R^3}{3}$.

3) $q=Q\left(\dfrac{r}{R}\right)^2$, $\sigma=\dfrac{Q}{\pi R^2}$.

4) $Q=\rho_0\pi R^3$.

5) א. כן. ב. $A_r=a\cos\theta+b\sin\theta$, $A_Q=-a\sin\theta+b\cos\theta$, $A_z=C$.

6) $A_r=a\sin\varphi\cos\theta+b\sin\varphi\sin\theta+C\cos\varphi$, $A_\varphi=a\cos\varphi\cos\theta+b\cos\varphi\sin\theta-C\sin\varphi$,
$A_\theta=-a\sin\theta rb\cos\theta$.

7) $\vec{\nabla}\cdot\vec{r}=3$.

8) הוכחה.

9) א. $\oint\vec{F}\cdot d\vec{l}=-5R\dfrac{\pi}{2}$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}\cdot d\vec{s}=-5R\dfrac{\pi}{2}$.

10) א. $\oint\vec{F}\cdot d\vec{s}=(2a+C)\pi R^2H$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}dv=(2a+C)\pi R^2H$.

11) $\hat{n}=\dfrac{1}{\sqrt{(ax)^2+(by)^2+(cz)^2}}(ax,by,cz)$.

12) א. $\vec{\nabla}f=2y\hat{x}+2x\hat{y}+0\cdot\hat{z}$. ב. $\dfrac{16}{13}(3,2)$.

13) הוכחה.

14) א. $\oint\vec{A}\cdot d\vec{l}=-2$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot=-2$.

15) א. $\oint\vec{A}\cdot d\vec{l}=-\dfrac{1}{21}2^{\frac{7}{2}}b^{\frac{1}{2}}+\dfrac{2^{\frac{5}{2}}}{5}b^{\frac{3}{2}}$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{s}=\dfrac{2^{\frac{5}{2}}}{5}b^{\frac{3}{2}}-\dfrac{2^{\frac{7}{2}}}{21}b^{\frac{1}{2}}$.

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 2 - אינטגרלים משטחיים ושימושיהם

תוכן העניינים

אינטגרלים משטחיים מסוג I

שאלות

בשאלות **1-5** חשב את האינטגרל המשטחי:

1) $\iint\limits_S x^2yzdS$, כאשר S הוא המישור $z=1+2x+3y$,
מעל המלבן $R=[0,3]\times[0,2]$.

2) $\iint\limits_S xdS$, כאשר S הוא המשטח $y=x^2+4z$, $0\le z\le 2$, $0\le x\le 2$.

3) $\iint\limits_S yzdS$, כאשר S הוא המישור $z=y+3$, שכלוא בתוך הגליל $x^2+y^2=1$.

4) $\iint\limits_S \left(x^2z+y^2z\right)dS$, כאשר S הוא חצי הכדור $x^2+y^2+z^2=4$, $z\ge 0$.

5) $\iint\limits_S xyzdS$, כאשר S הוא חלק החרוט $\mathbf{r}(u,v)=u\cos v\mathbf{i}+u\sin v\mathbf{j}+3u\mathbf{k}$,
המקיים $0\le v\le\frac{\pi}{2}$, $1\le u\le 2$.

6) חשב את **שטח הפנים** של כדור בעל רדיוס R.

7) היריעה הדקה S היא חלק הפרבולואיד $z=x^2+y^2$, שמתחת למישור $z=1$,
וצפיפותה $\delta(x,y,z)=\delta_0$, קבועה.
חשב את **מסת** היריעה.

תשובות סופיות

1) $171\sqrt{14}$

2) $\frac{33\sqrt{33}-17\sqrt{17}}{6}$

3) $\pi\sqrt{2}/4$

4) 16π

5) $93/\sqrt{10}$

6) $4\pi R^2$

7) $\frac{\pi\delta_0}{6}\left(5\sqrt{5}-1\right)$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 3 - משפט הדיברגנץ (גאוס)

תוכן העניינים

משפט הדיברגנץ (גאוס)

שאלות

בשאלות **1-3** אשר את משפט הדיברגנץ.

כלומר, חשב את האינטגרל $\iint_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}ds$, ואת האינטגרל $\iiint_G div\mathbf{F}dV$,

והראה שהם שווים זה לזה ($\mathbf{n}$ הוא נורמל חיצוני של S).

(ראה הערת סימון בעמוד הבא)

1) $\mathbf{F}=(2x-z)\mathbf{i}+x^2y\mathbf{j}-xz^2\mathbf{k}$; S הוא פני הקובייה G,
הנקבעת ע"י המישורים: $x=0,\ x=1,\ y=0,\ y=1,\ z=0,\ z=1$.

2) $\mathbf{F}=x\mathbf{i}-2y\mathbf{j}+3z\mathbf{k}$; S הוא פני הכדור G, $x^2+y^2+z^2=1$.

3) $\mathbf{F}=(2xy+z)\mathbf{i}+y^2\mathbf{j}-(x+3y)\mathbf{k}$; S הוא פני הפירמידה G,
הנקבעת ע"י המישורים: $2x+2y+z=6,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

4) יהי S פני הגוף הכלוא בגליל $x^2+y^2=9$, בין המישורים $z=0$ ו-$z=2$.
חשב את **השטף** של השדה הווקטורי $\mathbf{F}=x^3\mathbf{i}+y^3\mathbf{j}+z^2\mathbf{k}$ דרך S.
כלומר, חשב את $\iint_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}ds$, כאשר $\mathbf{n}$ הוא נורמל חיצוני של S.

5) חשב את $\iint_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}ds$, כאשר $\mathbf{n}$ הוא נורמל חיצוני של S.

$\mathbf{F}=\left(z^2-x\right)\mathbf{i}-xy\mathbf{j}+3z\mathbf{k}$; S הוא פני הגוף החסום על ידי:

$x=0,\ x=3,\ z=4-y^2,\ z=0$.

6) חשב את $\iint_S xz^2dydz+\left(x^2y-z^3\right)dzdx+\left(2xy+y^2z\right)dxdy$,

כאשר S הוא פני הגוף החסום על ידי $z=0$, $z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$.

7) יהי S משטח <u>פתוח</u> $x^2+z^2=16$, $0\le y\le 4$ (גליל ללא הבסיסים).
חשב את **השטף** דרך S של השדה הווקטורי $\mathbf{F}=z^2\mathbf{i}+5y\mathbf{j}+x^5\mathbf{k}$.
כלומר, חשב את $\iint_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}ds$, כאשר $\mathbf{n}$ הוא נורמל חיצוני של S.

8) חשב את $\iint\limits_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}ds$, כאשר $\mathbf{n}$ הוא נורמל חיצוני של S.

$$\mathbf{F}=\left(\frac{x^2y}{1+y^2}+6yz^2\right)\mathbf{i}+2x\arctan y\mathbf{j}-\frac{2xz(1+y)+1+y^2}{1+y^2}\mathbf{k}\ ;$$

S הוא חלק הפרבולואיד $z=4-x^2-y^2$, שבו $z\ge 0$ (המשטח פתוח).

הערת סימון

לפי משפט הדיברגנץ, בהינתן שדה וקטורי $\mathbf{F}=f(x,y,z)\mathbf{i}+g(x,y,z)\mathbf{j}+h(x,y,z)\mathbf{k}$,

מתקיים: $\iiint\limits_G div\mathbf{F}dV=\iint\limits_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}dS$.

ניסוחים נוספים של משפט הדיברגנץ:

$$\iiint\limits_G \nabla\cdot\mathbf{F}dV=\iint\limits_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}dS$$

$$\iiint\limits_G \left(f_x+g_y+h_z\right)dV=\iint\limits_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}dS$$

$$\iiint\limits_G \left(f_x+g_y+h_z\right)dV=\iint\limits_S fdydz+gdzdx+hdxdy$$

תשובות סופיות

1) הערך המשותף הוא $\frac{11}{6}$.

2) הערך המשותף הוא $\frac{8}{3}\pi$.

3) הערך המשותף הוא 27.

4) 279π

5) 16

6) $\frac{2\pi a^5}{5}$

7) 0

8) -4π

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 4 - משפט סטוקס (גרין במרחב)

תוכן העניינים

משפט סטוקס

שאלות

בשאלות **1-3** בדוק שמשפט סטוקס אכן מתקיים.

כלומר, חשב את האינטגרל $\iint_S (\text{curl}\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}ds$, ואת האינטגרל $\oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$,

והראה שהם שווים זה לזה (ראה הערת סימון בעמוד הבא).

1) $\mathbf{F}=2z\mathbf{i}+3x\mathbf{j}+5y\mathbf{k}$; S חלק הפרבולואיד $z=4-x^2-y^2$, שבו $z\geq 0$.

2) $\mathbf{F}=\left(x^2+y-4\right)\mathbf{i}+\left(-3xy\right)\mathbf{j}+\left(2xz+z^2\right)\mathbf{k}$; S הוא שפת חצי כדור שמרכזו בראשית, רדיוסו 4 והוא נמצא מעל המישור xy.

3) $\mathbf{F}=(y+z)\mathbf{i}-xz\mathbf{j}+y^2\mathbf{k}$; S הוא משטח התחום בשמינית הראשונה, החסום על ידי המישורים $2x+z=6,\ y=2$, ושאינו כלול

א. במישור xy.

ב. במישור $y=2$.

ג. במישור $2x+z=6$.

4) חשב את האינטגרל $\oint_C x^2dx+4xy^3dy+y^2xdz$, כאשר C עקומה בצורת מלבן מ- $(0,0,0)$ ל- $(0,3,3)$, משם ל- $(1,3,3)$ ומשם ל- $(1,0,0)$.

5) חשב את האינטגרל $\oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$, כאשר $\mathbf{F}=\left(x+y^2\right)\mathbf{i}+\left(y+z^2\right)\mathbf{j}+\left(z+x^2\right)\mathbf{k}$; ו- C היא שפת המשולש, שקדקודיו הם $(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)$, וכיוונה הפוך לכיוון השעון (במבט מלמעלה, מהכיוון החיובי של ציר ה- z).

6) חשב את $\iint_S (\nabla\times\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}dS$, כאשר $\mathbf{F}=yz\mathbf{i}+xz\mathbf{j}+xy\mathbf{k}$; ו- S הוא החלק של הכדור $x^2+y^2+z^2=4$, הכלוא בתוך הגליל $x^2+y^2=1$, ומעל למישור xy.

7) חשב את $\iint_S (\nabla\times\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}dS$, כאשר $\mathbf{F}=(x-z)\mathbf{i}+(x^3+yz)\mathbf{j}-3xy^2\mathbf{k}$;
ו- S הוא משטח החרוט $z=2-\sqrt{x^2+y^2}$, מעל למישור- xy .

הערת סימון

לפי סטוקס, בהינתן שדה וקטורי $\mathbf{F}(x,y,z)=f(x,y,z)\mathbf{i}+g(x,y,z)\mathbf{j}+h(x,y,z)\mathbf{k}$,

מתקיים: $\oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}=\iint_S (\text{curl}\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}dS$.

ניסוחים נוספים של משפט סטוקס :

$$\oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}=\iint_S (\text{curl}\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}dS$$
$$\oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}=\iint_S (\text{Rot}\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}dS$$
$$\oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}=\iint_S (\nabla\times\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}dS$$
$$\oint_C fdx+gdy+hdz=\iint_S \left((h_y-g_z)\mathbf{i}+(f_z-h_x)\mathbf{j}+(g_x-f_y)\mathbf{k}\right)\cdot\mathbf{n}dS$$

תשובות סופיות

1) הערך המשותף הוא 12π.
2) הערך המשותף הוא -16π.
3) הערך המשותף הוא : א. -6 ב. -9 ג. -18
4) -90
5) -1
6) 0
7) 12π

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 5 - חוק קולון

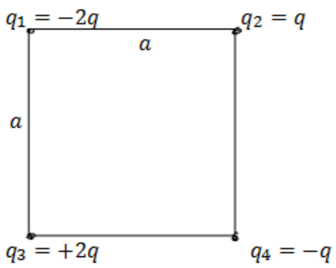
תוכן העניינים

חוק קולון וסופרפוזיציה:

שאלות:

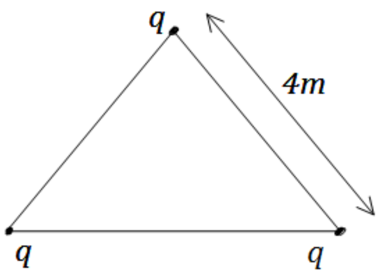
1) מטען בפינת ריבוע

חשב את הכוח הפועל על המטען שבפינה התחתונה הימנית של הריבוע שבשרטוט.
q ו- a נתונים.



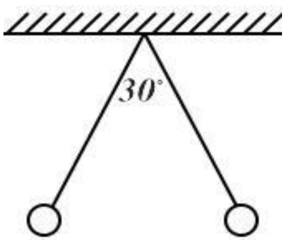
2) מטענים בקודקודי משולש

שלושה מטענים זהים נמצאים על קדקודיו של משולש שווה צלעות.
גודל כל מטען הוא $q = 2\mu C$ ואורך צלע המשולש היא $4m$.
מצא את הכוח שמרגיש כל מטען כתוצאה מהמטענים האחרים.



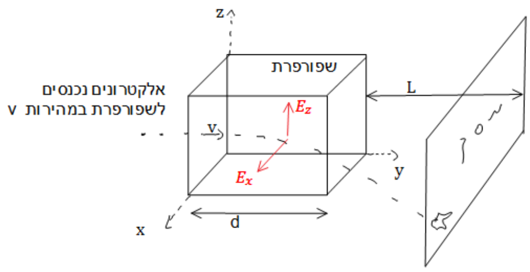
3) שני כדורים תלויים

שני כדורים בעלי מסה m ומטען זהה תלויים מהתקרה ע״י חוטים בעלי אורך L.
הזווית בין החוטים היא 30 מעלות.
מצא את מטען הכדורים.

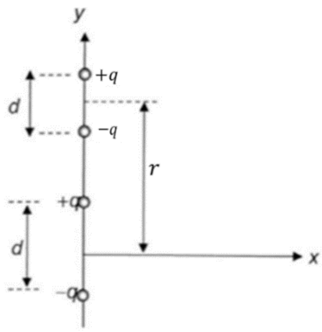


4) שפורפרת טלוויזיה

אלקטרונים נכנסים לשפופרת במהירות V נתונה.
בשפופרת יש שדה קבוע בשני הכיוונים הניצבים למהירות כניסת האלקטרונים.
אורך השפופרת הוא d.
חשב את נקודת הפגיעה של האלקטרונים במסך הנמצא במרחק L מקצה השפורפרת.
הנח כי d<<L וכי מסת ומטען האלקטרון ידועים.



5) דיפול מפעיל כוח על דיפול



דיפול חשמלי מורכב משני מטענים נקודתיים $\pm q$ הנמצאים בנקודות $\left(0,\pm\frac{d}{2}\right)$ (ראו איור).

א. חשבו את השדה החשמלי שיוצר הדיפול בנקודה $(y,0)$ שעל ציר ה- y.

ב. השתמשו בתוצאת הסעיף הקודם וחשבו את הכוח שמפעיל הדיפול הנ"ל על דיפול נוסף שמטעניו גם כן $\pm q$ המרוחקים זה מזה מרחק d (המצוי על ציר ה- y גם כן) ואשר מרכזו במרחק r ממרכזו הדיפול הראשון. הניחו ש-$r > d$.

ג. למה תצטמצם תשובתכם לסעיף קודם עבור $r >> d$? *
הדרכה: השתמשו בפיתוח לטור טיילור (או מקלורן) של פונקציית החזקה: $(1+x)^n \approx 1+nx+\frac{n(n-1)}{2}x^2...+$.

תשובות סופיות:

1) $\frac{kq^2}{a^2}\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

2) $3.897\cdot 10^{-3}\ \mathrm{N}$

3) $\sqrt{\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{k}}\tan(15°)\mathrm{L}^2\left(2-\sqrt{3}\right)}$

4) $\frac{|e|\mathrm{E_x d\cdot L}}{\mathrm{mv}^2}$, $z \approx \frac{|e|\mathrm{E_z d\cdot L}}{\mathrm{mv}^2}$

5) א. $\vec{E}(y)=kq\left[\frac{1}{\left(y-\frac{d}{2}\right)^2}-\frac{1}{\left(y+\frac{d}{2}\right)^2}\right]\hat{y}$

ב. $\vec{F}=kq^2\left[\frac{2}{r^2}-\frac{1}{(r+d)^2}-\frac{1}{(r-d)^2}\right]\hat{y}$

ג. $\vec{F}=-\frac{6d^2kq^2}{r^4}\hat{y}$

התפלגות מטען רציפה:

שאלות:

1) התפלגות מטען רציפה-תיל מכופף

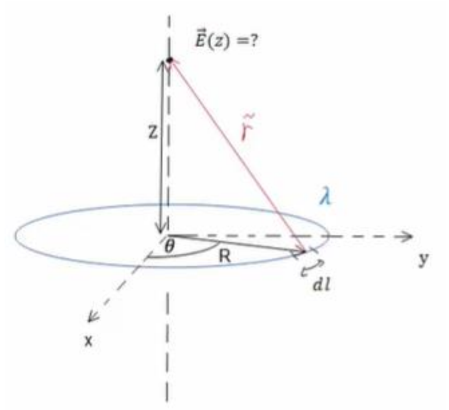
תיל אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליח' אורך λ מכופף לחצי מעגל בעל רדיוס R.
מצא את השדה במרכז חצי המעגל.

2) שדה של טבעת ודסקה

נתונה טבעת בעלת רדיוס R וצפיפות מטען ליחידת אורך λ.

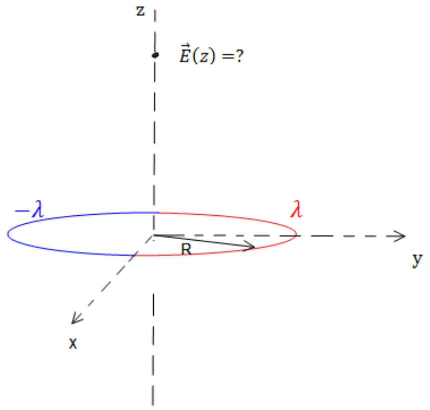
א. חשב את השדה של טבעת ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען ליחידת אורך λ לאורך ציר הסימטריה של הטבעת.

ב. חשב את השדה החשמלי של דיסקה ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען σ לאורך ציר הסימטריה של הדיסקה.



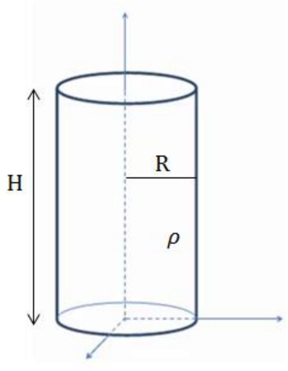
3) טבעת חצי חצי

נתונה טבעת בעלת רדיוס R.
חציה האחד של הטבעת טעון בצפיפות מטען λ וחציה השני טעון בצפיפות $-\lambda$.
מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה של הטבעת.

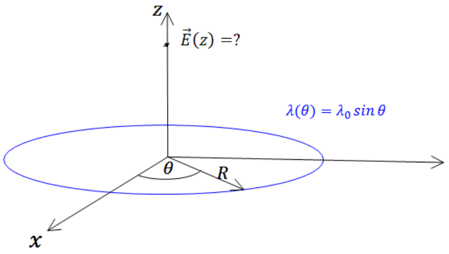


4) שדה של גליל מלא

גליל מלא בעל רדיוס R וגובה H טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.
מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה של הגליל (בתוך ומחוץ לגליל).



5) טבעת עם צפיפות לא אחידה



טבעת ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משתנה התלויה בזווית עם ציר ה- x.

$\lambda(\theta)=\lambda_0 \sin\theta$.

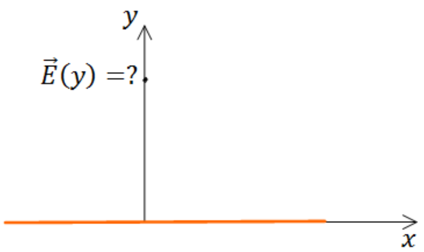
R , λ_0 קבועים נתונים.

א. מהו סך המטען על הטבעת?

ב. מצא את השדה החשמלי בכל נקודה על ציר הסימטריה של הטבעת (גודל וכיוון).

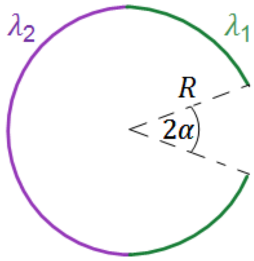
ג. מצא מהו השדה החשמלי עבור $z >> R$. איזה שדה מאפיין מתקבל? ומדוע? (סעיף זה קשור לנושא של דיפולים).

6) שדה של תיל סופי



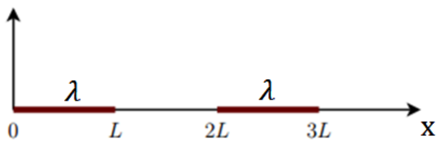
תיל סופי באורך L טעון במטען כולל Q המפולג בצורה אחידה.
חשב את השדה החשמלי לאורך ציר המאונך לתיל והעובר במרכזו.

7) שדה של טבעת עם חלק חסר



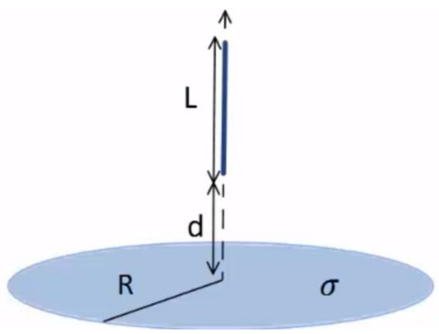
במערכת הבאה ישנה טבעת ברדיוס R שחציה הימני טעון בצפיפות מטען λ_1 וחציה השמאלי טעון בצפיפות מטען λ_2.
לחציה הימני חסר חלק באורך קשת הנשען מול הזווית 2α.
מצא את השדה במרכז הטבעת.

8) כוח של מוט על מוט



שני מוטות בעלי אורך L טעונים בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ.
שני המוטות מונחים על ציר ה- x כפי שנראה בציור.
מצא את הכוחות שמפעילים המוטות אחד על השני.

9) כוח של מוט על דסקה



במערכת הבאה ישנה דסקה (מלאה) ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ. מוט באורך L מונח לאורך ציר הסימטריה של הדסקה ובגובה d מעל מרכזה (ראה איור).
המוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ.
מצא מה הכוח שמפעיל המוט על הדסקה.

10) חרוט קטום**

מטען q נמצא בקודקודו של משטח בצורת חרוט בעל חצי זווית מפתח השווה ל- θ ואורך הקו היוצר הוא l (ראו איור).
החרוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידית שטח σ .

א. האם ניתן לחשב את הכוח על המטען אם המטען נמצא ממש בקצה החרוט?

כעת מסירים את חציו העליון של החרוט כך שנשאר חרוט קטום.

ב. חשבו את הכוח הפועל על המטען מהחרוט.
(הדרכה: השתמש בסופרפוזיציה של טבעות, השטח של טבעת אינפיניטסימלית בעובי dr הנמצאת במרחק r מקודקוד החרוט הוא: $dS = 2\pi r \sin\theta dr$ בקואורדינטות כדוריות).

ג. עבור איזו זווית θ הכוח מקסימאלי? מה קורה כאשר: $\theta = \frac{\pi}{2}$?

תשובות סופיות:

1) 0

2) א. $\frac{k\lambda R\pi z}{\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\begin{cases}\hat{z} & z>0\\ -\hat{z} & z<0\end{cases}$ ב. $2\pi k\sigma z\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}}\right)$

3) $2\cdot\frac{-k\lambda R^2 2}{\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

4) $2\pi\sigma k$

5) א. 0 ב. $-\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$ ג. $-\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{z^3}$

6) $\frac{kQ}{y\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2+y^2\right)^{\frac{1}{2}}}$

7) $\frac{k}{R}\left[\lambda_1\left(2\sin\alpha-2\right)+\lambda_2\cdot 2\right]$

8) $kx^2\ln\left|\frac{4}{3}\right|$

9) $2\pi k\sigma\lambda\left[L-\left(\sqrt{R^2}+\left(L+d\right)^2\right)-\sqrt{R^2+d^2}\right]$

10) א. לא, כי המרחק בין המטען למטענים בקודקוק הוא אפס ואי אפשר לחשב כוח כאשר המרחק הוא אפס. ב. $\vec{F}=q\pi\sigma k\sin\left(2\theta\right)\ln 2\cdot\hat{z}$.
ג. החרוט הקטום הופך לדיסקה עם חור והשדה במרכז מתאפס.

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 6 - עבודה ואנרגיה -בפרק מוסבר חישובי עבודה ואנרגיה של כוח כללי שאינו קבוע אבל אתם יכולים להתייחס לכוח כאילו הוא שדה חשמלי והשאר זהה

תוכן העניינים

חישוב עבודה לכוח לא קבוע:

שאלות:

1) חישוב עבודה במסלולים שונים

חשב את העבודה שמבצע הכוח: $\vec{F}=xx+yxy$ בין הנקודה $A(0,0)$ לנקודה $B(2,4)$:

א. דרך המסלול של הקו הישר המחבר בין הנקודות.

ב. דרך מסלול המקביל לציר ה-x עד לנקודה $C(2,0)$ ולאחר מכן דרך המסלול המקביל לציר ה-y עד לנקודה B.

ג. דרך המסלול $y=x^2$.

ד. דרך המסלול $y(t)=4t^2,\ x(t)=2t$.

2) כוח בשלושה מימדים

נתון הכוח: $\vec{F}=zx^2\hat{x}+xzy\hat{y}+2y\hat{z}$.

א. חשב את העבודה של הכוח דרך המסלול היוצא מהנקודה $A(1,2,3)$ עד לנקודה $B(2,3,5)$ כאשר המסלול יוצא מ-A במקביל לציר ה-Y עד לנקודה $C(1,3,3)$ ולאחר מכן מ-C במקביל לציר ה-Z ועד לנקודה $D(1,3,5)$ ולאחר מכן מהנקודה D במקביל לציר ה-X עד לנקודה B.

ב. חשב את העבודה של הכוח מהנקודה $A(0,0,-1)$ עד הנקודה $B(4,4,5)$ לאורך המסלול הנתון לפי המשוואות: $x(t)=2t\ ;\ y(t)=t^2\ ;\ z(t)=3t-1$.

3) חישוב עבודה של כוח במסלול מעגלי ואלפטי

נתון הכוח הבא: $\vec{F}=a(2x+4y)x+b(4x-2y)y$

א. מצא תנאי על a ו-b כך שהכוח יהיה משמר.

ב. מצא את העבודה שעושה הכוח על גוף הנע במסלול סגור לאורך מעגל המתואר ע"י: $\vec{r}=R\cos\theta x+R\sin\theta y$ כאשר הגוף מתחיל את תנועתו מהנקודה $(R,0)$.

ג. מצא את העבודה שעושה הכוח על גוף הנע במסלול סגור לאורך אליפסה המתוארת ע"י: $\vec{r}=d\cos\theta x=k\sin\theta y$ כאשר הגוף מתחיל את תנועתו מהנקודה $(d,0)$.

תשובות סופיות:

1) א. $W_{A\to B}=\frac{4}{2}+\frac{4\cdot 8}{3}$ ב. $W_{A\to B}=18$ ג. $W_{A\to B}=2+\frac{64}{5}$

ד. $W_{A\to B}=2+\frac{64}{5}$

2) א. 26.67J ב. 128J

3) א. $\vec{\nabla}\times\vec{F}=0\Rightarrow a=b$ ב. $W=R^2\left(0-4a\pi+4b\pi\right)$ ג. $W=k\cdot d\left(0-4a\pi+4b\pi\right)$

איך בודקים האם כוח הוא משמר:

שאלות:

1) **דוגמה**

נתון הכוח F: $\vec{F}=-2xyx+\left(x^2-z\right)y+y\hat{z}$.

בדוק האם הכוח F משמר?

תשובות סופיות:

1) משמר.

נקודת שיווי משקל:

שאלות:

1) שעון תלוי

שעון קיר תלוי באמצעות מסמר הנמצא בקצהו העליון.
ניתן לסובב את כל השעון (לא את המחוגים) סביב המסמר.

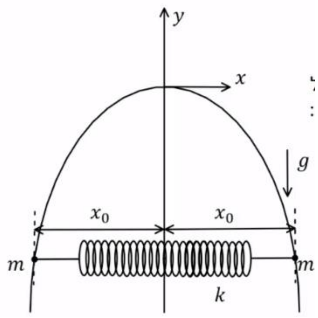
א. מצא באילו מצבים השעון יהיה בשיווי משקל וקבע עבור כל מצב איזה סוג שיווי משקל הוא.

ב. חזור על סעיף א׳ אם המסמר תקוע במרכז השעון (השעון עדיין יכול להסתובב סביב המסמר).

2) אנרגיה פוטנציאלית בשיווי משקל

האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף נתונה לפי הפונקציה הבאה: $U=(x-4)^2+x^3$.
מצא את נקודת שיווי המשקל ומיין אותה לסוגים הרלוונטיים.

3) קפיץ וחרוזים על תיל קשיח מכופף



תיל קשיח מכופף בצורת פרבולה המתאימה לפונקציה: $y=-Ax^2$ כאשר A קבוע נתון.
על התיל מושחלים שני חרוזים זהים בעלי מסה m, אחד בכל צד.
קפיץ אופקי בעל קבוע k ואורך רפוי l מחבר בין החרוזים (ראה איור).
חשב את המרחק האופקי x_0 של כל חרוז מציר ה- y במצב של שיווי משקל.
הנח כי הקפיץ והחרוזים נמצאים תמיד באותו הגובה.
הדרכה: כתוב ביטוי לאנרגיה הפוטנציאלית כפונקציה של x בלבד.

תשובות סופיות:

1) א. כשהשעון למטה שיווי משקל יציב וכשהשעון הפוך ב- $180°$ שיווי משקל רופף.
ב. השעון בשיווי משקל אדיש.

2) $U''(x_1)=6\cdot\frac{4}{3}+2>0$, x_1 נק' מינימום $\Leftarrow$ ש.מ. יציב.

$U''(x_2)=-2\cdot 6+2<0$, x_2 נק' מקסימום $\Leftarrow$ ש.מ. רופף.

3) $x_0=\frac{kl}{2k-2mgA}$

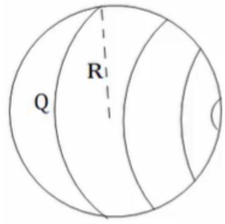
שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 7 - חוק גאוס

תוכן העניינים

הסברים בסיסיים:

שאלות:



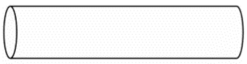
1) שדה של קליפה כדורית

נתונה קליפה כדורית בעלת רדיוס R.
מצא את השדה.

2) שדה של תיל אינסופי

נתון תיל אינסופי בעל צפיפות λ.
מצא את השדה במרחב.

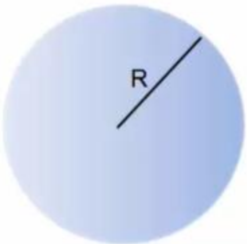
3) שדה של גליל אינסופי



נתון גליל אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת נפח ρ ורדיוס ב-R.
מצא את השדה במרחב.

4) שדה של לוח אינסופי

נתון משטח אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת שטח σ .
מצא את השדה במרחב.



5) שדה של כדור עם צפיפות לא אחידה

נתון כדור בעל רדיוס R וצפיפות התלויה במרחק ממרכז הכדור. r קבוע ונתון : $\rho(r)=\rho_0\frac{r}{R}$.
מצא את התפלגות השדה במרחב (בתוך ומחוץ לכדור).

6) לוח עם עובי

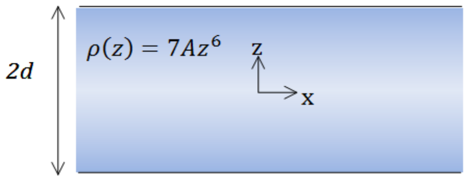
נתון מישור בעל שטח A ועובי d.
המישור טעון בצפיפות מטען קבועה
ליחידת נפח ρ .

א. מצא את השדה רחוק מאוד מהמישור.

ב. מצא את השדה קרוב מאוד למישור ובתוכו (השתמש בקירובים).

ג. מניחים אלקטרון בגובה $Z_0<\frac{d}{2}$, מצא את מיקום האלקטרון כפונקציה של הזמן בהנחה שצפיפות המטען במישור חיובית.

7) מישור עבה עם צפיפות משתנה



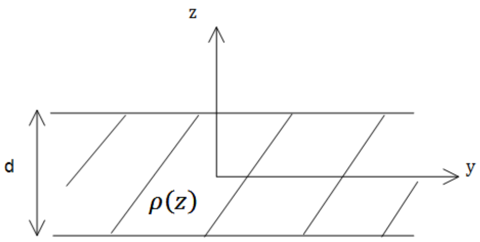
מישור אינסופי בעובי $2d$ טעון בצפיפות מטען משתנה $\rho(z)=7Az^6$, כאשר A קבוע נתון.
ציר ה-z אנך למישור וראשיתו במרכז המישור (המישור אינסופי ב-y, x, ראה ציור).

א. מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

ב. הראה שחוק גאוס הדיפרנציאלי מתקיים בכל המרחב.

ג. מצא את הרוטור של השדה החשמלי $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ בכל המרחב, והסבר את התוצאה.

8) מישור עבה עם צפיפות אנטי סימטרית



מישור אינסופי בעל עובי d טעון בצפיפות מטען כתלות במרחק ממרכז המישור $\rho(z) = Az$, A קבוע נתון.
מצא את השדה החשמלי בכל המרחב שיוצר המטען במישור.

תשובות סופיות:

1) $\vec{E}=\begin{cases}0 & r<R\\ \frac{KQ}{r^2}\hat{r} & R<r\end{cases}$

2) $\vec{E}=\frac{2k\lambda}{r}\hat{r}$

3) $\vec{E}=\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}\hat{r}$

4) $\vec{E}=\begin{cases}\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z>0\\ -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z<0\end{cases}$

5) $\vec{E}=\begin{cases}\frac{kQ_{in}}{r^2}\hat{r} & r>R\\ \frac{\rho_0}{4\pi\varepsilon_0}r^2\hat{r} & r<R\end{cases}$

6) א. $\vec{E}=\frac{kpdA}{r^2}\hat{r}$ ב. $\vec{E}=\begin{cases}\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z>\frac{d}{2}\\ -\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$ ג. $z(t)=A\cos\left(\sqrt{\frac{|e|\rho}{\varepsilon_0 m}}t\right)$

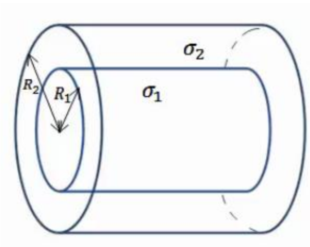
7) א. $\vec{E}=\frac{1}{\varepsilon_0}A\cdot z^7\hat{z}$ ב. שאלת הוכחה. ג. שאלת הוכחה.

8) $\vec{E}=-\frac{A}{\varepsilon_0 z}\left[\left(\frac{d}{2}\right)^2-z^2\right]\hat{z}$

תרגול נוסף:

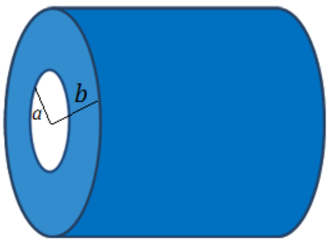
שאלות:

1) שתי קליפות גליליות חלולות



נתונות שתי קליפות (חלולות) גליליות אינסופיות בעלות ציר סימטריה משותף.
רדיוס הקליפה הפנימית הוא R_1
וצפיפות המטען המשטחית בה היא σ_1.
רדיוס הקליפה החיצונית הוא R_2 וצפיפות המטען בה היא σ_2.
מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

2) קליפה גלילית עבה

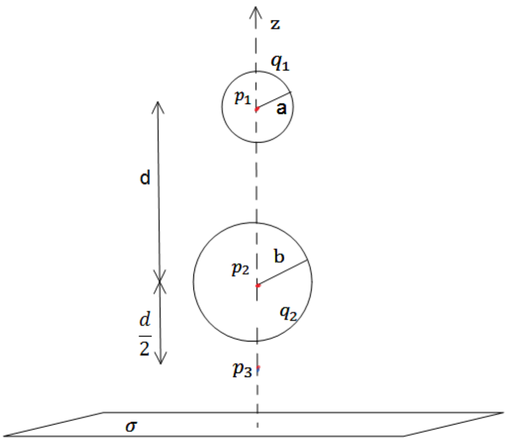


קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי a,
רדיוס חיצוני b וגובה H טעונה בצפיפות מטען נפחית $\rho(r)=\frac{c}{r}$, כאשר c קבוע נתון ו-r הוא המרחק מציר הסימטריה של הקליפה.

א. מצא את המטען הכולל בקליפה.

ב. מצא את השדה בכל המרחב אם: $H >> a , b$.

3) משטח ושתי קליפות כדוריות



שתי קליפות כדוריות בעלות רדיוסים שונים $a<b$, נמצאות במרחק $d>2b$ אחת מעל השנייה.
הקליפות טעונות במטענים q_2 , q_1 בהתאמה.
במאונך לציר המחבר בין הקליפות ומתחת לקליפה התחתונה (עם רדיוס b) מונח מישור אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ.
מצא את השדה בנקודות הבאות.

א. p_1 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס a.

ב. p_2 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס b.

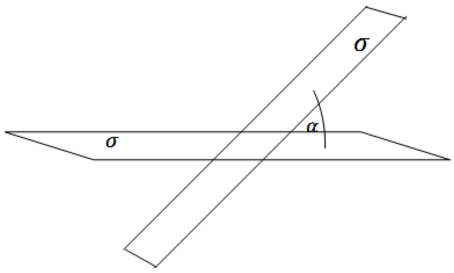
ג. p_3 הנמצאת במרחק $\frac{d}{2}$ מתחת למרכז הקליפה התחתונה אך מעל המישור.

4) שני מישורים בזווית

שני מישורים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען ליחידת שטח σ. המישורים נמצאים בזווית α אחד מהשני.

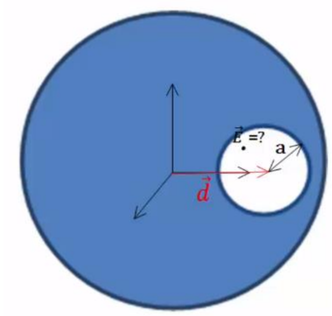
א. מצא את השדה החשמלי בין המישורים ומעל המישור האופקי.

ב. מצא את השדה מעל שני המישורים.



5) כדור עם חור

בתוך כדור הטעון בצפיפות מטען אחידה ρ קיים חלל כדורי בעל רדיוס a.
המרחק של מרכז החלל ממרכז הכדור הוא d.
מצא את השדה החשמלי בתוך החלל.

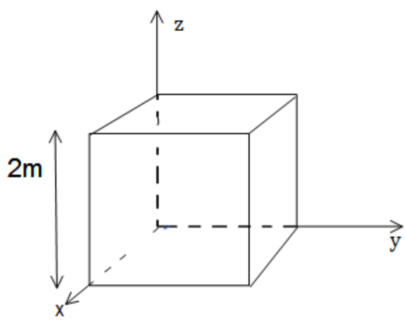


6) שטף דרך קובייה

נתון שדה במרחב: $\vec{E} = -6\hat{x} + (2-3y)\hat{y}$.

א. חשב את השטף העובר דרך צלעות קובייה הנמצאת ברביע הראשון כך שאחד מקדקודיה בראשית ואורך צלעה 2m.

ב. מהו המטען הכלוא בתוך הקובייה?

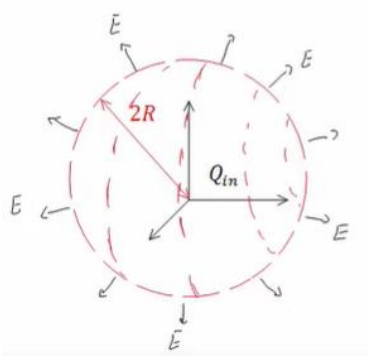


7) מטען כלוא

נתונה פונקציית השדה החשמלי

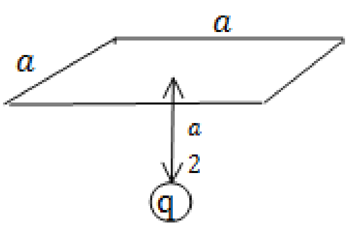
במרחב: $\vec{E} = \frac{\rho_0 R^3}{\varepsilon_0 (r^2+R^2)}\hat{r}$.

כאשר R , ρ_0 קבועים נתונים, ו-r הוא המרחק מהראשית בקואורדינטות כדוריות,
מצא את כמות המטען הכלואה בתוך מעטפת כדורית בעלת רדיוס 2R.



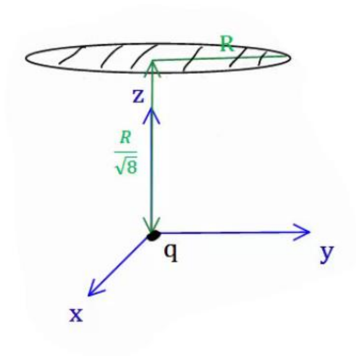
8) שטף דרך משטח ריבועי

מצא את השטף העובר דרך משטח ריבועי (לא טעון) בעל צלע באורך a הנמצא בגובה $\frac{a}{2}$ מעל מטען נקודתי q.



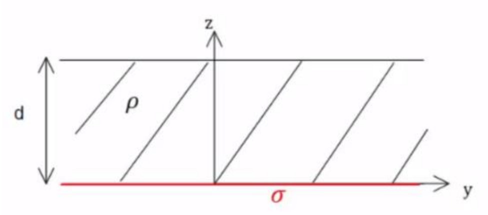
9) שטף דרך מעגל

מטען q נמצא בראשית הצירים.
מהו השטף החשמלי העובר דרך עיגול ברדיוס R המקביל למישור x-y ומרכזו נמצא בנקודה $\left(0,0,\frac{R}{\sqrt{8}}\right)$?



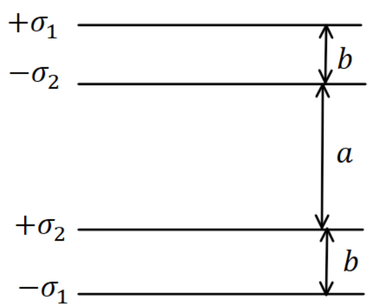
10) מישור עבה צמוד למישור דק

מישור אינסופי דק בעל צפיפות מטען אחידה σ נמצא על מישור x-y.
מישור אינסופי נוסף בעל עובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ρ, מונח מעל המישור הדק (תחתית המישור העבה נמצא גם על מישור x-y).
מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.



11) ארבעה לוחות

במערכת הבאה ישנם ארבעה לוחות הטעונים בצפיפויות מטען $\sigma_2 = 0.02\ \frac{c}{m^2}$, $\sigma_1 = 0.05\ \frac{c}{m^2}$.
המרחקים בין הלוחות הם: $a = 3\ c.m$, $b = 1\ c.m$
כפי שמצוין בציור וניתן להניח כי מרחקים אלו קטנים בהרבה מצלעות הלוחות.



א. מצא את השדה החשמלי בכל מקום במרחב (בין הלוחות ומעליהן, אין צורך להתייחס למה שקורה בצידי הלוחות).
ב. משחררים פרוטון ממנוחה מהלוח $-\sigma_2$. כמה אנרגיה קינטית "ירוויח" מן המערכת? (הנח שהפרוטון עובר דרך הלוחות ללא הפרעה).
ג. מצא את מהירות הפרוטון ביציאה מן המערכת.

12) מלוח אל לוח

שני לוחות ריבועיים נמצאים אחד מעל השני. אורך הצלע של כל לוח היא 6 ס"מ והמרחק בין הלוחות הוא 2 מ"מ. הלוחות טעונים בצפיפות מטען אחידה.
המטען הכולל על הלוח התחתון הוא: $Q = 6 \cdot 10^{-6} c$ והמטען הכולל על הלוח העליון זהה בגודלו והפוך בסימנו. משחררים אלקטרון ממנוחה קרוב מאוד ומתחת ללוח העליון: $\left(q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} c\ ,\ m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} kg\right)$.

א. כמה זמן ייקח לאלקטרון להגיע אל הלוח התחתון?
ב. מהי מהירותו בזמן פגיעתו בלוח?
ג. מהי האנרגיה הקינטית של האלקטרון ברגע הפגיעה?

תשובות סופיות:

1) $\vec{E}=(\sigma_1R_1+\sigma_2R_2)\frac{1}{\varepsilon_0 r}\hat{r}$

2) $\vec{E}=\frac{C(b\text{-}a)}{\varepsilon_0 r}\hat{r}$

3) א. $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}+\frac{kq_2\hat{z}}{d^2}+0$ ב. $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}+0+\left(-\frac{kq_1}{d^2}\hat{z}\right)$

ג. $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}-\frac{kq_2}{\frac{d^2}{4}}\hat{z}-\frac{kq_1}{\frac{9d^2}{4}}\hat{z}$

4) בין המישורים: $\vec{E}_T=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left((1+\cos\alpha)+\sin\alpha\hat{y}\right)$

מעל המישורים: $\vec{E}_T=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left((1+\cos\alpha)-\sin\alpha\hat{y}\right)$

5) $\vec{E}=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{d}$

6) א. -24 ב. $\frac{Qin}{\varepsilon_0}$

7) $\frac{16}{5}\pi\rho_0R^3$

8) $\frac{q}{6\varepsilon_0}$

9) $\phi=\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\frac{kqa}{2\left(x^2+y^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}dxdy$

10) $\frac{q}{3\varepsilon_0}$

11) א. $\vec{E}=-5.65\cdot10^{q}\frac{N}{C}\hat{y}$ ב. $2.53\cdot10^{-11}J$ ג. $v=1.04\cdot10^{8}\frac{m}{sec}$

12) א. $t\approx1.1\cdot10^{-12}\sec$ ב. $V(t)=3.65\cdot10^{9}\frac{m}{sec}$

ג. $E_k=6.06\cdot10^{-12}J$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 8 - פוטנציאל

תוכן העניינים

מהו פוטנציאל:

שאלות:

1) עבודה להביא מטען מהאינסוף

מהי העבודה הדרושה להביא מטען $Q = 2 \cdot 10^{-6} c$
מהאינסוף למרחק $r = 50c.m$ ממטען $Q = 3 \cdot 10^{-6} c$
המקובע במקום?

תשובות סופיות:

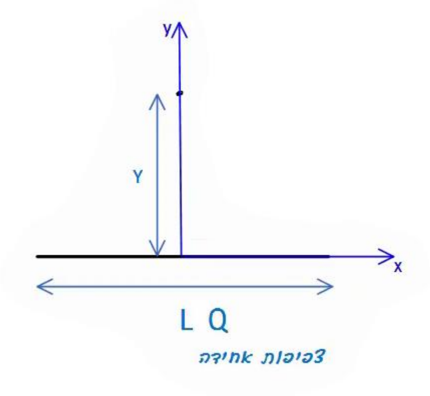
1) $W = 108 \cdot 10^{-3} J$

שיטה 1, סופרפוזיציה:

שאלות:

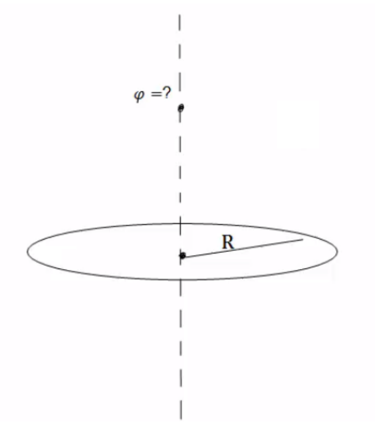
1) שיטה ראשונה, סופרפוזיציה

תיל באורך L טעון במטען כולל Q המפולג בתיל בצורה אחידה. התיל מונח על ציר ה-x.
מצא את הפוטנציאל על ציר ה-y העובר במרכז התיל.



2) פוטנציאל של טבעת לאורך ציר הסימטריה

מצא את הפוטנציאל של טבעת ברדיוס R עם צפיפות מטען ליחידת אורך λ לאורך ציר הסימטריה.



תשובות סופיות:

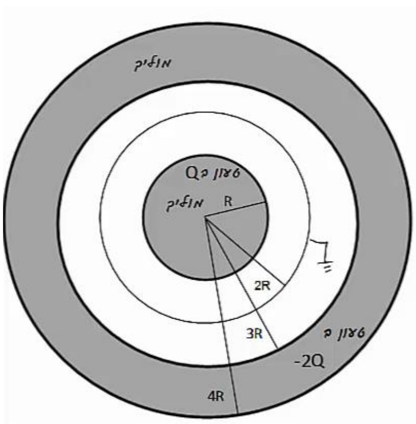
1) $$\varphi = k\lambda \ln\left|\frac{\frac{L}{\alpha}+\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+y^2}}{-\frac{L}{\alpha}+\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+y^2}}\right|$$

2) $$\varphi = \frac{2\pi k\lambda R}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

שיטה 2, שאלות חוק גאוס:

שאלות:

1) דרך שניה, שאלות חוק גאוס



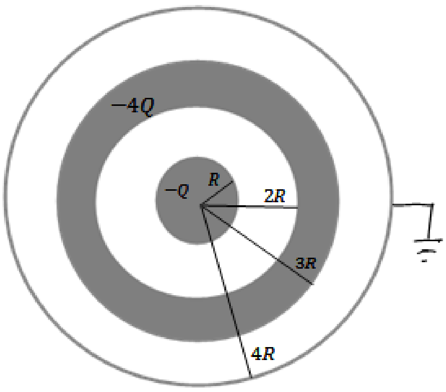
כדור מוליך בעל רדיוס R טעון במטען Q.
מסביב לכדור ברדיוס 2R, נמצאת מעטפת כדורית דקה, מוליכה ומוארקת.
כל המערכת מוקפת במעטפת עבה ומוליכה עם רדיוס פנימי 3R ורדיוס חיצוני 4R.
המעטפת החיצונית טעונה במטען 2Q- (ראה ציור).
לכדור ולמעטפות מרכז משותף, Q , R נתונים.

א. מהו הפוטנציאל בכל המרחב?
ומהי התפלגות המטען בכל המרחב?

2) פוטנציאל של קליפה כדורית

מצא את הפוטנציאל בכל המרחב של קליפה כדורית ברדיוס R הטעונה במטען כולל Q. הנח שהמטען מפוזר בצורה אחידה על השפה.

3) קליפות גליליות מוליכות



גליל מוליך בעל רדיוס R ואורך L טעון במטען Q-.
סביב הגליל נמצאת קליפה גלילית עבה מוליכה, בעלת רדיוס פנימי 2R ורדיוס חיצוני 3R.
אורך הקליפה הוא L גם כן.
הקליפה טעונה במטען כולל של 4Q-.
מסביב לקליפה העבה נמצאת קליפה דקה מוליכה ומוארקת ברדיוס 4R ואורך זהה.
הנח כי $R << L$ ולקליפות ציר מרכזי משותף.

א. כיצד מתפלג המטען במערכת?
ב. מה הפוטנציאל בכל המרחב?
ג. פרוטון בעל מסה m_p ומטען |e| משוחרר ממנוחה במרחק r=2R.
מהי מהירות הפרוטון לאחר שעבר מרחק R?

4) שדה ופוטנציאל של כדור מלא

נתון כדור מלא בעל רדיוס R וצפיפות מטען נפחית אחידה p .

א. מצא את פונקציית השדה בכל המרחב.
ב. מצא את פונקציית הפוטנציאל בכל במרחב.

תשובות סופיות:

1) א. פוטנציאל:

$$\varphi=\begin{cases} C_1 & r<R \\ \dfrac{kQ}{r}+C_2 & R<r<2R \\ \dfrac{k(Q+q)}{r}+C_3 & 2R<r<3R \\ C_4 & 3R<r<4R \\ \dfrac{k(q-Q)}{r}+C_5 & 4R<r \end{cases}$$

התפלגות: ראה סרטון

2)

$$\varphi=\begin{cases} \dfrac{KQ}{R} & r<R \\ \dfrac{KQ}{r} & R>r \end{cases}$$

3) א. ראה סרטון

ב.

$$\varphi=\frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0}\cdot\begin{cases} \ln\frac{1}{2}+5\ln\frac{3}{4} & r<R \\ \ln\frac{r}{2R}+5\ln\frac{3}{4} & R<r<2R \\ 5\ln\frac{3}{4} & 2R<r<3R \\ 5\ln\frac{r}{4R} & 3R<r<4R \\ 0 & 4R<r \end{cases}$$

ג.

$$v=\sqrt{\frac{|e|Q\ln 2}{\pi L\varepsilon_0 m_p}}$$

4) א.

$$E=\begin{cases} \dfrac{\rho r}{3\varepsilon_o}\hat{r} & r<R \\ \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r} & R<r \end{cases}$$

ב.

$$\varphi=\begin{cases} -\dfrac{\rho r^2}{6\varepsilon_o}+C_1 & r<R \\ -\left(-\dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}\right)+C_2 & R<r \end{cases}$$

שיטה 3, חישוב מפורש:

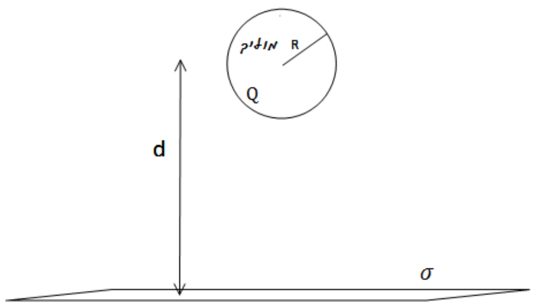
שאלות:

1) **דרך שלישית, חישוב מפורש**

נתון משטח אינסופי הטעון בצפיפות מטען משטחית σ.

במרחק d מעל המשטח ממוקם כדור מוליך בעל רדיוס R ומטען Q.

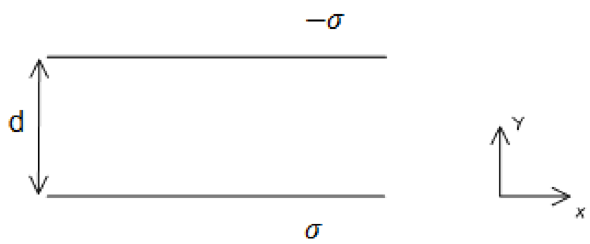
מצא את הפרש הפוטנציאלים בין המישור לבין שפת הכדור.



2) **מתח בין לוחות**

מצא את הפרש הפוטנציאלים בין שני לוחות, כאשר לוח אחד טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ והלוח השני טעון בצפיפות אחידה ליחידת שטח $-\sigma$.

נתון כי המרחק בין הלוחות הוא d וכי שטח הלוחות גדול בהרבה מהמרחק ביניהם.



תשובות סופיות:

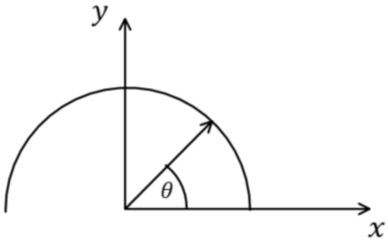
1) $$\Delta\varphi_{B\to A}=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(d-R)+\frac{kQ}{R}-\left[Q+\frac{KQ}{\lambda}\right]$$

2) $$V=|E|d$$

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) חישוב פוטנציאל במרכז חצי טבעת עם צפיפות משתנה



תיל מכופף לחצי טבעת ברדיוס R. מרכז הטבעת (או מרכז המעגל השלם) הוא בראשית הצירים וחצי הטבעת נמצאת בחלק החיובי של ציר ה-y (ראו איור).

חצי הטבעת טעונה בצפיפות מטען לא אחידה ליחידת אורך: $\lambda(\theta) = \lambda_0 \sin\theta$ כאשר θ והיא הזווית עם ציר ה-x החיובי ו- $\lambda_0 = 2 \cdot 10^{-12} \frac{C}{m}$.

מצאו את הפוטנציאל בראשית.

2) יצירת היסוד קיריום

בשנת 1944 המדענים גלן סיבורג (חתן פרס נובל לכימיה), ראלף ג'יימס ואלברט גיורסו ייצרו לראשונה את היסוד הכימי שמספרו 96 וקראו לו "קיריום" על שם מארי קירי. לשם כך הם "הפציצו" גרעינים של פלוטוניום (שמספרו האטומי 94 , כלומר יש לו 94 פרוטונים) בגרעיני הליום – 4 (בהם יש 2 פרוטונים ושני נויטרונים), והמסה שלו היא: $M = 6.6\times10^{-27}\,\text{kg}$.

א. אפשר להתייחס בקירוב אל גרעין הפלוטוניום כאל כדור ברדיוס: $R = 7\times10^{-15}\,\text{m}$, בו המטען של 94 הפרוטונים מפוזר באופן אחיד בנפחו.
אם כך, מה הפוטנציאל על פניו (יחסית לאינסוף)?

ב. מה צריכה להיות האנרגיה של גרעין ההליום בשביל שהוא יוכל להגיע אל פני גרעין הפלוטוניום?
תנו את התשובה גם ביחידות eV וגם ביחידות J .

ג. מה צריכה להיות המהירות שלו רחוק מהגרעין ("באינסוף")?

ד. באיזה מרחק ממרכז הגרעין המהירות שלו יורדת ל-80% מהמהירות בסעיף ג'?

3) דיפול

במרחב נמצאים שני מטענים :

$q_1=-q$ בנקודה $\vec{r}_1=-a\hat{y}=(-a,0,0)$

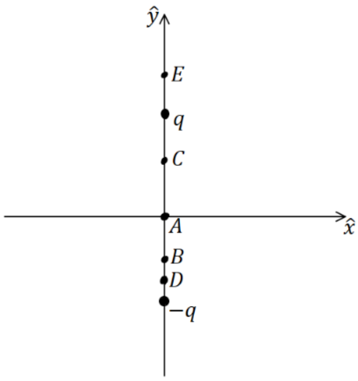
$q_2=-q$ בנקודה $\vec{r}_2=a\hat{y}=(a,0,0)$

א. מה הפוטנציאל (יחסית לאינסוף), ומה השדה החשמלי בכל אחת מהנקודות הבאות : $\vec{r}_E=\frac{3}{2}a\hat{y}$, $\vec{r}_D=-\frac{3}{4}a\hat{y}$, $\vec{r}_C=\frac{1}{2}a\hat{y}$, $\vec{r}_B=-\frac{1}{2}a\hat{y}$, $\vec{r}_A=0$?

ב. היכן הפוטנציאל (יחסית לאינסוף) מתאפס? תארו את המקום הגאומטרי של כל הנקודות בהן זה קורה.

ג. ציירו גרפים סכמתיים של הפוטנציאל לאורך ציר y ולאורך שני צירים שמקבילים לציר y בשני מרחקים שונים.

ד. ציירו את קווי השדה ואת המשטחים שווי הפוטנציאל.



4) מטען q ומטען 3q

במרחב נמצאים שני מטענים.

מטען 3q בנקודה $(a,0,0)$ ומטען $-q$ בנקודה $(-a,0,0)$.

א. מה הפוטנציאל φ (יחסית לאינסוף) ומה השדה החשמלי בראשית הצירים.

ב. מצאו על ציר x שתי נקודות בהן הפוטנציאל מתאפס.

ג. מה השדה החשמלי בשתי הנקודות שמצאתם בסעיף ב'?

ד. הראו שהמקום הגאומטרי של כל הנקודות בהן הפוטנציאל יחסית לאינסוף מתאפס הוא כדור.
מצאו את הרדיוס שלו ואת מרכזו (בשביל למצוא את הרדיוס והמרכז אפשר להיעזר בתוצאה של סעיף ב').

ה. מצאו איפה השדה החשמלי מתאפס. מה הפוטנציאל שם?

ו. ציירו גרף סכמתי של הפוטנציאל לאורך ציר x.
ציינו את המיקומים של נקודות בהן הפוטנציאל ידוע ואת ערכו בהן.

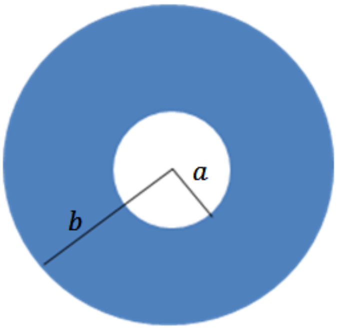
5) מטען על השפה בצורה לא אחידה

מטען Q מפוזר בצורה לא אחידה על שפה של קליפה כדורית ברדיוס R.

א. מה הפוטנציאל במרכז הקליפה?

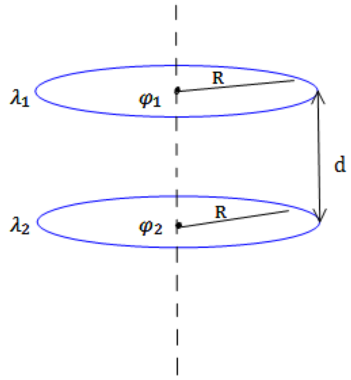
ב. האם ניתן לחשב את הפוטנציאל על השפה?

6) דסקה עם חור



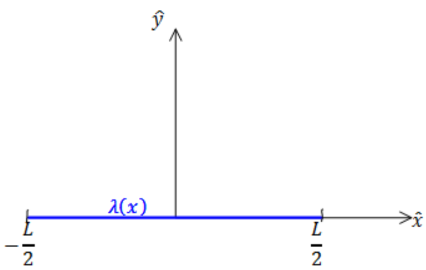
בדסקה בעלת רדיוס b קדחו חור במרכזה ברדיוס a.
הדסקה טעונה בצפיפות מטען ליחידת
שטח: $\sigma(r) = \frac{D}{r^2}$, D קבוע לא נתון.
א. מצא את היחידות של D.
ב. מצא את D אם נתון גם המטען הכולל בדסקה Q.
ג. מצא את הפוטנציאל במרכז הדסקה.
ד. בדוק מה קורה בגבול של $b \to a$.

7) טבעת מעל טבעת



שתי טבעות זהות בעלות רדיוס R מונחות האחת מעל ובמקביל לשנייה כך שהמרחק בניהן הוא d.
הטבעת העליונה טעונה בצפיפות מטען ליחידת אורך λ_1 ונתון כי הפוטנציאל במרכזה הוא φ_1 .
הטבעת התחתונה טעונה בצפיפות מטען ליחידת אורך λ_2 ונתון כי הפוטנציאל במרכזה הוא φ_2 .
מצא את צפיפויות המטען של הטבעות אם נתון כי הפוטנציאל באינסוף מתאפס.

8) תיל עם צפיפות משתנה



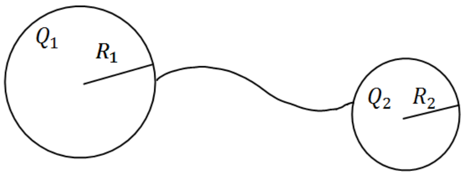
תיל דק מונח על ציר ה- x כך שמרכזו בראשית הצירים. אורך התיל הוא L והוא טעון בצפיפות מטען ליחידת אורך: $\lambda(x) = \lambda_0 \frac{x}{L}$.
א. מצא את המטען הכולל בתיל.
ב. מצא את הפוטנציאל על ציר ה-x למעט בתחום בו נמצא התיל.

9) כדור זז מחבר בין שני כדורים

הכדורים 1 ו-2 בתמונה הם מוליכים המקובעים במקומם וטעונים במטען זהה. הנח שהכדורים מאוד מרוחקים זה מזה וידוע שהכוח הפועל עליהם הוא F. הכדור השלישי גם הוא זהה אך אינו טעון. מצמידים את הכדור השלישי לכדור הראשון וממתינים עד שהמערכת תתייצב. לאחר מכן מנתקים את הכדור השלישי ומצמידים אותו לכדור השני. שוב ממתינים עד שהמערכת תתייצב. לבסוף מרחיקים את הכדור השלישי לגמרי.
מהו הכוח בין הכדורים 1 ו-2 לאחר כל התהליך?

10) שני כדורים מוליכים מחוברים בחוט

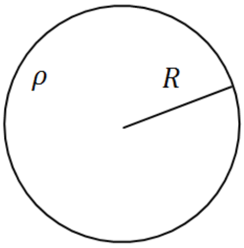
שני כדורים מוליכים טעונים ונמצאים במרחק גדול מאוד זה מזה.
רדיוסי הכדורים והמטענים שלהם הם: R_1, R_2, Q_1, Q_2.
מחברים בין הכדורים באמצעות חוט מוליך.



א. מה יהיה המטען על כל כדור לאחר זמן רב?
ב. כמה מטען זרם דרך החוט ולאיזה כיוון?

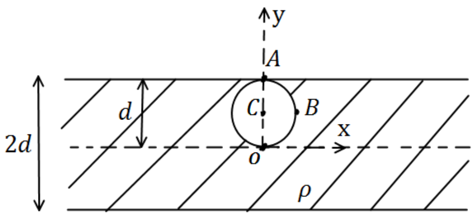
11) פוטנציאל של גליל מלא טעון בצפיפות אחידה

מצא את הפוטנציאל בכל המרחב של גליל אינסופי ברדיוס R וצפיפות מטען אחידה ונתונה ρ.



12) חור במישור

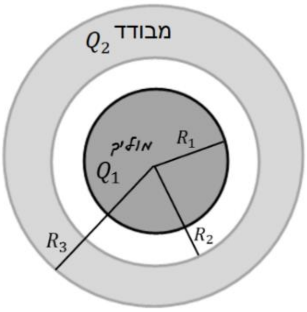
לוח אינסופי בעובי 2d טעון בצפיפות מטען אחידה וחיובית ליחידת נפח ρ.
בתוך הלוח ישנו חלל כדורי בקוטר d.



א. חשב את השדה החשמלי בנקודות: $O(0,0)$, $A(0,d)$, $B(0.5d,0.5d)$, $C(0,0.5d)$.
ב. מצא את הפרש הפוטנציאלים בין הנקודות A ו-B.
ג. משחררים מטען $q>0$ בעל מסה m מהנקודה C.
i. לאיזה כיוון יתחיל לנוע המטען אם מתעלמים מהשפעת כוח הכובד?
ii. מהי מהירות המטען רגע לפני שהוא מגיע לדופן החלל?

13) כדור מוליך מוקף בקליפה מבודדת

כדור מוליך בעל רדיוס R_1 טעון במטען Q_1.
הכדור נמצא במרכזה של קליפה כדורית מבודדת בעלת רדיוס פנימי R_2 ורדיוס חיצוני R_3.
הקליפה טעונה באופן הומוגני במטען Q_2.



א. חשב את השדה החשמלי והפוטנציאל בכל המרחב.
ב. חזור על החישוב הזה במקרה שבו הכדור מוארק.

תשובות סופיות:

1) $3.6\cdot10^{-2}$

2) א. $1.93\cdot10^{7}\,\mathrm{V}$ ב. $6.17\cdot10^{-12}\,\mathrm{J}$

ג. $v=4.32\cdot10^{7}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$ ד. $r=1.95\cdot10^{-14}\,\mathrm{m}$

3) א. ראה סרטון ב. $y=0$

ג. ראה סרטון ד. ראה סרטון

4) א. פוטנציאל: $\frac{2kq}{\alpha}$, שדה חשמלי: $-\frac{k4q}{d^2}\hat{x}$ ב. $x_1=-\frac{1}{2}a\,,\ x_2=-2a$

ג. $x_1=-\frac{kq}{a^2}\cdot\frac{16}{3}\hat{x}\,,\ x_2=\frac{kq}{a^2}\cdot\frac{2}{3}\hat{x}$ ד. רדיוס: $R=\frac{3}{4}a$, מרכז: $\left(-\frac{5}{4}a,0,0\right)$

ה. איפוס השדה: $x_2=-3.73a$, הפוטנציאל בנקודה זו: $0.27\frac{kq}{a}$

ו. ראו סרטון.

5) א. $\frac{kQ}{R}$ ב. לא

6) א. $\lceil D\rceil=\lceil c\rceil$ ב. $D=\frac{Q}{2\pi\ln\frac{b}{a}}$ ג. $\varphi=\frac{kQ}{\ln\frac{b}{a}}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$

ד. $\frac{kQ}{a}$

7) $\varphi_1=2\pi k\lambda_1+\frac{2\pi k\lambda_2R}{\sqrt{R^2+d^2}}\ ,\ \varphi_2=2\pi k\lambda_2+\frac{2\pi k\lambda_1R}{\sqrt{R^2+\left(-d^2\right)}}$

8) א. 0 ב. $\varphi=\frac{k\lambda_0}{L}\left(-L+x\ln\left(\frac{x+\frac{L}{2}}{x-\frac{L}{2}}\right)\right)$

9) $\frac{3}{8}F$

10) א. $q_2'=\frac{R_2\left(Q_1+Q_2\right)}{R_1+R_2}$ ב. אם $\frac{Q_1}{Q_2}>\frac{R_1}{R_2}$ אז המטען עבר משמאל לימין,

אם $\frac{Q_1}{Q_2}<\frac{R_1}{R_2}$ אז עבר מימן לשמאל.

11) $$\varphi=\begin{cases}-\frac{\rho}{4\varepsilon_0}\left(r^2-R^2\right) & r\le R\\ -\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\ln\frac{r}{R} & r\ge R\end{cases}$$

12) א. $\vec{E}_O = \frac{\rho d}{6\varepsilon_0}\hat{z}\ ,\ \vec{E}_A = \frac{5\rho d}{6\varepsilon_0}\hat{z}\ ,\ \vec{E}_B = \frac{\rho d}{6\varepsilon_0}\hat{x}\ ,\ \vec{E}_C = \frac{\rho d}{2\varepsilon_0}\hat{z}$

ב. $\frac{3\rho d}{8\varepsilon_0}$ ג. i. למעלה. ii. $V = \sqrt{\frac{2q\rho d^2}{3\varepsilon_0 m}}$

13) א.

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & r < R_1 \\ \frac{kQ_1}{r^2}\hat{r} & R_1 < r < R_2 \\ \frac{k}{r^2}\left(Q_1 + Q_2\left(\frac{r^3 - R_2^3}{R_3^3 - R_2^3}\right)\right)\hat{r} & R_2 < r < R_3 \\ \frac{k(Q_1 + Q_2)}{r^2}\hat{r} & R_3 < r \end{cases}$$

ב.

$$\varphi(r) = \begin{cases} C_1 & r < R_1 \\ \frac{kQ_1}{r} + C_2 & R_1 < r < R_2 \\ \frac{kQ_1}{r} - \frac{kQ_2 r^2}{2(R_3^3 - R_2^3)} - \frac{kQ_2 R_2^3}{(R_3^3 - R_2^3)r} + C_3 & R_2 < r < R_3 \\ \frac{k(Q_1 + Q_2)}{r} + C_4 & R_3 < r \end{cases}$$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 9 - דיפול קוואדרופול ופיתוח מולטיפולי לפוטנציאל

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

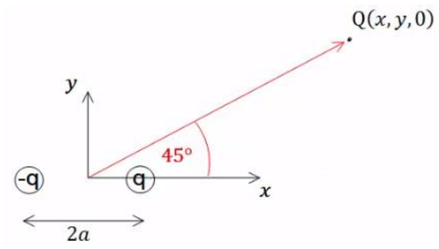
1) דיפול בראשית מזיז אלקטרון

נתון דיפול $\vec{p}=(p,0,0)$ הנמצא בראשית.

א. מצא את הגודל p כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(a,0,0)$ עם מהירות $(v,0,0)$ ייעצר בנקודה $(b,0,0)$.

ב. מצא את הגודל p כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(a,-\sqrt{2}a,0)$ עם מהירות $(0,0,v)$ יבצע תנועה מעגלית.

2) תרגיל ופיתוח הנוסחה של דיפול מהשדה



שני מטענים בעלי מטען q ו- $-q$ ממוקמים ב- $x=a$ ו- $x=-a$.

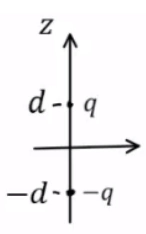
א. חשב את הכוח הפועל על מטען שלישי Q הנמצא בנקודה $(x,y,0)$.

ב. הנח שמרחק המטען מהראשית גדול בהרבה מהמרחק בין המטענים והזווית של וקטור מיקום המטען עם ציר ה- x היא 45 מעלות. השתמש בתשובה של סעיף א' ובקירובים, וחשב מה הכוח הפועל על המטען.

ג. חשב את וקטור מומנט הדיפול שיוצרים המטענים.

ד. חשב שוב את הכוח הפועל על המטען, הפעם השתמש בנוסחה של שדה של דיפול והראה כי התשובה זהה לתשובה של סעיף ב'.

3) חישוב שגיאה



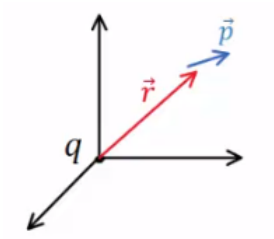
מטען q נמצא ב- $(0,0,d)$ ומטען $-q$ נמצא ב- $(0,0,-d)$.

א. חשב את הפוטנציאל המדויק בנקודה כלשהיא על ציר z.

ב. מהו הערך המינימלי של z כך שהקירוב של הפוטנציאל של דיפול לא יסטה יותר מאחוז אחד מהפוטנציאל האמיתי?

ג. מהו הערך המינימלי של z כך שהקירוב של השדה של דיפול לא יסטה יותר מאחוז אחד מהשדה האמיתי?

4) מטען נקודתי ודיפול (כולל אנרגיה וכוח)



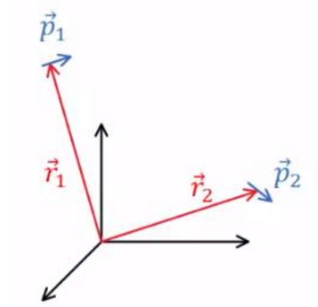
דיפול חשמלי בעל מומנט דיפול $\vec{p}$ נמצא במיקום $\vec{r}$.
מטען נקודתי q נמצא בראשית.
התייחס ל- q , $\vec{p}$ ו- $\vec{r}$ כנתונים.

א. חשב את מומנט הכוח שפועל על הדיפול.

ב. חשב את האנרגיה של הדיפול.

ג. הראה כי הכוח הפועל על הדיפול הוא: $\vec{F}=\frac{k\left(\vec{p}\cdot r^2-\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right)\cdot\vec{r}\right)}{r^5}$.

5) אנרגיית דיפול-דיפול



דיפול $\vec{p}_1$ ממוקם ב- $\vec{r}_1$ ודיפול $\vec{p}_2$ ממוקם ב- $\vec{r}_2$.

א. הראה שהאנרגיה של $\vec{p}_2$ בשדה של $\vec{p}_2$

היא: $U=\frac{k}{\tilde{r}^3}\left(\vec{p}_1\cdot\vec{p}_2-3\left(\vec{p}_1\cdot\tilde{\hat{r}}\right)\left(\vec{p}_2\cdot\tilde{\hat{r}}\right)\right)$

כאשר: $\tilde{\vec{r}}=\vec{r}_2-\vec{r}_1$, $\tilde{r}=\left|\tilde{\vec{r}}\right|$ ו- $\tilde{\hat{r}}=\frac{\tilde{\vec{r}}}{\tilde{r}}$.

ב. אנרגיה זו היא בעצם אנרגיה של מערכת דיפול-דיפול, הראה שאם היינו מחשבים את האנרגיה של $\vec{p}_1$ בשדה של $\vec{p}_2$ היינו מקבלים תוצאה זהה.

ג. מצא את הכוח הפועל על $\vec{p}_2$ והכוח על $\vec{p}_1$.

ד. מה שווה הכוח על $\vec{p}_2$ במקרה ש- $\vec{p}_2$ מקביל ל- $\vec{p}_1$ ומקביל ל- $\tilde{\vec{r}}$? ומה הכוח אם $\vec{p}_2$ מקביל ל- $\vec{p}_1$ ומאונך ל- $\tilde{\vec{r}}$.

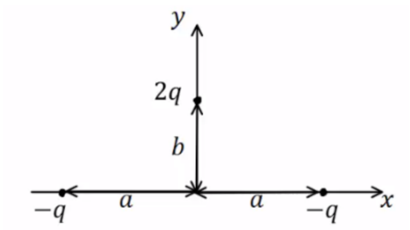
6) קוואדרופול של מטען בודד

מטען נקודתי בודד q ממוקם בנקודה נתונה $\left(x_0,y_0,z_0\right)$.

א. מצא את ה- Q הכולל את $\vec{p}$ ואת כל הרכיבים של Q_{ij} למערכת.

ב. מניחים מטען נוסף $-q$ בראשית הצירים, כיצד ישתנו הגדלים שחישבת בסעיף א'.

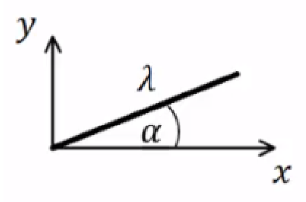
7) משולש מטענים



באיור הבא מתוארת התפלגות מטענים.
חשב את הפוטנציאל רחוק מאוד מההתפלגות עד הסדר הקוואדרופולי.

$V\left(\vec{r}\right)=k\left(\frac{Q_T}{r}+\frac{\vec{p}\cdot\hat{r}}{r^2}+\frac{1}{2r^5}\sum_{i,j}r_ir_jQ_{ij}\right)$.

8) מטען קווי בזווית



מוט דק באורך L טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ. המוט מונח על מישור xy כך שקצה אחד שלו נמצא בראשית.
המוט יוצר זווית α עם ציר ה-x.
מצא את: $\vec{p}$, Q_T ו-Q_{ij} ורשום את הפוטנציאל עד לסדר הקוואדרופולי.

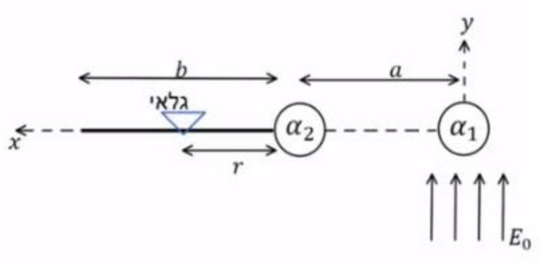
9) קליפה כדורית טעונה

קליפה כדורית ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משטחית: $\sigma(\varphi)=\sigma_0\cos\varphi$
כאשר φ היא הזווית עם ציר ה-z ו-σ_0 קבוע נתון.
מצא את $\vec{p}$, Q_T ואת Q_{ij} ובטא את הפוטנציאל עד הסדר הקוואדרופולי בקואורדינטות כדוריות.

10) מערכת למדידת קיטוביות

המערכת הבאה מיועדת למדידת הקיטוביות של חלקיק. מניחים חלקיק עם קיטוביות ידועה α_1 בראשית ומפעילים רק עליו שדה חשמלי אחיד: $\vec{E}=E_0\hat{y}$.
החלקיק הנמדד נמצא על ציר ה-x ובמרחק a מהראשית.
ניתן להניח שהחלקיקים מאוד קטנים ביחס למרחק ביניהם.
מניחים על ציר ה-x בתחום: $a<x<a+b$ מסילה ועליה גלאי המודד את עוצמת השדה החשמלי. נסמן את המרחק של הגלאי מהחלקיק הנמדד ב-r.

א. מה צריך להיות כיוון הדיפולים שנוצרים בחלקיקים במצב היציב?
ב. הנח ש-α_1 ו-α_2 נתונים וכתוב באמצעותם זוג משוואות מהן ניתן למצא את $\vec{p}_1$ ו-$\vec{p}_2$.
ג. הנח שמומנטי הדיפול ידועים וכתוב ביטוי לשדה החשמלי במיקום של הגלאי.
ד. כאשר הגלאי נמצא ב-$r=r_0$ נתון כי השדה הנמדד הוא אפס.
מצא את α_2.
האם הכרחי לדעת מהו α_1?



תשובות סופיות:

1) א. $p = \frac{1}{2} mV^2 ek \left(\frac{a^2 \cdot b^2}{b^2 - a^2} \right)$. ב. ראה סרטון.

2) א. $\vec{F} = Q\vec{E}_T$. ב. ראה סרטון. ג. $\vec{P} = q2a\hat{x}$. ד. ראה סרטון.

3) א. $\varphi = \frac{kq2d}{z^2 - d^2}$. ב. $z_{\min} = 10d$. ג. $z_{\min} \approx 14.14d$.

4) א. $\vec{\tau} = \frac{kq}{r^3}\left(\vec{p} \times \vec{r}\right)$. ב. $U = -\frac{kq}{r^3}\left(\vec{p} \cdot \vec{r}\right)$. ג. הוכחה.

5) א. הוכחה. ב. הוכחה.

ג. $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \ , \ \vec{F}_2 = \frac{3k}{\tilde{r}^4}\left(\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 \cdot \tilde{\hat{r}} + \left(\vec{p}_2 \cdot \hat{\tilde{r}}\right) \cdot \vec{p}_1 + \left(\vec{p}_1 \cdot \hat{\tilde{r}}\right) \cdot \vec{p}_2 - 5\left(\vec{p}_1 \cdot \hat{\tilde{r}}\right)\left(\vec{p}_2 \cdot \hat{\tilde{r}}\right)\hat{\tilde{r}}\right)$.

ד. $\vec{F}_2 = \frac{3k}{\tilde{r}^4}\left(p_1 p_2 \hat{\tilde{r}}\right) \ , \ \vec{F}_2 = -\frac{6k}{\tilde{r}^4} p_1 p_2 \hat{\tilde{r}}$.

6) א. $Q_T = q \ , \ \vec{p} = q\left(x_0, y_0, z_0\right) \ , \ Q_{11} = q\left(2x_0^{'2} - y_0^{'2} - z_0^{'2}\right) \ , \ Q_{12} = \left(3x_0^{'}y_0^{'} - 0\right)q$,

$Q_{13} = 3x_0^{'}z_0^{'}q \ , \ Q_{21} = 3x_0^{'}y_0^{'}q \ , \ Q_{22} = \left(2y_0^{'2} - x_0^{'2} - z_0^{'2}\right)q \ , \ Q_{23} = 3y_0^{'}z_0^{'}q$,

$Q_{31} = 3x_0^{'}z_0^{'}q \ , \ Q_{32} = 3y_0^{'}z_0^{'}q \ , \ Q_{33} = \left(2z_0^{'2} - x_0^{'2} - y_0^{'2}\right)q$.

ב. $Q_T = 0$, $\vec{p} =$ לא משתנה , $Q_{ij} =$ לא משתנה.

7) $V\left(\vec{r}\right) = \frac{k2qby}{r^2} + \frac{kq}{r^5}\left(-x^2\left(2a^2 + b^2\right) + y^2\left(a^2 + 2b^2\right) + z^2\left(a^2 - b^2\right)\right)$.

8) $Q_T = \lambda L \ , \ \vec{p} = \frac{\lambda L^2}{2}\left(\cos\alpha \hat{x} + \sin\alpha \hat{y}\right) \ , \ Q_{xx} = \lambda\left(3\cos^2\alpha - 1\right)\frac{L^3}{3}$,

$Q_{xy} = L^3 \cos\alpha \sin\alpha \ , \ Q_{xz} = 0 \ , \ Q_{yx} = Q_{xy} \ , \ Q_{yy} = \frac{\lambda L^3}{3}\left(3\sin^2\alpha - 1\right) \ , \ Q_{yz} = 0$,

$Q_{zx} = 0 \ , \ Q_{zz} = -\lambda\frac{L^3}{3}$.

$$V\left(\vec{r}\right) = k\left(\frac{\lambda L}{r} + \frac{\lambda L^2}{2r^3}\left(x\cos\alpha + y\sin\alpha\right) + \frac{1}{2r^5}\left(x^2\frac{\lambda L^3}{3}\left(3\cos^2\alpha - 1\right) + xyL^3\cos\alpha\sin\alpha \cdot 2 + y^2\frac{\lambda L^3}{3}\left(3\sin^2\alpha - 1\right) + z^2\left(-\lambda\frac{L^3}{3}\right)\right)\right)$$

9) $Q_T = 0 \ , \ \vec{p}_x = \vec{p}_y = 0 \ , \ \vec{p}_z = 4\pi\sigma_0 R^3 \cdot \frac{1}{3} \ , \ Q_{xx} = Q_{yy} = Q_{zz} = 0 \ , \ V\left(\vec{r}\right) = \frac{4k\pi\sigma_0 R^3 \cos\varphi}{3r^2}$.

10) א. שני הדיפולים בכיוון $\hat{y}$. ב. $\vec{p}_1 = \varepsilon_0\alpha_1\left(E_0\hat{y} - \frac{k\vec{p}_2}{a^3}\right) , \vec{p}_2 = \varepsilon_0\alpha_2\left(-\frac{k\vec{p}_1}{a^3}\right)$.

ג. $\vec{E} = \frac{k\left(-\vec{p}_1\right)}{\left(a+r\right)^3} + \frac{k\left(-\vec{p}_2\right)}{r^3}$. ד. $\alpha_2 = \frac{4\pi a^3 r_0^3}{\left(a+r\right)^3}$, לא.

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 10 - מציאת התפלגות מטען

תוכן העניינים

מציאת התפלגות מטען:

שאלות:

1) מציאת צפיפות נפחית משטחית קווית ונקודתית

נתונה פונקציית הפוטנציאל הבאה במרחב (בקואורדינטות גליליות):

$$\varphi\begin{cases} \mathrm{A}r^2 & r<a \\ \mathrm{B}\ln(r)+\mathrm{C} & a<r<b \\ \mathrm{D}\ln(r) & b<r \end{cases}$$

A , B , C , D נתונים.

א. מצא קשר בין הקבועים.

ב. מצא את התפלגות המטען במרחב, כעת נתון כי עוטפים את כל המערכת בגליל אינסופי מוליך מוארק ברדיוס $c>b$.

ג. מצא את פונקציית הפוטנציאל החדשה בכל המרחב.

2) שדה התלוי בזווית

השדה החשמלי במרחב נתון ע״י הפונקציה הבאה בקואורדינטות כדוריות:

$$\vec{E}=\frac{\mathrm{c}}{r}\left(\hat{r}+\cos\theta\,\hat{\theta}+\sin\theta\cos\varphi\hat{\varphi}\right)$$

א. מצא את צפיפות המטען במרחב.

ב. מצא את כמות המטען הנמצאת בתוך כדור ברדיוס R ע״י אינטגרל על צפיפות המטען.

ג. מצא שוב את כמות המטען הנמצאת בתוך כדור ברדיוס R ע״י חישוב של השטף של השדה החשמלי ושימוש בחוק גאוס.

תשובות סופיות:

1) ראה סרטון.

2) א. $\vec{\nabla}\vec{E}=\frac{\varepsilon_0\mathrm{c}}{r^2}\left(1-\frac{\sin\theta}{\sin\varphi}+\frac{\sin\theta\cos2\varphi}{\sin\varphi}\right)$ ב. $4\pi\varepsilon_0\mathrm{cR}$ ג. $4\pi\varepsilon_0\mathrm{cR}$.

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 11 - אנרגיה הדרושה לבניית מערכת

תוכן העניינים

הרצאה:

שאלות:

1) **הסבר נוסחאות ודוגמה**

מצא את האנרגיה הדרושה לבניית קליפה כדורית בעלת רדיוס R וצפיפות מטען משטחית σ.

תשובות סופיות:

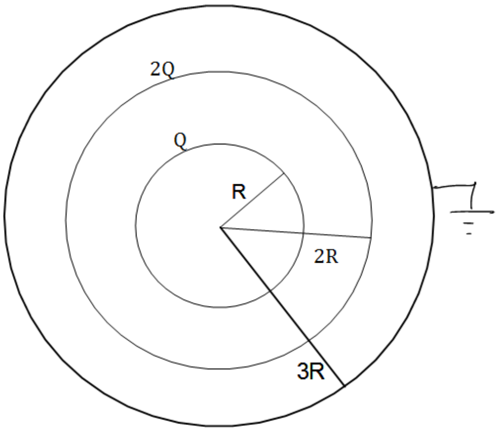
1) $U=\frac{1}{2}\frac{KQ^2}{R}$

תרגילים:

שאלות:

1) אנרגיה של מערכת שלוש קליפות

קליפה כדורית ברדיוס R טעונה במטען Q המפלג בצורה אחידה. הקליפה מוקפת קליפה נוספת ברדיוס 2R הטעונה במטען 2Q.
שתי הקליפות מוקפות בקליפה שלישית מוליכה ומוארקת ברדיוס 3R.
מצא את האנרגיה הדרושה לבניית המערכת.



2) שתי טיפות מים כדוריות וזהות בעלות רדיוס R טעונות כל אחת במטען Q המפולג באופן אחיד על פניהן. מחברים את הטיפות ויוצרים טיפה אחת חדשה וגדולה שגם בה המטען מפולג באופן אחיד על השפה.

א. מהי האנרגיה העצמית של הטיפות לפני שהתחברו?
ב. מהי האנרגיה העצמית של הטיפה החדשה?
ג. מהי האנרגיה העצמית של מערכת שתי הטיפות בדיוק לפני ההתחברות (כלומר, הטיפות כמעט נוגעות אחת בשניה)?
הנח שהתפלגות המטען על כל טיפה עדיין אחידה.
ד. מהו היחס בין האנרגיה שחישבת בסעיף ב' לסעיף ג'?

תשובות סופיות:

1) $\frac{KQ^2}{R}$

2) א. $\frac{KQ^2}{R}$ ב. $\frac{2KQ^2}{\sqrt[3]{2}R}$ ג. $\frac{3}{2}\frac{KQ^2}{R}$ ד. ≈ 1.058

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 12 - תנאי שפה לשדה החשמלי

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

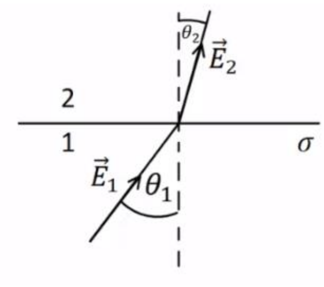
1) קפיצה על שפת כדור

נתון כדור שמרכזו בראשית הצירים ורדיוסו R. השדה החשמלי בתוך הכדור וקרוב לשפת הכדור הוא: $\vec{E}_{in}=a\hat{x}+b\hat{y}+c\hat{z}$ כאשר: a , b , c קבועים נתונים.

על מעטפת הכדור קיימת צפיפות מטען משטחית: $\sigma(\varphi)=\sigma_0\sin\varphi$ כאשר σ_0 קבוע נתון ו- φ היא הזווית עם ציר ה-z.

מצא את השדה מחוץ לשפת הכדור וקרוב אליה בקואורדינטות קרטזיות.

2) שינוי זווית משני צידי משטח טעון

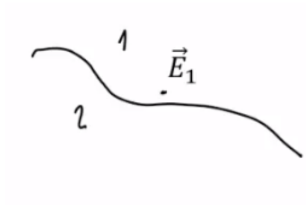


שפה של משטח טעונה בצפיפות מטען σ ומפרידה בין שני אזורים. הראה שהקשר בין הזוויות: θ_1,θ_2

שבאיור הוא: $\tan\theta_2=\dfrac{\tan\theta_1}{1+\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0 E_1\cos\theta_1}}$ כאשר E_1

הוא גודל השדה השקול בתחום 1.

3) מציאת נורמל למשטח



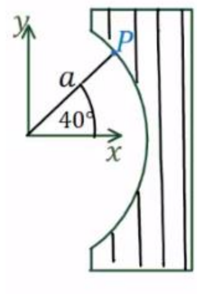
המשטח שמפריד בין שני אזורים נתון ע"י המשוואה: $2x+4y-z=3$.

א. מצא וקטור הנורמל למשטח $\hat{n}$.

ב. נתון השדה באחד האזורים קרוב למשטח: $\vec{E}_1=2\hat{x}+5\hat{y}-3\hat{z}$, מהו הרכיב של השדה שמאונך למשטח?

ג. מהו רכיב השדה שמקביל למשטח?

4) עדשה דיאלקטרית



האיור מתאר "עדשה דיאלקטרית". צד שמאל של העדשה הוא חלק מגליל שצירו חוף עם ציר z ורדיוסו a. צד ימין הוא מישור ישר המקביל למישור xz. השדה החשמלי בנקודה P הנמצאת ב- $\vec{r}_P=(a,40°,z)$ ומחוץ לעדשה הוא: $\vec{E}(\vec{r}_P)=4\hat{r}-3\hat{\theta}$

ביחידות $\dfrac{N}{m}$ ובקואורדינטות גליליות.

מה צריך להיות המקדם הדיאלקטרי של החומר ממנו עשויה העדשה כך שהשדה החשמלי היוצא מהצד הימני של העדשה יהיה מקביל לציר x?

תשובות סופיות:

1) $E_{out}=\left(a+\frac{\sigma_0\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)x}{\varepsilon_0 R^2}\ ,\ b+\frac{\sigma_0\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)y}{\varepsilon_0 R^2}\ ,\ c+\frac{\sigma_0\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)z}{\varepsilon_0 R^2}\right)$.

2) הוכחה.

3) א. $\hat{n}=\frac{1}{\sqrt{21}}(2,4,-1)$.   ב. $\frac{27}{21}(2,4,-1)$.   ג. $-\frac{1}{7}(4,1,12)$.

4) $\varepsilon_r\approx 1.2$.

שדות אלקטרו מגנטיים

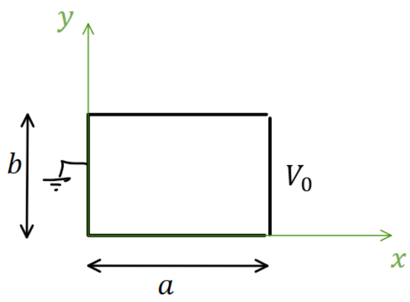
פרק 13 - בעיות שפה בקואורדינטות קרטזיות

תוכן העניינים

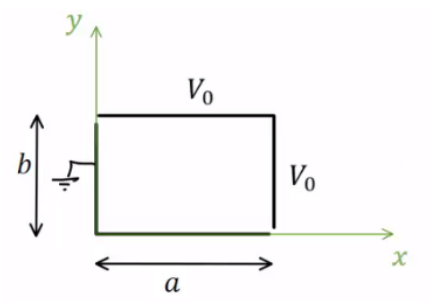
הסבר ותרגילים:

שאלות:

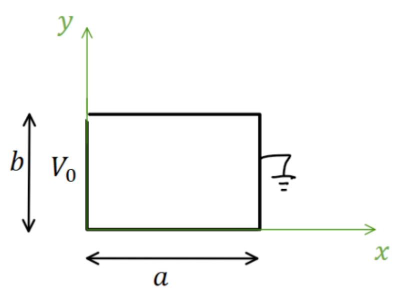
1) **פתרון הדוגמה מהסרטון הקודם**
תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים.
ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית
לאורך ציר Z.
הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל V_0 ושאר הלוחות
מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין
הלוח הימני לשאר הלוחות).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.



2) **תיבה דו ממדית וסופרפוזיציה**
תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות
מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים
באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.
הלוח הימני והלוח העליון מוחזקים
בפוטנציאל V_0, שאר הלוחות מוארקים (הנח
שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות
המוארקים ללוחות המוחזקים ב-V_0).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

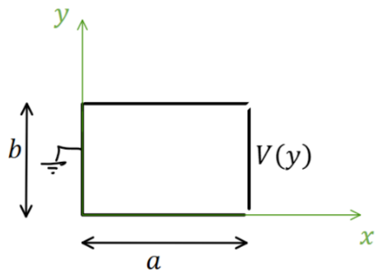


3) **תיבה דו ממדית פתרון עם החלפת צירים**
תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים.
ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית
לאורך ציר Z.
הלוח השמאלי מוחזק בפוטנציאל V_0, שאר
הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים
מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח השמאלי).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.



4) תיבה דו-ממדית עם פונקציית פוטנציאל כללית בשפה

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים.
ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית
לאורך ציר Z.
הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל $V(y)$ כללי, שאר
הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים
מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח הימני).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה במקרים
הבאים:



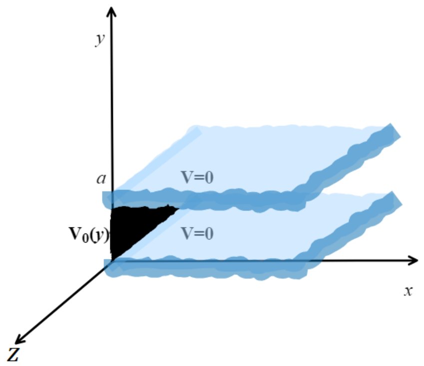
א. בצורה כללית עם הביטוי $V(y)$ בתשובה.

ב. כאשר $V(y)=\begin{cases} V_0 & 0\le y\le \frac{b}{2} \\ -V_0 & \frac{b}{2}<y\le b \end{cases}$.

ג. כאשר $V(y)=V_0\cos\left(\frac{\pi y}{2b}\right)$.

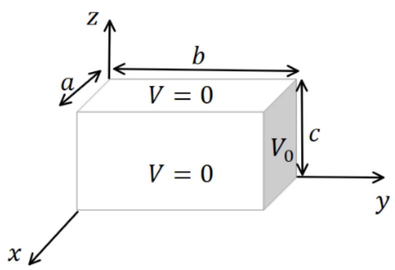
5) שני לוחות מקבילים ולוח מאונך

שני מישורים אינסופיים מוארקים נמצאים
במקביל למישור xz ובמרחק a ביניהם.
לוח מוליך נמצא על מישור yz בין $0<y<a$.
הלוח נמצא בפוטנציאל $V_0(y)=V_0\sin\left(\frac{6\pi}{a}y\right)$.
מצא את הפוטנציאל בין המישורים



6) תיבה תלת ממדית

תיבה בגודל $a\times b\times c$ עשויה מלוחות מוליכים.
כל הלוחות מוארקים למעט הלוח הימני באיור
הנמצא בפוטנציאל V_0.
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה (אין מטענים
בתוך התיבה).

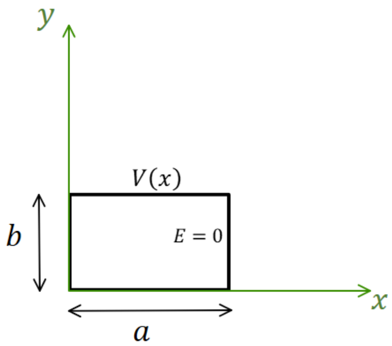


7) בעיית ניומן דו ממדית קרטזית

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z. הלוח העליון מוחזק בפוטנציאל: $V(\mathrm{x}) = V_0 \sin\left(\frac{3\pi}{2a}x\right)$.

השדה ב-0 $E(x=a)=0$ ושאר הלוחות מוארקים.

מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.



תשובות סופיות:

1) $\varphi(x,y)=\sum_n C_n \sinh\left(\frac{\pi n}{b}x\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right)$.

2) $\varphi(x,y,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{4V_0}{\pi n}\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)\sinh\left(\frac{\pi nx}{b}\right)\sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right)+\frac{4V_0}{\pi n}\sinh\left(\frac{\pi nb}{a}\right)\sinh\left(\frac{\pi n}{a}y\right)\sin\left(\frac{\pi n}{a}x\right)\right]$.

3) $\varphi(x,y,z)=\sum_n C_n \sinh\left(\frac{\pi n}{b}(-x+a)\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right)$.

4) א. $C_n=\frac{2}{b}\frac{1}{\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}\cdot\int_y^b v(y)\sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right)dy$.

ב. $C_n=\frac{8V_0}{\pi n\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}\cdot\begin{cases}1 & odd\ \frac{n}{2}\\ 0 & else\end{cases}$

ג. $C_n=\frac{-4V_0}{(4n^2-1)\pi\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}$.

5) $\varphi(x,y)=V_0\sin\left(\frac{\pi b}{a}y\right)e^{-\frac{\pi b}{a}x}$.

6) $\varphi(x,y,z)=\sum_{m,n=1}^{\infty}\frac{16V_0}{\pi^2 mn}\cdot\frac{\sin\left(\frac{\pi m}{a}x\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi n}{c}z\right)\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi m}{c}\right)^2}\,y\right)}{\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi m}{c}\right)^2}\,b\right)}$.

7) $\varphi(x,y)=\frac{V_0}{\sinh\left(\frac{3\pi b}{2a}\right)}\sin\left(\frac{3\pi}{2a}x\right)\sinh\left(\frac{3\pi}{2a}y\right)$.

שדות אלקטרו מגנטיים

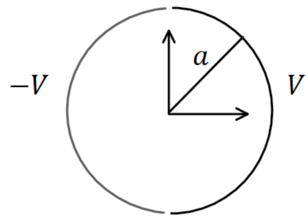
פרק 14 - בעיות שפה בקואורדינטות גליליות

תוכן העניינים

הסבר ותרגילים:

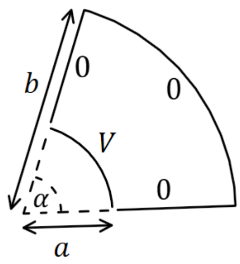
שאלות:

1) גליל חצי חצי



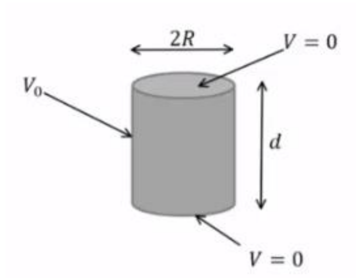
גליל דק ואינסופי ברדיוס a מחולק לשני חצאים.
החצי הימני מוחזק בפוטנציאל קבוע V והחצי השמאלי ב-$-V$.
מצא את הפוטנציאל בתוך ומחוץ לגליל.

2) גזרה בזווית אלפה



נתונה גזרה בזווית α מתוך מעגל.
הרדיוס הפנימי של הגזרה הוא a והחיצוני b.
הדופן ב-$r=a$ מוחזקת בפוטנציאל V וכל שאר הדפנות מוארקות.
מצא את הפוטנציאל בתוך הגזרה בלבד.
הנח שהבעיה דו ממדית.

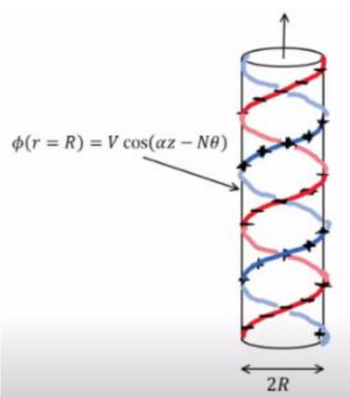
3) גליל סופי מתאפס בבסיסים



נתונה קליפה גלילית באורך d ורדיוס R.
נתון שהפוטנציאל בשני הבסיסים הוא אפס ובדופן העגולה הפוטנציאל הוא V_0.
מצא את פונקציית הפוטנציאל בתוך הגליל.

4) מולקולת DNA

מבנה ספירלי של דיפולים זעירים יוצר על שפת גליל שרדיוסו R פילוג פוטנציאל הנתון על ידי: $\phi(r=R)=V\cos(\alpha z-N\theta)$.



כאשר המספר השלם N והקבועים V ו- α נתונים.
המערכת אינסופית בציר z ומתוארת באיור עבור $N=1$.

א. רשמו את תנאי השפה לפוטנציאל בכל המרחב.
ב. מצאו את הפוטנציאל החשמלי בכל המרחב.
ג. מהו מרחק הדעיכה האופייני של השדה החשמלי מחוץ לספירלות?
ד. מהי צפיפות המטען המשטחית על המעטפת?

ה. המבנה הוא חלק ממודל של מולקולת DNA.
מבחינה חשמלית מולקולת DNA מורכבת מזוג סלילים כבציור כאשר שניהם בעלי מטען שלילי.
מודל פשוט למבנה זה מתקבל על ידי הוספת פילוג מטען משטחי שלילי אחיד $-\eta_0$ למעטפת הגלילית של הבעיה בסעיפים הקודמים עם $N=2$,
וכך שבכל נקודה על המעטפת המטען המשטחי החדש יהיה שלילי או אפס.
מהו הערך המינימלי של η_0 המבטיח שלא יהיה מטען חיובי במקרה זה?
מצאו את השדה של המערכת בתוספת צפיפות מטען זו.

תשובות סופיות:

1) $V(r,\theta)=\sum_{l=1}^{\infty}\frac{4V}{\pi l a^{l}}r^{l}\cos(l\theta) \quad ,r<a$, $V(r,\theta)=\sum_{l=1}^{\infty}\frac{4V}{\pi l}\left(\frac{a}{r}\right)^{l}\cos(l\theta) \quad ,r>a$.

2) $K_n=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}+\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}$, $V(r,\theta)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4V}{\pi m K_n}\left(\left(\frac{r}{b}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}+\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}\right)\sin\left(\frac{\pi n}{\alpha}\theta\right)$.

3) $K_n=\frac{\pi n}{d}$, $V(r,z)=\sum_{n}\frac{4V_0}{\pi n I_0\left(\frac{\pi n R}{\alpha}\right)}I_0\left(\frac{\pi n}{d}r\right)\sin\left(\frac{\pi n}{d}z\right)$.

4) א. לא מתבדר $=\phi_2(r=\infty)$, $\phi_1(r>R)=\phi_2(R)$, $\phi_1(r=0)\neq\infty$.

ב. $\phi_2=\frac{V}{K_N(\alpha R)}K_N(\alpha r)\cos(\alpha z-N\theta)$, $\phi_1=\frac{V}{I_N(\alpha R)}I_N(\alpha r)\cos(\alpha z-N\theta)$.

ג. $\frac{1}{\alpha}$.

ד. $\eta=\varepsilon_0 V\alpha\cdot C\cdot\cos(\alpha z-N\theta)$.

ה. $\eta_0=\varepsilon_0 V\alpha C$, $\vec{E}=\begin{cases}-\vec{\nabla}\theta_1 & r<R\\ -\vec{\Delta}\theta_2 & R<r\end{cases}$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 15 - בעיות שפה בקואורדינטות כדוריות

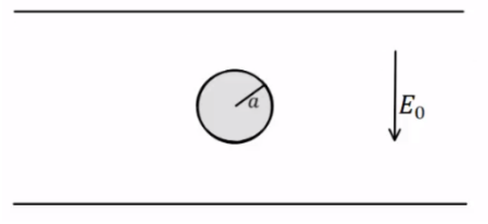
תוכן העניינים

הסבר ותרגילים:

שאלות:

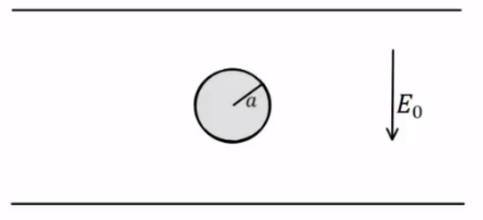
1) דוגמה – כדור מוליך בתוך קבל

כדור מוליך ברדיוס a נמצא בתוך קבל לוחות.
השדה בין הלוחות הוא E_0 כלפי מטה ונתון
ש- $a << d$.
מצא את הפוטנציאל בכל נקודה בתוך הלוחות.



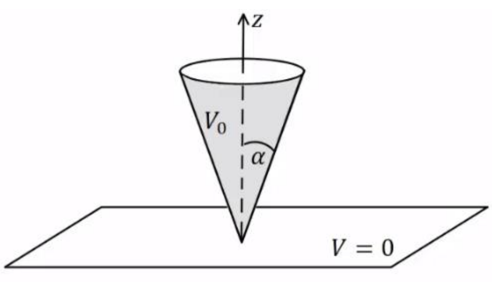
2) דוגמה – מצא את צפיפות המטען על שפת הכדור

כדור מוליך ברדיוס a נמצא בתוך קבל לוחות.
השדה בין הלוחות הוא E_0 כלפי מטה ונתון
ש- $a << d$.
השתמש בפוטנציאל שמצאת בדוגמה הקודמת
ומצא את התפלגות המטען על שפת הכדור.



3) חרוט מעל מישור

חרוט אינסופי בעל זווית פתיחה α עשוי חומר
מוליך ומוחזק בפוטנציאל V_0.
החרוט נמצא מעל מישור מוארק (הנח כי יש
מבודד בין קודקוד החרוט למישור).
מצא את הפוטנציאל בכל המרחב.
נתון כי: $Q_0(x)=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$.



תשובות סופיות:

1) $V(r,\varphi)=E_0\left(r-a^3r^{-2}\right)\cos\varphi$.

2) $\sigma_a=-3\varepsilon_0E_0\cos\varphi$.

3) $V(\varphi)=V_0\left(\frac{\ln\left(\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right)}{\ln\left(\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)}\right)$.

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 16 - מטעני דמות

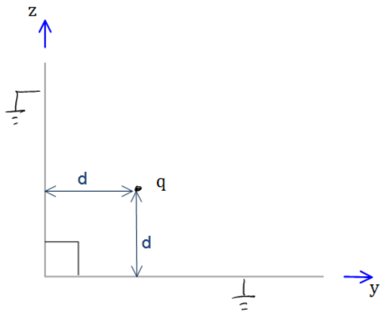
תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

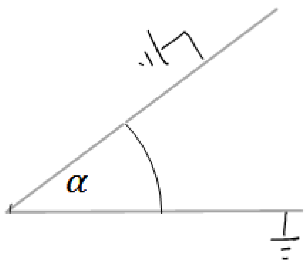
1) לוחות בזווית 90 מעלות

נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית ישרה. במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.
מצא את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.



2) לוחות בזווית אלפה

נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית α. במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.
מצא את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.



3) מציאת התפלגות המטען על שפת המוליך

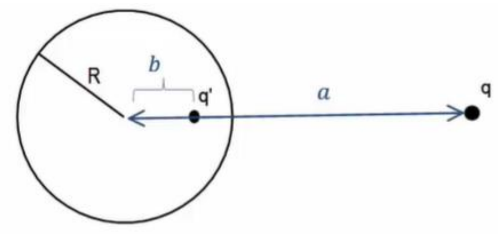
נתון מישור אינסופי מוארק.
במרחק z מעל המישור נמצא חלקיק בעל מטען q.
מצא את התפלגות המטען σ על שפת המישור.

4) כוח ואנרגיה במטעני דמות

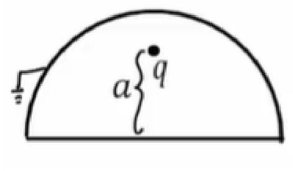
נתון מישור אינסופי מוארק ובמרחק z מעליו נמצא חלקיק בעל מטען q.
מהו הכוח שמרגיש החלקיק?

5) מציאת התפלגות מטען עם ספירה

נתונה ספירה מוליכה ומוארקת ברדיוס R. מול הספירה ישנו מטען נקודתי q במרחק a ממרכז הספירה.
מצא את התפלגות המטען על השפה של הספירה.



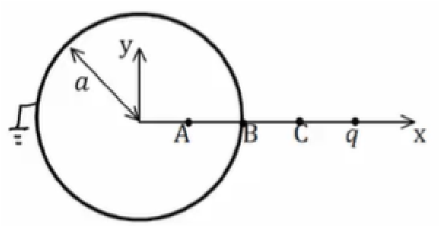
6) מטען בתוך חצי ספירה



מטען נקודתי q נמצא בתוך חצי ספירה כדורית, מוארקת ברדיוס R.

המטען נמצא בגובה a מעל מרכז הספירה. מצא את מטעני הדמות בעזרתם נוכל לחשב את הפוטנציאל בכל המרחב.

7) ספירה, מטען ושלוש נקודות



קליפה כדורית ברדיוס a מוארקת.

מטען q נמצא במרחק 2a ממרכז הקליפה ועל ציר ה- x כך ש : $x_C = \frac{3a}{2}$, $x_B = a$, $x_A = \frac{a}{2}$.

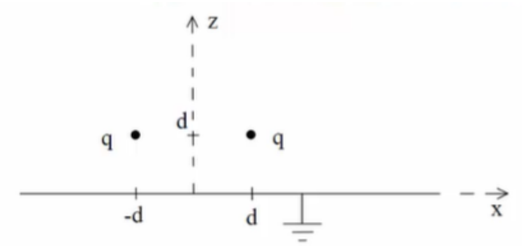
א. מצא את הפוטנציאל בנקודות: A , B , C.

ב. מהי התפלגות המטען המשטחית בנקודה B?

ג. מה הכוח הפועל על המטען q?

ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

8) שני מטענים מעל מישור



נתונים שני מטענים q במיקומים $(d,0,d)$ ו- $(-d,0,d)$ מעל משטח אינסופי מוארק כבאיור.

א. אילו מטעני שיקוף דרושים כדי לבטא פוטנציאל ושדה ב- $z>0$?

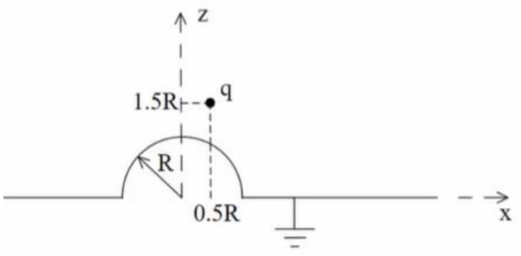
ב. איזה כוח ירגיש המטען הימני (גודל וכיוון)?

יש לנרמל $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2} = 1$ ולהגיע לתשובה מספרית.

ג. מהי התפלגות המטען על המוליך? ומהו המטען הכולל על המוליך?

ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

9) מטען מעל חצי ספירה ולא במרכז



נתון חצי כדור מוליך מושלם בעל רדיוס R המונח על חצי מרחב מישור מוליך מושלם, כבאיור.
מעל המוליך יש מטען q בקואורדינטה $(0.5R,0,1.5R)$.

א. מצא את גודל ומיקום מטעני השיקוף הדרושים בשביל לבטא את הפוטנציאל במרחב שמעל המבנה.

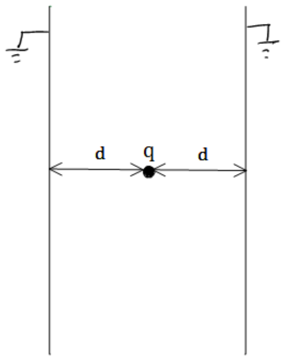
ב. מצא את הפוטנציאל בנקודות $(0,0,1.5R)$, $(0,0,0.5R)$.

ג. מהי צפיפות המטען המשטחית על שפת המוליך בנקודה $\left(\frac{\sqrt{3}R}{2},0,\frac{R}{2}\right)$?

ד. מה הכוח הפועל על המטען?

ה. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

10) מטען בין שני לוחות אינסופיים



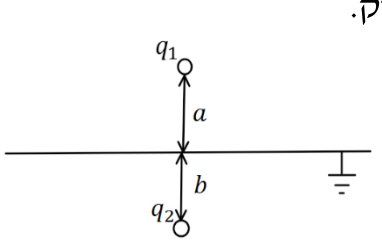
נתונים שני לוחות אינסופיים מוארקים במרחק 2d זה מזה.
בדיוק באמצע ביניהם ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.

א. מצא את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

ב. מצא את העבודה הדרושה לבניית המערכת.

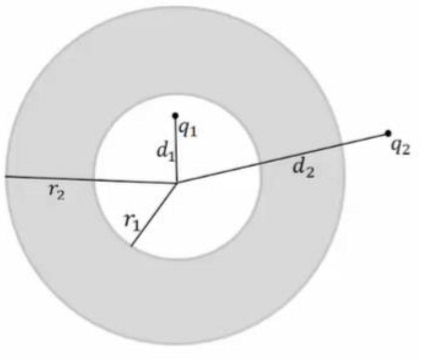
11) מטענים משני צידי מישור מוארק

מטען q_1 נמצא במרחק a מעל מישור אינסופי מוארק.
מטען q_2 נמצא במרחק b מתחת למישור.



א. מצא את השדה והפוטנציאל בכל המרחב.

ב. מהי התפלגות המטען על המישור?
ומהו המטען הכולל על המישור?



12) קליפה עבה עם מטען בפנים ובחוץ

נתונה קליפה כדורית עבה ומוליכה בעלת רדיוס פנימי r_1 ורדיוס חיצוני r_2.

מטען q_1 נמצא במרחק d_1 ממרכז הקליפה כך ש- $d_1 < r_1$.

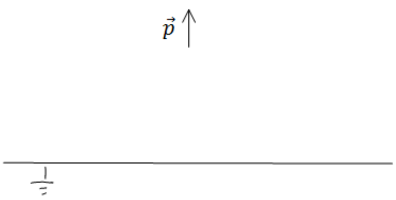
מטען q_2 נמצא במרחק d_2 ממרכז הקליפה כך ש- $d_2 > r_2$.

המטענים לא נמצאים על אותו רדיוס.

א. מצא את הפוטנציאל בו נמצאת הקליפה.

ב. מצא את הכוח הפועל על המטען q_2.

ג. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?



13) דיפול מעל מישור

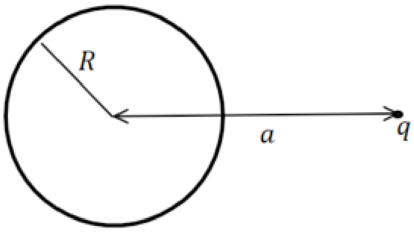
דיפול מונח במרחק z_0 מלוח אינסופי מוארק.

מומנט הדיפול הוא: $\vec{p} = (0, 0, p)$.

א. מצא את השדה בכל המרחב.

ב. מצא את צפיפות המטען על המישור.

ג. מצא את סך המטען על המישור.



14) ספירה ניטרלית

מטען נקודתי q מונח במרחק a מספירה מוליכה ברדיוס R.

הספירה אינה מוארקת ואינה מחוברת לפוטנציאל כלשהו.

ניתן להניח כי הספירה נייטרלית.

מהו הפוטנציאל על הספירה?

ומהם מטעני הדמות המתאימים לפתרון הבעיה?

רמז: השתמש בחוק שימור המטען.

תשובות סופיות:

1) $\varphi=\frac{kq}{r_1}-\frac{kq}{r_2}$

2) ראה סרטון

3) $\sigma=-kq\varepsilon_0\frac{2d}{\left(r^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

4) $F=-\frac{q^2}{\left(2d\right)^2}$

5) $E\left(r,\theta\right)=\frac{kq\left(r-a\cos\theta\right)}{\left(r^2+a^2-2ra\cos\theta\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{-kq\left(r\left(\frac{a}{R}\right)^2-a\cos\theta\right)}{\left(R^2+\left(\frac{ra}{R}\right)^2-2ra\cos\theta\right)^{\frac{3}{2}}}$

6) ראה סרטון

7) א. $\varphi_A=\varphi_B=0\ ,\ \varphi_C=\frac{3kq}{2a}$ ב. $\sigma_B=\varepsilon_0\left(-\frac{3kq}{a^2}\right)$ ג. $\vec{F}=\frac{2kq^2}{qa^2}\left(-\hat{x}\right)$

ד. $U=\frac{-kq^2}{6a}$

8) א. $\left(-d,0,d\right)\ ,\ \left(d,0,-d\right)$ ב. $-0.338\hat{z}+0.162\hat{x}$

ג. $\sigma=-\frac{1}{2\pi}qd\left(\frac{1}{\left(\left(x-d\right)^2+y^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{1}{\left(\left(x+d\right)^2+y^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)\quad ,\quad Q_T=-2q$

ד. $U=\frac{-kq^2}{\sqrt{2}\cdot 2d}$

9) א. $q_3=\sqrt{\frac{2}{5}}q\ ,\ \vec{r}_3=\left(\frac{R}{5},0,-\frac{3}{5}R\right)\ ,\ q_4=-q\ ,\ \vec{r}_4=\left(0.5R,0,-1.5R\right)$

ב. $\left(0,0,1.5R\right):\ \varphi\approx 0.71\frac{kq}{R}\ ,\ \left(0,0,0.5R\right):\ 0$ ג. $\frac{kq}{R^2}1.04\varepsilon_0$

ד. $\vec{F}=\frac{kq^2}{R^2}\left(-0.2,0,-0.64\right)$ ה. $U=\frac{kq^2}{2R}\left(-0.7\right)$

10) א. $V_T=\frac{k\left(-1\right)^n q}{\left(\left(x-2dn\right)^2+y^2+z^2\right)^{\frac{1}{2}}}$ ב. $\frac{kq^2}{2d}\left(-\ln\left(2\right)\right)$

11) א. $E_{up}=\frac{kq_1}{|r_+|^2}\hat{r}_+ + \frac{-kq_1}{|r_-|^2}\hat{r}_-$

ב. $\sigma_T=\frac{-1}{2\pi}\left(\frac{q_1 a}{\left(r^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{q_2 b}{\left(r^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)$

12) א. $\varphi_2\left(r_2\right)=\frac{kq_1}{r_2}+\frac{kq_2}{d_2}$

ב. $\vec{F}=\frac{-k\frac{r_2}{d_2}q_2^2\hat{r}}{\left(d_2-\frac{r_2^2}{d_2}\right)^2}+\frac{k\left(q_1+\frac{r_2q_2}{d_2}\right)q_2\hat{r}}{d_2^2}$

ג. $\text{U}=\frac{1}{2}\left[\frac{-k\frac{r_2}{d_2}q_2^2}{\left(d_2-\frac{r_2^2}{d_2}\right)}+\frac{k\left(q_1+\frac{r_2q_2}{d_2}\right)q_2}{d_2}-\frac{kq_1^2\cdot\frac{r_1}{d_1}}{\left(\frac{r_1^2}{d_1}-d_1\right)}+\frac{kq_1^2}{r_2}+\frac{kq_1q_2}{d_2}\right]$

13) א. $\vec{E}_T=\frac{k\left(3p\left(z-z_0\right)r,0,-pr^2+2p\left(z-z_0\right)^2\right)}{\left(r^2+\left(z-z_0\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}+\frac{k\left(3p\left(z+z_0\right)r,0,-pr^2+2p\left(z+z_0\right)^2\right)}{\left(r^2+\left(z+z_0\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}$

ב. $\sigma\left(r\right)=\frac{\left(-2pr^2+4pz_0^2\right)}{4\pi\left(r^2+z_0^2\right)^{\frac{5}{2}}}$

ג. 0

14) פוטנציאל על הספירה: $\varphi=\frac{kq}{a}$

מטעני הדמות הם: $q'=-q\frac{R}{a}$ במיקום $b=\frac{R^2}{a}$, $q'=q\frac{R}{a}$ במרכז

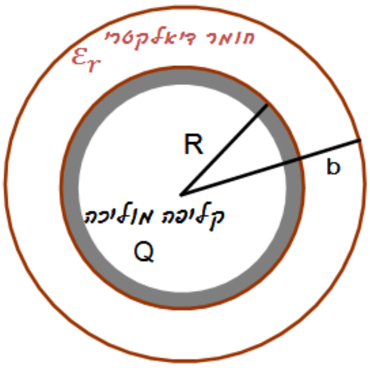
שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 17 - חומרים דיאלקטריים

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים בסיסיים:

שאלות:



1) חומר דיאלקטרי מסביב לקליפה מוליכה

קליפה מוליכה (דקה) ברדיוס R טעונה במטען Q.
מסביב לקליפה נמצאת קליפה נוספת עבה עם רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני b.
מצא את השדה בכל המרחב ואת התפלגות המטען המושרית (קשורה).

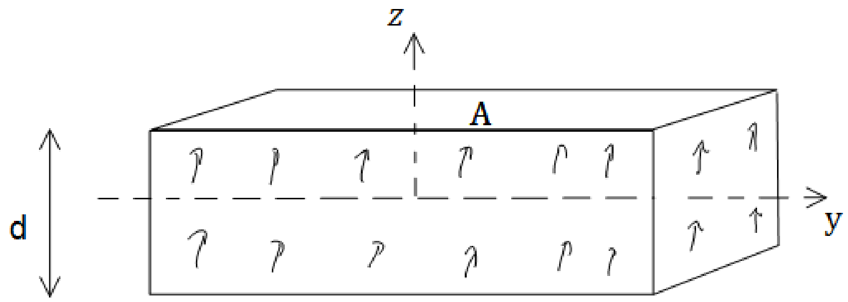
2) תיבה מקוטבת

תיבה בעלת שטח A ועובי d מקוטבת עם צפיפות קיטוב נתונה: $\vec{P} = P_0 \frac{z}{d} \hat{z}$

כאשר ראשית הצירים במרכז התיבה.

א. מצא את צפיפות המטען הקשורה (משטחית נפחית) בתיבה.

ב. מצא את סך המטען הקשור בתיבה.



3) כדור מקוטב רדיאלית

כדור ברדיוס R מקוטב לפי: $\vec{P} = A\vec{r}$ כאשר A קבוע ו- $\vec{r}$ הוא וקטור ממרכז הכדור.

א. מצא את צפיפות המטען הקשורה (משטחית ונפחית).

ב. מצא את השדה מחוץ ובתוך הכדור.

4) גליל מקוטב באופן אחיד

גליל מקוטב באופן אחיד ובמקביל לציר הסימטריה. רדיוס הגליל הוא R ואורכו L.
חשב את התפלגות המטען הקשור וצייר את קווי השדה במקרים הבאים:

א. $R \ll L$

ב. $L \ll R$

ג. $R \approx L$

5) שדה של כדור עם צפיפות קיטוב אחידה

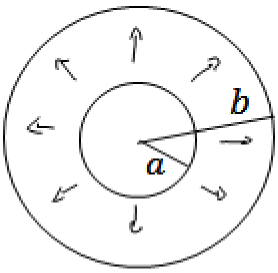
חשב את השדה של כדור מלא עם צפיפות קיטוב אחידה.

<u>הדרכה</u>: חשב את צפיפות המטען הקשור.

ניתן לתאר צפיפות מטען כזו באמצעות שני כדורים הטעונים בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח הנמצאים במרחק קטן אחד מהשני.

מצא מה צריכה להיות הצפיפות של כל כדור (תלויה גם במרחק הקטן) ולאחר מכן חשב את השדה בכל המרחב כסופרפוזיציה של השדות של שני הכדורים.

6) קליפה כדורית דיאלקטרית



קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b עשויה מחומר דיאלקטרי בעל צפיפות קיטוב

נתונה: $\vec{P}(\vec{r})=\frac{A}{r}\hat{r}$ כאשר A קבוע ו- r הוא המרחק ממרכז הקליפה.

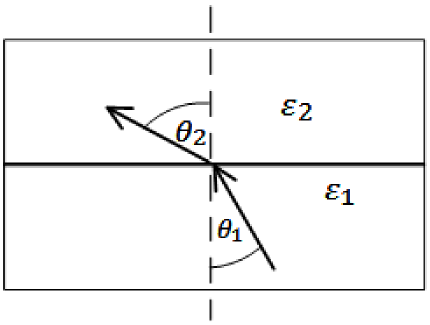
מצא את השדה בכל המרחב פעם בעזרת צפיפות המטען המושרה ופעם באמצעות השימוש בשדה ההעתקה.

7) חוק סנל

קרן אור מורכבת משדה חשמלי ושדה מגנטי המתקדמים במרחב, הראה כי אם קרן האור עוברת מחומר דיאלקטרי בעל מקדם ε_1 לחומר בעל מקדם דיאלקטרי ε_2 אז מתקיים חוק סנל (התעלם מהשדה המגנטי).

חוק סנל: $\tan\theta_1=\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\tan\theta_2$

כאשר θ_1 היא זווית הפגיעה של הקרן עם האנך ו- θ_2 היא זווית השבירה עם האנך בחומר.



תשובות סופיות:

1) השדה במרחב: $\vec{E}(r)=\begin{cases}0 & r<\mathrm{R}\\ \dfrac{\mathrm{kQ}}{\varepsilon_{\mathrm{r}}r^2}\hat{r} & \mathrm{R}<r<\mathrm{b}\\ \dfrac{\mathrm{kQ}}{r^2} & \mathrm{b}<r\end{cases}$

התפלגות המטען המושרית: $\sigma_i(\mathrm{R})=\dfrac{\varepsilon_0\mathrm{kQ}}{\mathrm{R}^2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_{\mathrm{r}}}-1\right)$, $\sigma_i(\mathrm{b})=\varepsilon_0\left(\dfrac{\mathrm{kQ}}{\mathrm{b}^2}-\dfrac{\mathrm{kQ}}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\mathrm{b}^2}\right)$

2) א. צפיפות המטען משטחית: $\sigma_{\mathrm{b}}=\dfrac{P_0}{2}$, נפחית: $\rho_{\mathrm{b}}=-\dfrac{P_0}{\mathrm{d}}$ ב. 0

3) א. צפיפות המטען משטחית: $\sigma_{\mathrm{b}}=\mathrm{A}\cdot\mathrm{R}$, נפחית: $\rho_{\mathrm{b}}=-3\mathrm{A}$

ב. שדה בתוך הכדור: $\vec{E}=\dfrac{\mathrm{A}r}{\varepsilon_0}\hat{r}$, מחוץ לכדור: 0.

4) א. $\vec{p}=q\mathrm{L}\hat{z}$ ב. $\vec{E}=\dfrac{P_0}{\varepsilon_0}\hat{z}$ ג. ראה סרטון

5) $\vec{E}=\begin{cases}-\dfrac{P_0}{3\varepsilon_0}\hat{z} & r<\mathrm{R}\\ \dfrac{\mathrm{k}\left(3(\vec{p}\cdot\hat{r})\hat{r}-\vec{p}\right)}{r^3} & r>\mathrm{R}\end{cases}$

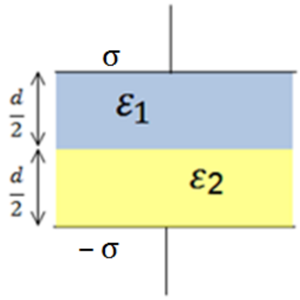
6) $\vec{E}=0$

7) שאלת הוכחה

תרגול נוסף:

שאלות:

1) חומר דיאלקטרי מפוצל בין שני לוחות



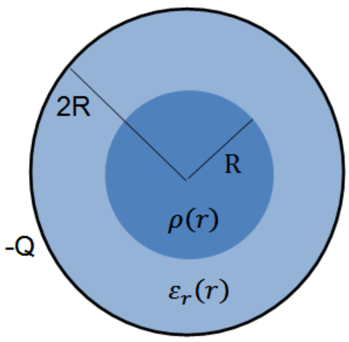
שני לוחות אינסופיים נמצאים במרחק d ביניהם,
הלוח העליון טעון σ והלוח התחתון טעון – σ .
בין הלוחות ישנם שני סוגים של חומרים דיאלקטריים ליניאריים כפי שנראה בציור.
נתון המקדם הדיאלקטרי של כל חומר ε_1 ו-ε_2.

א. מצאו את וקטור העתקה D בכל אחד מהחומרים.
ב. מצאו את השדה החשמלי בכל מקום בין לוחות .
ג. מצאו את הפולריזציה P בכל אחד מהחומרים.
ד. מצאו את הפרש הפוטנציאל בין הלוחות.
ה. מצאו את גודל ומיקום המטען הקשור בחומרים הדיאלקטריים.
ו. מצאו שוב את השדה בכל המרחב ע"י שימוש במטענים הקשורים והחופשיים.

2) כדור דיאלקטרי טעון

כדור ברדיוס R מורכב מחומר דיאלקטרי ליניארי בעל קבוע דיאלקטרי אחיד ε_r.
בתוך החומר הדיאלקטרי ישנה צפיפות של מטען חופשי (בנוסף לחומר הדיאלקטרי עצמו) מפוזרת באופן אחיד ושווה ל- ρ.
מצאו את השדה בכל המרחב. (רמז: מצאו קודם כל את D).

3) כדור מבודד וקליפה מוליכה



כדור מבודד ברדיוס R טעון בצפיפות מטען משתנה השווה ל- $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$.
מסביב לכדור ישנה קליפה מבודדת עבה בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני 2R.
הקליפה עשויה מחומר דיאלקטרי עם מקדם דיאלקטרי משתנה: $\varepsilon_r(r) = 1 + \frac{r}{R}$.
מסביב לקליפה הדיאלקטרית ישנה קליפה מוליכה דקה ברדיוס 2R הטעונה במטען כולל $\vec{E}$Q-.

א. מצא את וקטור ההעתקה $\vec{D}$ בין כל המרחב.
ב. מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

ג. מהי צפיפות המטען המושרה (או קשור) בתוך החומר הדיאלקטרי (משטחית ונפחית)?

ד. מצא באמצעות סכימה מפורשת על צפיפות המטען המושרה, את סך המטען המושרה.

4) חישוב קיבול דרך אנרגיה

קבל גלילי מורכב משתי קליפות גליליות ברדיוסים $3R$, R ובאורך $L >> 3R$. ממלאים את הקבל (המרווח בין הקליפות) בחומרים דיאלקטרים.

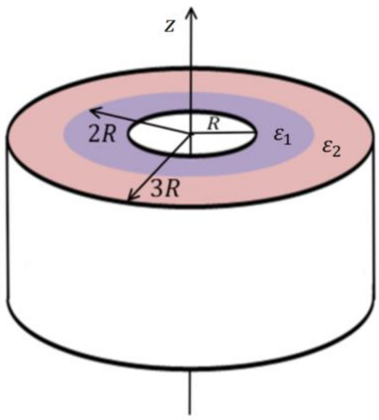
חומר בעל מקדם ε_1 ממלא את התווך בין R ל- $2R$ וחומר בעל מקדם ε_2 את התווך בין $2R$ ל- $3R$. טוענים את הקליפה הפנימית במטען Q ואת החיצונית במטען $-Q$.

א. מהי צפיפות האנרגיה בתוך הקבל כתלות במרחק ממרכז הקבל?

ב. מהי האנרגיה האגורה בקבל?

ג. חשבו את הקיבול של הקבל מתוך סעיף ב'.

ד. ניתן להתייחס לקבל כאל שני קבלים המלאים כל אחד בחומר דיאלקטרי שונה. האם הקבלים מחוברים בטור או במקביל?
חשב את הקיבול של כל קבל.



תשובות סופיות:

1) א. $\vec{D}=\sigma\hat{z}$

ב. $$\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\sigma\hat{z}}{\varepsilon_1} & 0<z<\dfrac{d}{2}\\ \dfrac{\sigma\hat{z}}{\varepsilon_2} & \dfrac{d}{2}<z<d\end{cases}$$

ג. $$\vec{p}=\begin{cases}\left(\sigma-\dfrac{\varepsilon_0\sigma}{\varepsilon_1}\right)\hat{z} & 0<z<\dfrac{d}{2}\\ \left(\sigma-\dfrac{\varepsilon_0\sigma}{\varepsilon_2}\right)\hat{z} & \dfrac{d}{2}<z<d\end{cases}$$

ד. $$V=-\frac{d}{2}\sigma\left(\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_2}\right)$$

ה. $$\sigma_b(z=d)=\sigma\left(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2}\right)\ ,\ \sigma_b\left(z=\frac{d}{2}\right)=\varepsilon_0\sigma\left(\frac{1}{\varepsilon_2}-\frac{1}{\varepsilon_1}\right)\ ,\ \sigma_b(z=0)=\sigma\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}-1\right)$$

ו. $$E_T=\frac{\sigma}{\varepsilon_1}\hat{z}$$

2) $$\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho r}{3\varepsilon_r\varepsilon_0} & r<R\\ \dfrac{k\rho 4\pi R^3}{3r^2} & r>R\end{cases}$$

3) א. $$\vec{D}=\begin{cases}\dfrac{\rho_0 r^2}{4r}\hat{r} & r<R\\ \dfrac{\rho_0 4\pi R^3}{16\pi r^2}\hat{r} & R<r<2R\\ \dfrac{\rho_0\pi R^3-Q}{4\pi r^2}\hat{r} & 2R<r<\infty\end{cases}$$

ב. $$\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho_0 r^2}{4R\varepsilon_0}\hat{r} & r<R\\ \dfrac{\rho_0 R^3\hat{r}}{4r^2\varepsilon_0\left(\dfrac{r}{R}\right)} & R<r<2R\\ \dfrac{\rho_0\pi R^3-Q}{4\pi r^2\varepsilon_0} & 2R<r\end{cases}$$

ג. $$\rho_b=\frac{-\rho_0 R^2}{4r^2\left(1+\dfrac{r}{R}\right)^2}\ ,\ \sigma_b(r=R)=\frac{-\rho_0 R}{8}\ ,\ \sigma_b(r=2R)=\frac{\rho_0 R^2}{4(2R)(3)}$$

ד. 0

4) א. $$u=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{(2\pi rL)^2}\begin{cases}\dfrac{1}{\varepsilon_1} & R<r<2R\\ \dfrac{1}{\varepsilon_2} & 2R<r<3R\end{cases}$$

ב. $$U=\frac{Q^2}{4\pi L}\left(\frac{1}{\varepsilon_1}\ln 2+\frac{1}{\varepsilon_2}\ln\frac{3}{2}\right)$$

ג. $$C=\frac{2\pi L}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}\ln 2+\dfrac{1}{\varepsilon_2}\ln\dfrac{3}{2}}$$

ד. $$c_2=\frac{2\pi L\varepsilon_2}{\ln\frac{3}{2}}\ ,\ c_1=\frac{2\pi L\varepsilon_1}{\ln 2}.$$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 18 - קבלים

תוכן העניינים

הסבר על קיבול ושיטות לחישוב קיבול:

שאלות:

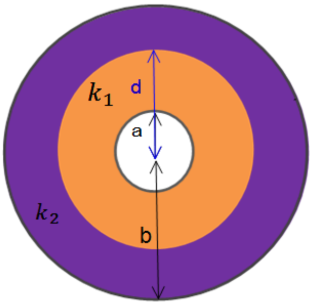
1) קבל גלילי

קבל גלילי מורכב משתי קליפות גליליות מוליכות באורך L ורדיוסים a , b .

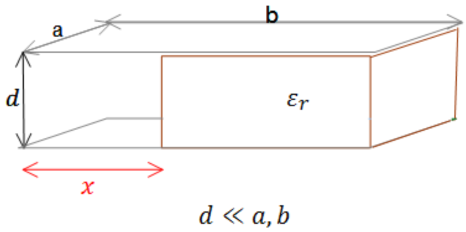
א. מצא את הקיבול של הקבל $L >> a , b$.

ב. כעת ממלאים את הקבל בחומר דיאלקטרי בעל קבוע משתנה.
k_1 כאשר $a < r < d$ ו-k_2 כאשר $d < r < b$.
מצא את הקיבול החדש.

ג. טוענים את הקבל במטען Q, מצא את התפלגות המטען במרחב (חופשי ומושרה).



2) דרך שניה לחשב קיבול וחיבור קבלים



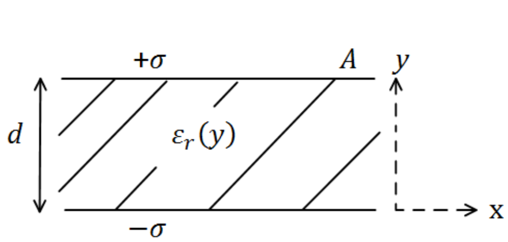
קבל לוחות מורכב משני לוחות מלבנים בעלי אורך b ורוחב a. המרחק בין הלוחות הוא d. לתוך הקבל מכניסים חומר דיאלקטרי הממלא את כל החלל בין הלוחות עד למרחק x מקצה הלוחות. הקבוע הדיאלקטרי של החומר נתון ε_r.

א. מצא את הקיבול של הקבל כתלות ב-x.

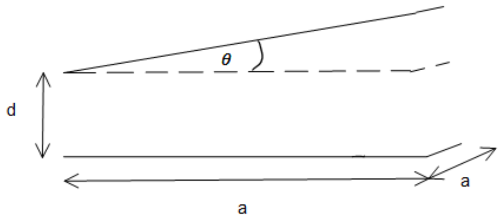
ב. מחברים את הקבל למקור מתח V, מה תהיה התפלגות המטען החופשי על הלוחות? ומהי צפיפות המטען המושרה בחומר?

3) קבל לוחות עם חומר דיאלקטרי התלוי בגובה

קבל לוחות טעון בצפיפות מטען $\pm\sigma$.
שטח הלוחות הוא A והמרחק בין הלוחות הוא d. בין הלוחות ישנו חומר דיאלקטרי בעל מקדם דיאלקטרי המשתנה עם המרחק בין הלוחות: $\varepsilon_r(y) = 1 + \left(\frac{y}{d}\right)^2$,
כאשר הלוח התחתון נמצא ב-$y = 0$.
מצא את הקיבול של הקבל.



4) קבל לוחות בזווית



נתון קבל לוחות בעל שטח A ומטען Q.
אורך כל צלע בלוחות הקבל הינה a.
עקב טעות בייצור נוצרה זווית θ קטנה מאוד בין הלוחות.

א. חשב את קיבולו של הקבל כפונקציה של θ.

ב. מחברים את הקבל למקור מתח V, מצא את התפלגות המטען המשטחית על לוחות הקבל.

תשובות סופיות:

1) א. $C=\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{b}{a}}$ ב. $C=\frac{Q}{V}$ ג. $\sigma_i=\frac{Q}{2\pi bc}\left(1-\frac{1}{k_2}\right)$

2) א. $C_T=\frac{\varepsilon_0 a}{d}\left(x+\varepsilon_r\left(b-x\right)\right)$

ב. $\sigma_2=\frac{\varepsilon_0 V_0\varepsilon_r}{d}$, $\sigma_1=\frac{\varepsilon_0 V_0}{d}$, E $q_2=\frac{\varepsilon_0 a\left(b-x\right)V_0\varepsilon_r}{d}$, $q_1=\frac{\varepsilon_0 axV_0}{d}$

3) $\frac{\pi d}{4\varepsilon_0 A}$

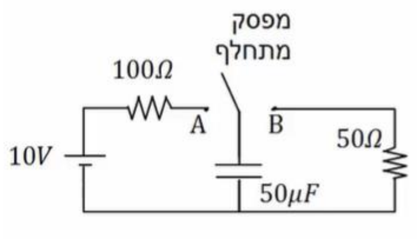
4) א. $\frac{\varepsilon_0 a}{\theta}\ln\left(1+\frac{a}{b}\theta\right)$ ב. $\sigma_{(x)}=\frac{\varepsilon_0 V_0}{d+xty\theta}$

אנרגיה האגורה בקבל וכוח על חומר דיאלקטרי:

שאלות:

1) מתג מתחלף

במעגל הבא מחברים ב-$t=0$ את המפסק המתחלף לנקודה A. ב-$t=0.01$ מעבירים את המפסק לנקודה B.



א. רשום את המתח על הקבל כתלות בזמן.

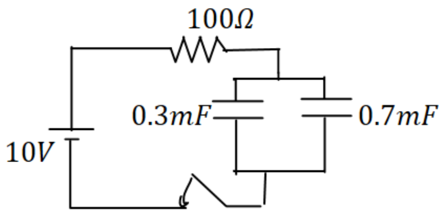
ב. מה המטען על הקבל ב-$t=0.02$.

ג. רשום שוב את הזרם כתלות בזמן.

ד. צייר גרפים עבור המתח והזרם כתלות בזמן.

2) טעינה של שני קבלים

במעגל הבא סוגרים את המפסק ב-$t=0$.



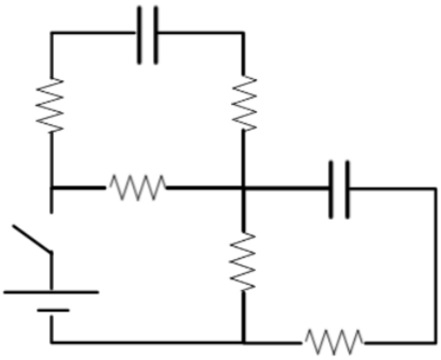
א. מהו הזמן האופייני במעגל?

ב. מצא את המתח והמטען בכל קבל בזמנים: $t=0.2\sec\ ,\ 0.8\sec$.

3) קבלים בהתחלה ובסוף

במעגל הבא הקיבול של הקבלים זהה ושווה ל-C התנגדות הנגדים זהה ושווה ל-R ומתח הסוללה הוא V.

הקבלים אינם טעונים כאשר המפסק פתוח.

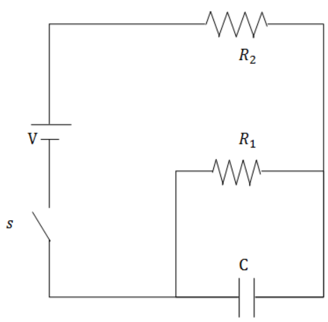


א. מצאו את הזרם בסוללה ברגע סגירת המתג.

ב. מצאו את הזרם בסוללה והמתח על כל קבל לאחר זמן רב.

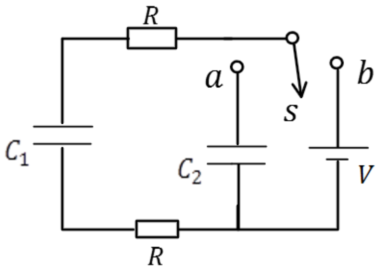
ג. מהו המטען על כל קבל לאחר זמן רב?

4) מטען על קבל במקביל לפי הזמן



במעגל הבא סוגרים את המפסק ב-$t=0$
כאשר הקבל אינו טעון.
מצא את המטען על הקבל והזרם בכל נגד
כפונקציה של הזמן.
נתון: V, R_1, R_2, C.

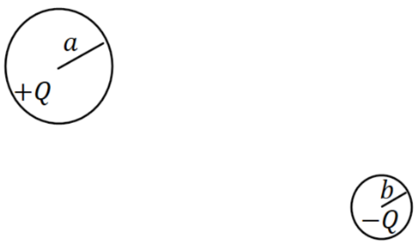
5) פריקה בין שני קבלים



במעגל הבא הקבל C_1 טעון במטען Q_0 לפני
סגירת המתג s לנקודה a.

א. רשום את המשוואה ממנה ניתן לקבל את המטען על הקבל C_1 כתלות בזמן.
ב. פתור את המשוואה ומצא את המטען על כל קבל כתלות בזמן.
ג. מהם הזרמים בשני הנגדים כתלות בזמן?

6) קבל של שני כדורים



שני כדורים בעלי רדיוסים a ו- b מרוחקים
מאוד זה מזה.
טוענים את הכדורים במטענים $+Q$ ו- $-Q$
בהתאמה.

א. חשב את האנרגיה האלקטרוסטטית הכוללת של המערכת.
ב. חשב את הקיבול של המערכת דרך התוצאה שקיבלת עבור האנרגיה.
ג. אם מחברים את הכדורים בחוט ארוך מאוד עם התנגדות כוללת R, מה זמן הפריקה האופייני של המערכת?

תשובות סופיות:

1) א. $V_C(t)=\begin{cases}10\left(1-e^{-\frac{t}{0.05}}\right) & 0<t<0.01\\ 8.65\cdot e^{-\frac{t-0.01}{0.0025}} & 0.1<t\end{cases}$

ב. $q_0(t=0.02)\approx 7.92\cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}$

ג. $I(t)=\begin{cases}\frac{10}{100}\cdot e^{\frac{-t}{0.005}} & 0<t<0.01\\ \frac{8.65}{50}\cdot e^{-\frac{t-0.01}{0.0025}} & 0.1<t\end{cases}$

ד. ראה סרטון

2) א. $0.1\sec$

ב. $0.8\sec$: $V_1=V_2=10V$, $q_1=3\cdot 10^{-3}C$, $q_2=7\cdot 10^{-3}C$

$0.2\sec$: $V_1=V_2\approx 8.65V$, $q_1=2.6\cdot 10^{-3}C$, $q_2=6.01\cdot 10^{-3}C$

3) א. $\frac{6V}{7R}$

ב. זרם סוללה: $\frac{V}{2R}$, מתח קבלים: $\frac{V}{2}$.

ג. מטען קבלים: $\frac{CV}{2}$

4) $q(t)=\frac{VR_1\cdot C}{R_2+R_1}\left(1-e^{\frac{R_2+R_1}{R_1C\cdot R_2}t}\right)$

5) א. $\frac{C_1+C_2}{2RC_1C_2}\cdot q_1+q_1-\frac{Q_0}{2RC_2}=0$

ב. $q_1(t)=(\tau\cdot A-Q_0)e^{-\frac{t}{\tau}}$,

$q_2(t)=(-\tau\cdot A+Q_0)\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

ג. $I=\left(\frac{Q_0}{\tau}-A\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$

6) א. $U=\frac{KQ^2}{2}\left(\frac{b+a}{a\cdot b}\right)$

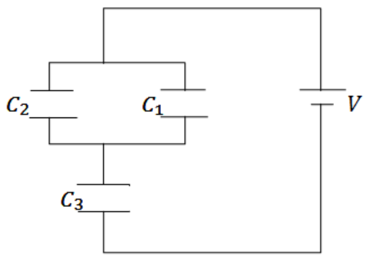
ב. $C=\frac{a\cdot b}{K(a+b)}$

ג. $\tau=RC=\frac{Rab}{K(a+b)}$

תרגילים נוספים בקבלים:

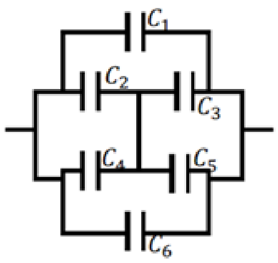
שאלות:

1) שלושה קבלים



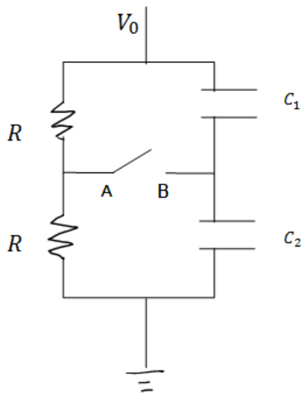
במעגל הבא נתון מתח הסוללה $V = 3v$.
והקיבול של כל קבל: $C_1 = 2\mu F, C_2 = 3\mu F, C_3 = 5\mu F$.
מצא את המטען על כל קבל.

2) חיבור קונפיגורציית קבלים



נתונה מערכת קבלים המחוברים על פי השרטוט.
מצא את הקיבול השקול של המערכת.

3) קבלים עם מפסק

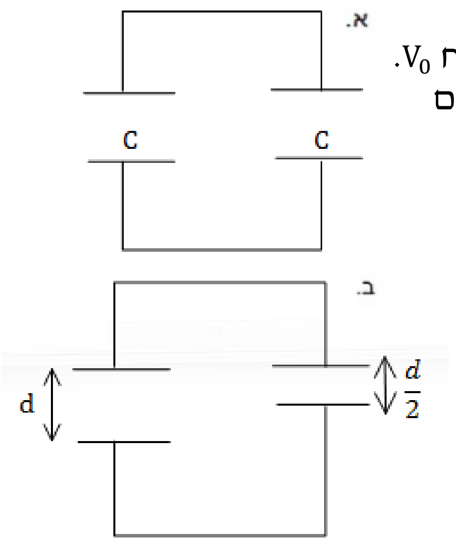


במעגל הבא מחזיקים את הקצה העליון בפוטנציאל קבוע ונתון V_0. הקצה התחתון מוארק.
נתון: הקיבול של כל קבל, ההתנגדות הזהה של הנגדים.

א. מצא את המתח (הפרש הפוטנציאלים) בין הנקודה A לנקודה B.

ב. סוגרים את המפסק AB, כמה מטען עבר דרך המפסק עד שהמערכת התייצבה?

4) שני קבלים טעונים מחוברים אחד לשני



טוענים בנפרד שני קבלי לוחות זהים ע"י מקור מתח V_0.
לאחר הטעינה מנתקים את הקבלים ומחברים אותם אחד לשני, הדק חיובי לחיובי ושלילי לשלילי.

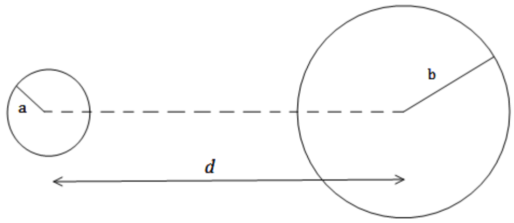
א. מצא את האנרגיה של המערכת אם קיבול הקבלים הוא C.

כעת מקטינים את המרחק בין אחד הקבלים פי 2.

ב. מצא את המתח על כל קבל לאחר זמן רב, ואת האנרגיה של המערכת.

ג. חשב את שינוי האנרגיה והסבר לאן עברה?

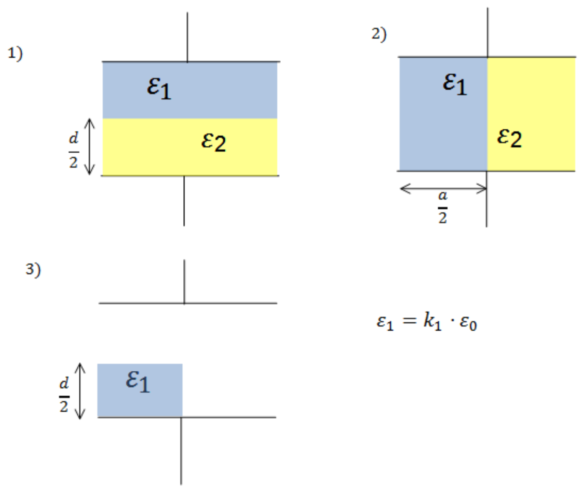
5) שני כדורים מרוחקים



שני כדורים מוליכים, בעלי רדיוסים שונים
ונתונים a , b טעונים במטענים שווים
ומנוגדים q- , q+.
המרחק בין מרכזי הכדורים הוא d.
נתון כי $d \gg a, b$

א. מהו השדה החשמלי לאורך הציר המחבר בין הכדורים (ומחוצה להם)?
ב. מצא את הפרש הפוטנציאלים בין משטחי הכדורים.
ג. הראה כי קיבול המערכת הוא: $C \approx \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2}{d}}$.

6) חומרים דיאלקטרים בתוך קבל

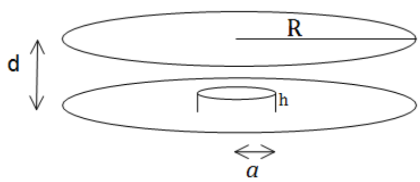


נתון קבל לוחות ריבועיים בעל צלע a
ומרחק בין הלוחות d.
אל הקבל מכניסים חומרים דיאלקטרים
שונים עם מקדמים נתונים.
החומרים מוכנסים בשלוש צורות שונות
כפי שמוצג בציור (במצב השלישי מוכנס
רק חומר אחד, החומרים ממלאים את
כל הצלע שנכנסת ללוח).

א. מצא עבור כל מצב את הקיבול של הקבל.
ב. מחברים את הקבל למקור מתח V נתון, מהו השדה החשמלי בתוך הקבל בכל אחד מהמצבים?
ג. מצא את התפלגות המטען החופשית והמושרית בכל אחד מהמצבים.

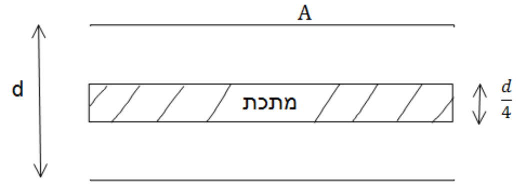
7) קבל לוחות עם בליטה

במערכת הבאה ישנו קבל לוחות עם לוחות
מעגליים ברדיוס R, ומרחק בין הלוחות d ($d \ll R$).
בלוח התחתון ישנה בליטה בצורת גליל
ברדיוס a ($a \gg d$) ועובי h.
מרכז הבליטה במרכז הלוח התחתון.



א. מצא את הקיבול של הקבל.
ב. מהו השדה בכל מקום בתוך הקבל אם נתון שהקבל מחובר למקור מתח V.
ג. מצא את התפלגות המטען על הלוחות.

8) קבל עם פיסת מתכת



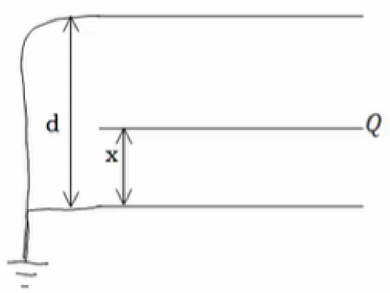
קבל לוחות מחובר למקור מתח V.
שטח כל לוח בקבל הוא A והמרחק בין הלוחות הוא d, ($d \ll \sqrt{A}$).

א. מצא את המטען על הקבל, את השדה בתוך הקבל ואת האנרגיה של המערכת.

ב. כעת מכניסים לקבל פיסת מתכת בעובי $\frac{d}{4}$ עם שטח A ממרכז הקבל. חזור על סעיף א.

ג. כעת מוציאים את המתכת, מחכים שהקבל יטען שוב ומנתקים את מקור המתח. לאחר הניתוק מכניסים את המתכת חזרה פעם שניה. חזור על סעיף א' (סעיף ב' אינו משפיע על סעיף ג').

9) שלושה לוחות



נתונה מערכת המורכבת משני לוחות מוארקים במרחק d. בין הלוחות, במרחק x מהלוח התחתון, מכניסים לוח נוסף זהה עם מטען Q.
שטח הלוחות הוא $A \gg d^2$.

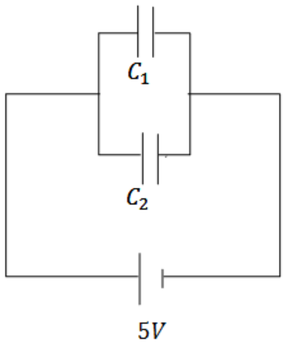
א. מצא את הקיבול של המערכת.

ב. מצא את המטען על כל לוח.

ג. מצא את האנרגיה של המערכת כפונקציה של x.

ד. מהו הכוח הפועל על הלוח?

10) שני קבלים טעונים מחוברים לקבל שלישי



במעגל הבא קיבול הקבלים הוא: $C_1 = 3\mu F, C_2 = 2\mu F$
והמתח בסוללה הוא 5V.
לאחר שהקבלים נטענים מנתקים את המקור ומחליפים אותו בקבל של $C_3 = 5\mu F$.
מצא את המטען, המתח והאנרגיה של הקבל החדש לאחר שהמערכת מתייצבת.

11) קבל כדורי עם חומר דיאלקטרי מפוצל

קבל כדורי מורכב משתי קליפות כדוריות מוליכות דקות ברדיוסים b , a.
הקליפה הפנימית מוחזקת במתח V_0 והקליפה החיצונית מוארקת.

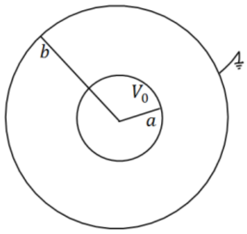
א. חשב את המטען על כל קליפה.

ב. חשב את הקיבול של הקבל.

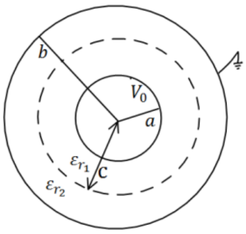
ממלאים את הקבל בשני חומרים דיאלקטריים.
חומר אחד בעל מקדם ε_{r_1} הממלא את החלל בין הרדיוסים a ל-c
וחומר שני בעל מקדם ε_{r_2} הממלא את החלל בין הרדיוסים c ל-b.

ג. חשב את הקיבול החדש.

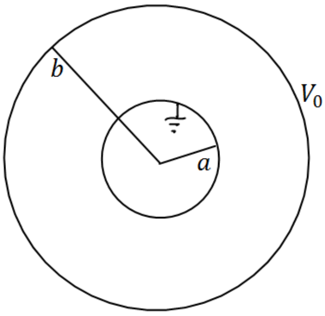
סעיף א,ב



סעיף ג



12) קבל לא אידיאלי



קבל כדורי מורכב משתי קליפות כדוריות מוליכות
דקות ברדיוסים a , b.
הקליפה החיצונית מוחזקת במתח V_0 והקליפה
הפנימית מוארקת.

א. חשב את המטען על כל קליפה, שים לב שיש
שדה מחוץ לקבל!

ב. חשב את הקיבול של הקבל.

מכניסים לקבל חומר דיאלקטרי בעל מקדם ε_r הממלא את החלל בין
הרדיוסים a ל-b.

ג. חשב את הקיבול החדש וחשב את המטען החופשי על הקליפה המוארקת.

13) מרחיקים לוחות בקבל לוחות

קבל לוחות בעל אורך צלע $a = 2\ \mathrm{c.m.}$ ומרחק בין הלוחות $d = 1\ \mathrm{mm}$ נטען ע"י
סוללה במתח $3V$. לאחר שהקבל נטען במלואו מנתקים את הסוללה ומרחיקים
את הלוחות למרחק $3d$.

א. מצא את הפרש הפוטנציאל החדש על הקבל .

ב. מצא את האנרגיה ההתחלתית והסופית האגורה בקבל.

ג. מצא את העבודה הנדרשת ע"מ להרחיק את הלוחות ע"י הגדרת העבודה.

14) מושכים לוח מקבל גלילי

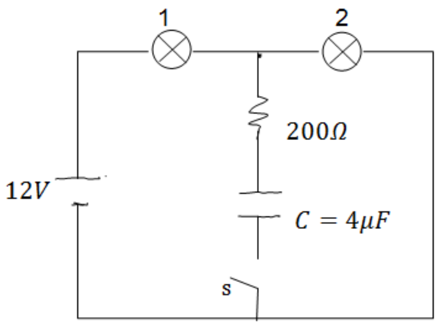
קבל גלילי עשוי משני קליפות גליליות באורך L ורדיוסים $a < b \ll L$.

נתון כי הגליל הפנימי טעון במטען Q והחיצוני ב- $-Q$.

א. מצא את הקיבול של הקבל.

ב. מושכים את הגליל הפנימי כלפי מעלה לאורך הציר המשותף כך שהוא בולט בשיעור $\Delta L \ll L$ בחלקו העליון.
מהו הכוח החשמלי הפועל על הגליל הפנימי? (ניתן להניח כי השדה החשמלי מתאפס באזורים בהם אין חפיפה בין הגלילים).

15) שתי נורות

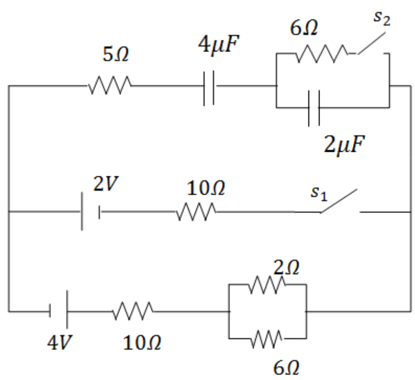


במעגל הבא הספק נורה מס' 1 במתח של 10V הוא 0.5W. ההספק של נורה מס' 2 באותו המתח הוא 0.4W. התנגדות הנגד היא 200Ω.

א. חשב את ההתנגדות, המתח וההספק החשמלי של כל נורה כאשר המפסק פתוח.

ב. חשב את המתח על הקבל אם המפסק סגור והמערכת התייצבה.

16) מעגל עם קבלים



חשב את כל הזרמים במעגל ואת המטען על כל קבל במצב היציב כאשר המפסקים במצב הבא :

א. s_1 פתוח ו- s_2 סגור.

ב. s_2 פתוח ו- s_1 סגור.

ג. שני המפסקים סגורים.

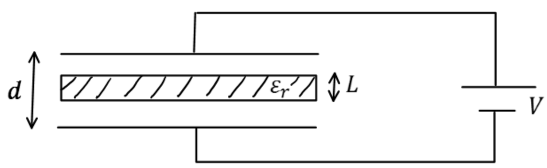
17) קבל לוחות עם חומר דיאלקטרי הממלא רק חלק מהקבל

קבל לוחות בנוי משני לוחות ריבועיים בעלי צלעות a המרוחקים מרחק d זה מזה.
בין לוחות הקבל הוכנס חומר דיאלקטרי בעובי $L < d$ ומקדם דיאלקטרי ε_r.
מחברים את הקבל למקור מתח V.

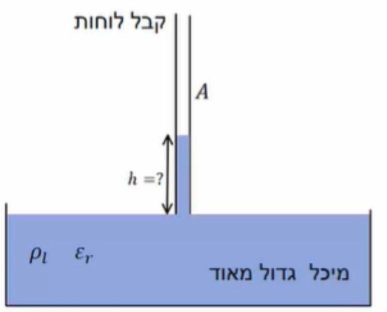
א. מהו השדה החשמלי באזור ללא החומר הדיאלקטרי?

ב. מהו השדה החשמלי בתוך החומר הדיאלקטרי?

ג. מהו המטען המושרה על השפה של החומר הדיאלקטרי?



18) גובה נוזל בתוך קבל



קבל לוחות ריבועיים מחובר למקור מתח V.
שטח כל לוח הוא A והמרחק בין הלוחות הוא d.
מחזיקים את הקבל כך שקצהו טבול במיכל גדול
מאוד המכיל נוזל בעל מקדם דיאלקטרי ε_r
וצפיפות מסה ליחידת נפח ρ_l.
המטרה היא למצא עד איזה גובה עולה הנוזל בקבל.

א. הנח שהגובה ידוע ומצא את האנרגיה כובדית של המים והאנרגיה הפוטנציאלית של הקבל.

ב. מצא מה השינוי באנרגיה של הסוללה ע"י חישוב העבודה שביצעה הסוללה (התייחס לגובה כנתון עדיין).

ג. מצא באיזה גובה המערכת תתייצב? השתמש בשיקול שמערכת שואפת להתייצב במינימום של האנרגיה שלה.

תשובות סופיות:

1) $q_1 = 3\mu C \,,\, q_2 = 4.5\mu C \,,\, q_3 = 7.5\mu C$

2) $C_T = C_1 + C_6 + C_{2345}$

3) א. $V_{AB} = \frac{V_0}{2} - \frac{V_0 C_2}{C_1 + C_2}$ ב. $\Delta q = \frac{V_0}{2}\left(C_2 - C_1\right)$

4) א. $U_T = 2U_1 = CV_0^2$ ב. $U'_T = \frac{2}{3}CV_0^2 \,,\, V' = \frac{2}{3}V_0$

ג. $\Delta U = \frac{1}{3}CV_0^2$, האנרגיה ירדה ועברה לכוח שהזיז את הלוחות.

5) א. $\vec{E} = \left(\frac{kq}{x^2} + \frac{kq}{(d-x)^2}\right)\hat{x}$ ב. $\Delta\varphi \approx kq\left(\frac{2}{d} - \frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$ ג. הוכחה

6) מצב 1:

א. $C_T = \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)a^2}{2d}$ ב. $E_1 = E_2 = \frac{V}{d}$

ג. $\sigma_{free_1} = \frac{\varepsilon_1}{d}V \,,\, \sigma_{i_1} = (\varepsilon_0 - \varepsilon_1)\frac{V}{d} \,,\, \sigma_{free_2} = \frac{\varepsilon_2}{d}V \,,\, \sigma_{i_2} = (\varepsilon_0 - \varepsilon_2)\frac{V}{d}$

מצב 2:

א. $C_T = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2 a^2 \cdot 2}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}$ ב. $E_1 = \frac{2\varepsilon_2}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}V \,,\, E_2 = \frac{2\varepsilon_1}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}V$

ג. לוח עליון- $\sigma_{free_1} = \frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}V \,,\, \sigma_{i_1} = (\varepsilon_0 - \varepsilon_1)\frac{2\varepsilon_2}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}V$

לוח תחתון- $\sigma_{free_2} = \frac{-2\varepsilon_1\varepsilon_2}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}V \,,\, \sigma_{i_2} = -(\varepsilon_0 - \varepsilon_2)\frac{2\varepsilon_1}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}V$

בין החומרים- $\sigma_{free_3} = 0 \,,\, \sigma_{i_3} = \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)2\varepsilon_0}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}$

מצב 3:

א. $C_T = \frac{\varepsilon_0 a^2}{a}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_0} + \frac{1}{2}\right)$ ב. $E_1 = \frac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_0)} \,,\, E_2 = \frac{2\varepsilon_1 V}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_0)} \,,\, E_3 = \frac{V}{d}$

ג. לוח עליון צד ימין- $\sigma_T = \sigma_{free} = \varepsilon_0\frac{V}{d}$

לוח עליון צד שמאל- $\sigma_T = \sigma_{free} = \varepsilon_0\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_1 V}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_0)}$

לוח תחתון צד ימין- $\sigma_{T_{down}} = -\varepsilon_0\frac{V}{d}$

לוח תחתון צד שמאל- $\sigma_i = \frac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}(\varepsilon_1-\varepsilon_0)$

באמצע- $\sigma_T = \frac{2\varepsilon_0 V}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_0)}(\varepsilon_0-\varepsilon_1)$, $\sigma_{free}=0$

7) א. $C_T = \varepsilon_0\pi\left(\frac{a^2}{d-h}+\frac{R^2-a^2}{d}\right)$ ב. $E_1 = \frac{V}{d-h}$, $E_2 = \frac{V}{d}$

ג. $\sigma_1 = \varepsilon_0\frac{V}{d-h}$, $\sigma_2 = \varepsilon_0\frac{V}{d}$

8) א. $U = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 A}{d}V^2$, $E = \frac{V}{d}$, $q = \frac{\varepsilon_0 A}{d}V$

ב. $U = \frac{2\varepsilon_0 A}{3d}V^2$, $E_1 = E_2 = \frac{4V}{3d}$, $q_T = \frac{4\varepsilon_0 AV}{3d}$

ג. $U = \frac{3\varepsilon_0 AV^2}{8d}$, $E_1 = E_2 = \frac{V}{d}$, $q_T = \frac{\varepsilon_0 A}{d}V$

9) א. $C_T = \varepsilon_0 A\left(\frac{d}{x(d-x)}\right)$ ב. $q_1 = Q\frac{d-x}{d}$, $q_2 = Q\left(\frac{x}{d}\right)$

ג. $U(x) = \frac{Q^2\cdot x(d-x)}{2\varepsilon_0 Ad}$ ד. $\vec{F} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 Ad}(d-2x)$

10) $q'_3 = 12.5\mu C$, $V'_3 = 2.5V$, $U = 15.625J$

11) א. $q_1 = \frac{V_0}{k\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}$, $q_2 = -q_1$ ב. $C = \frac{1}{k\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}$

ג. $C = \frac{q}{\left|kq\left(\frac{1}{\varepsilon_{r_1}}\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{a}\right)+\frac{1}{\varepsilon_{r_2}}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)\right)\right|}$

12) א. $q_1 = \frac{V_0}{k\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)}$, $q_2 = \frac{bV_0}{ak\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)}$ ב. $C_T = \frac{1}{k\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}+\frac{b}{k}$

ג. $q_1 = \frac{-\varepsilon_r}{k\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}V_0$, $C_T = \frac{\varepsilon_r}{k\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}+\frac{b}{k}$

13) א. $V' = 9V$ ב. $U_{C_i} = 15.93\cdot 10^{-12}J$, $U_{C_p} = 47.79\cdot 10^{-12}J$

ג. $W = 31.86\cdot 10^{-12}J$

14) א. $C=\dfrac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\dfrac{b}{a}}$ ב. $|F|=\dfrac{q^2\ln\dfrac{b}{a}}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{(L-x)^2}$

15) א. נורה 1: $R_1=200\Omega\ ,\ V_1=5.34V\ ,\ P_1=0.143W$
נורה 2: $R_2=250\Omega\ ,\ V_2=6.68V\ ,\ P_2=0.178W$
ב. $V_0=V_2=6.68V$

16) א. $q_1=16\mu C$, זרם=0. ב. $I=\dfrac{12}{43}A\ ,\ q_1=\dfrac{136}{129}\mu C$ ג. $I=\dfrac{12}{43}A\ ,\ q_1=\dfrac{136}{43}\mu C$

17) א. $E_0=\dfrac{q}{\varepsilon_0 a^2}=\dfrac{V}{d-L\left(1-\dfrac{1}{\varepsilon_r}\right)}$ ב. $E=\dfrac{V}{d\cdot\varepsilon_r-L(\varepsilon_r-1)}$

ג. $\sigma_T=\varepsilon_0\left(\dfrac{V}{\varepsilon_r d-L(\varepsilon_r-1)}-\dfrac{V}{d-L\left(1-\dfrac{1}{\varepsilon_r}\right)}\right)$

18) א. $U_g=\rho_l adg\dfrac{1}{2}h^2\ ,\ U_C=\dfrac{1}{2}C_{(h)}U^2$ ב. $\Delta U=-\Delta C_{(h)}V^2$
ג. $h=\dfrac{\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)V^2}{2d^2\rho_l g}$

שדות אלקטרו מגנטיים

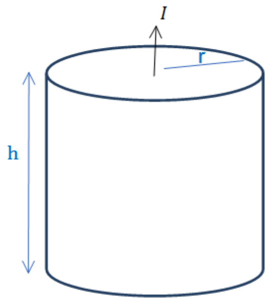
פרק 19 - נגדים זרם וצפיפות זרם

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) נוסחה לחישוב התנגדות ודוגמה עבור נגד גלילי



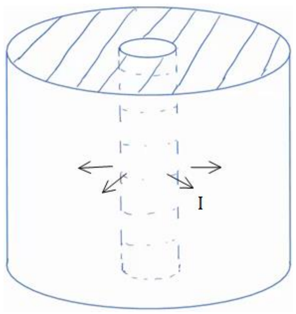
גליל מלא בעל רדיוס r וגובה h עשוי מחומר בעל התנגדות סגולית משתנה $\rho = \rho_0 \frac{z}{h}$ כאשר ρ_0 נתון ו-z הוא המרחק מבסיס הגליל.

א. חשב את ההתנגדות השקולה.
נתון שהזרם עובר בין הבסיסים (לאורך z)
מחברים את הגליל למקור מתח נתון V_0
(המתח הוא בין בסיס אחד לבסיס שני).

ב. מצא את הזרם הכולל בגליל.

ג. מצא את צפיפות הזרם והשדה החשמלי בגליל (פתרון בסרטון הבא).

2) זרם רדיאלי



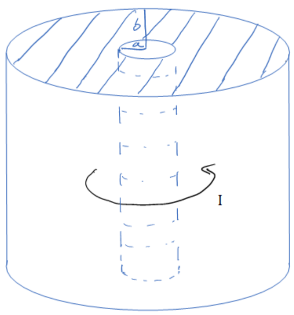
קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.

א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון הרדיאלי.

ב. מחברים מקור מתח V_0 בין המעטפת הפנימית למעטפת החיצונית של הקליפה.
מצא את צפיפות הזרם בקליפה.

ג. מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

3) זרם מעגלי בגליל



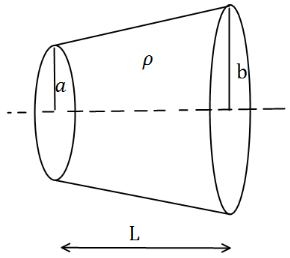
קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.

א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון טטה (ז"א זרם מעגלי).

ב. נתון הזרם הכולל הזורם בנגד.
מצא את הצפיפות כתלות במרחק ממרכז הנגד.

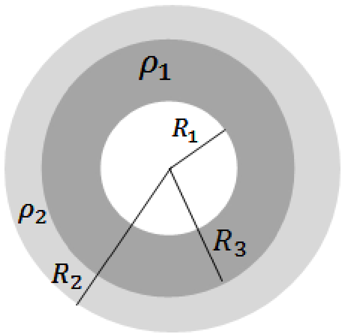
ג. מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

4) חרוט קטום



נתון חרוט קטום שאורכו L, רדיוס בסיסו הקטן a ורדיוס בסיסו הגדול b.
בין שני הבסיסים נתון הפרש פוטנציאלים.
ההתנגדות הסגולית של החרוט היא ρ.
חשבו את ההתנגדות השקולה של החרוט.

5) נגד כדורי מחולק לשני חומרים שונים

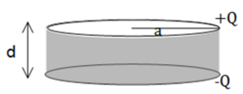


נגד בצורת קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי R_1 ורדיוס חיצוני R_2 מורכב מחומר בעל התנגדות סגולית ρ_1 בתחום $R_1 < r < R_3$ $(R_3 < R_2)$ והתנגדות סגולית ρ_2 בתחום $R_3 < r < R_2$.

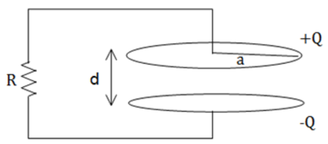
א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה (זרם בכיוון רדיאלי).
ב. מצא את צפיפות הזרם בנגד אם נתון שמחברים את הנגד למקור מתח קבוע V.
ג. מהו השדה החשמלי בנגד?
ד. מצא את התפלגות המטען (משטחית ונפחית) בקליפה.

6) צפיפות זרם בתוך לוח של קבל לוחות

סעיף ג



סעיף א, ב

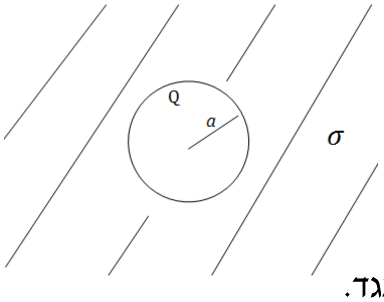


קבל לוחות עגולים טעון במטען Q ומחובר לנגד. רדיוס הלוחות הוא a והמרחק בין הלוחות הוא $d \ll a$, התנגדות הנגד היא R.

א. מצא את הזרם במעגל.
ב. מצא את צפיפות הזרם על פני לוח הקבל.

הדרכה: הנח כי צפיפות המטען על הקבל תמיד אחידה.
חשב את הזרם שיוצא מחלק הלוח בין r כלשהו ל- a.
חשוב איזו סוג של צפיפות ישנה על הלוח.
מצא את הצפיפות ע"י חלוקה של הזרם בחתך.

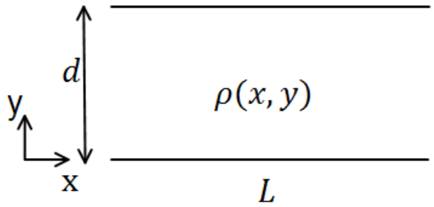
ג. בסעיף זה הנגד לא קיים, במקומו ממלאים את הקבל בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה. חזור על סעיפים א' ו-ב'.



7) קליפה טעונה מוליכה בתוך נגד

קליפה מוליכה (מוליכות אידיאלית) ברדיוס a נמצאת בתוך חומר אינסופי עם מוליכות סגולית σ.
נתון כי המטען על הקליפה ב-$t=0$ הוא Q.

א. מצא את המטען על הקליפה כפונקציה של הזמן.
ב. מצא את צפיפות הזרם ואת השדה החשמלי בנגד.

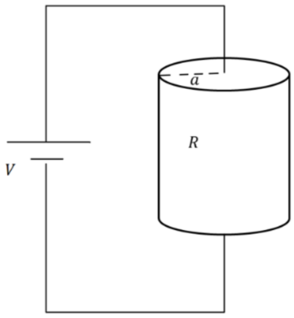


8) התנגדות תלויה באורך וברוחב

נתונים שני לוחות מקבילים בעלי ממדים $L\times L$, המרוחקים זה מזה מרחק d, אשר ביניהם הפרש פוטנציאלים ($L\gg d$).
בין שני הלוחות ישנו חומר מוליך בעל התנגדות סגולית $\rho(x,y)$.
חשבו את ההתנגדות בשני המקרים הבאים:

א. $\rho=\rho_0\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)$.

ב. $\rho=\rho_0\frac{\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)}{\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)}$.



9) צפיפות זרם בנגד גלילי

נגד גלילי בעל רדיוס a והתנגדות R מחובר למקור מתח V.

א. מצא את צפיפות הזרם הנפחית בנגד.
ב. מהי צפיפות הזרם המשטחית על הבסיס העליון?
ג. מהי צפיפות הזרם המשטחית על הבסיס התחתון?

10) אנטנת דיפול

התפלגות הזרם בתיל נתונה לפי:

$$I(x,t)=\begin{cases} I_0\cos(\omega t) & |x|<\frac{b}{2} \\ 0 & |x|>\frac{b}{2} \end{cases}$$

כאשר: I_0,ω,b קבועים נתונים.
מצא את התפלגות המטען ליחידת אורך במרחב.

11) צפיפות זרם ברגע נתון

צפיפות הזרם ברגע מסוים נתונה ע"י הנוסחה: $\vec{j} = \alpha\left(x^3\hat{x} + y^3\hat{y} + z^3\hat{z}\right)$

כאשר α קבועה וחיובית.

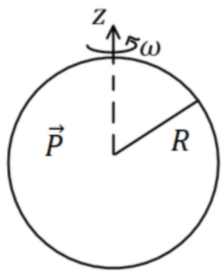
א. מהן היחידות של α?

ב. באותו הרגע, מהו קצב השינוי בצפיפות המטען בנקודה $(1,-3,4)$?

ג. נסמן את סך המטען בתוך כדור ברדיוס R שמרכזו בראשית הצירים ב-Q.

מצא את $\frac{dQ}{dt}$. האם Q גדל, קטן או נשאר קבוע?

12) כדור מקוטב מסתובב



כדור שרדיוסו R מלא בחומר דיאלקטרי בקיטוב

אחיד: $\vec{P} = P_0\hat{z}$. הכדור מסתובב סביב ציר ה-z

במהירות זוויתית קבועה ω.

הנח שהקיטוב אינו משתנה בעקבות הסיבוב.

א. מצא את צפיפות הזרם של המטענים הקשורים.

ב. צייר גרף של צפיפות הזרם כפונקציה של הקואורדינטות המתאימות.

ג. מה סך הזרם שעובר דרך חצי עיגול ברדיוס R שבסיסו על ציר ה z?

13) צפיפות זרם בכדור מוליך עם לאפלס בכדוריות

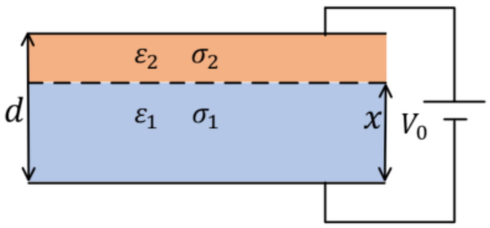
כדור מוליך ברדיוס a עשוי מחומר בעל מוליכות אחידה σ.

שפת הכדור מוחזקת בפוטנציאל: $V(a) = V_0 \cos\varphi$.

כאשר φ היא הזווית עם ציר ה z.

מצא את צפיפות הזרם בתוך הכדור.

14) קבל עם שני חומרים דיאלקטריים מוליכים



קבל לוחות מלבני בעובי d מלא בשני

חומרים דיאלקטרים מוליכים.

חומר אחד בעל מקדם דיאלקטרי ε_1

ומוליכות σ_1 וחומר שני בעל מקדם

דיאלקטרי ε_2 ומוליכות σ_2.

החומר הראשון ממלא את הקבל עד

למרחק x מהלוח התחתון והחומר השני

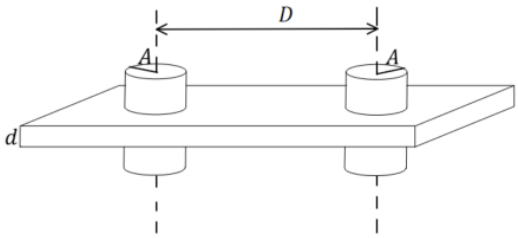
ממלא את שאר הקבל (ראה איור).

הקבל מחובר למקור מתח V_0, הנח שהזרם בתוך הקבל קבוע.

א. מצא את הפוטנציאל במרחק x מהלוח התחתון וביחס אליו.

ב. מצא את צפיפות המטען החופשי בין החומרים.

15) שתי אלקטרודות גליליות במישור דיאלקטרי מוליך



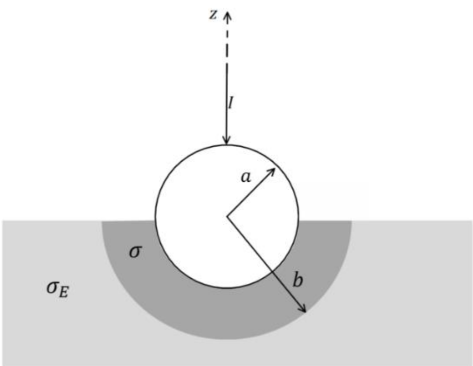
נתון לוח אינסופי העשוי מחומר דיאלקטרי-מוליך אחיד שפאותיו מקבילות ועוביו d.
מוליכות המישור היא σ.
נתונים גם שני גלילים מתכתיים, שניהם בעלי רדיוס A וציריהם מקבילים.
המרחק בין צירי הגלילים הוא D.
הגלילים עוברים דרך הלוח הדיאלקטרי-מוליך כאשר ציריהם ניצבים לפאות הלוח.
מצא את הזרם שזורם בין הגלילים המתכתיים (המתארים בעצם שני אלקטרודות) במקרים הבאים, אם נתון שהפרש הפוטנציאלים ביניהם הוא V.

א. $A \ll D$.
ב. רדיוס הגלילים אינו קטן בהרבה מחצי המרחק בין הגלילים.
(בשביל סעיף זה צריך להכיר איך מוצאים פוטנציאל של שני גלילים מוליכים באמצעות שיטת השיקופים).

16) תיל בתחתית אגם

תיל ברדיוס A וארוך מאוד מונח בתחתית של אגם עמוק מאוד.
התיל מקביל לקרקע של האגם ומרכז התיל נמצא במרחק H ממנו.
הניחו שתחתית האגם היא מישור מוליך בעל מוליכות טובה מאוד ומוליכות המים היא σ.
מצאו את ההתנגדות בין התיל לתחתית האגם עבור יחידת אורך של התיל.

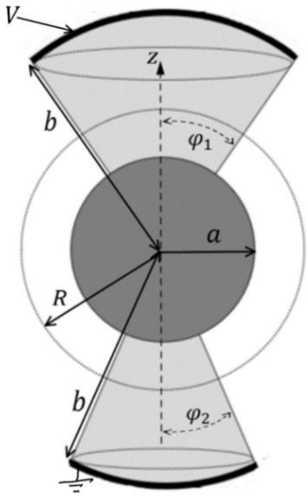
17) הארקה דרך כדור שקוע בקרקע



הארקה מחוברת לקרקע באופן הבא.
חוט מוביל זרם I לתוך כדור מוליך מושלם ברדיוס a. הכדור שקוע בקרקע עד קו המשווה שלו. סמוך לשפת הכדור נוצרת שכבה שעוביה $b-a$ בעלת מוליכות σ.
המוליכות של האדמה היא σ_E.

א. רשמו את תנאי השפה לפוטנציאל האלקטרוסטטי באדמה ובשכבה מסביב לכדור.
ב. חשבו את פונקציית הפוטנציאל באזורים הנ"ל.
ג. מצאו את ההתנגדות של האדמה כולל השכבה.
ד. מהי צפיפות הזרם המשטחית על שפת הכדור (מעל המשווה ומתחת)?

18) כדור ושתי גזרות



המבנה באיור עשוי מהחלקים הבאים:
גזרה כדורית עליונה
בתחום: $0 \le \theta \le 2\pi$, $0 \le \varphi \le \varphi_1$,
$a \le r \le b$ העשויה מחומר בעל מוליכות σ.
כדור מרכזי ברדיוס a עשוי מוליך מושלם
וגזרה כדורית תחתונה
בתחום: $0 \le \theta \le 2\pi$ $a \le r \le b$, $0 \le \varphi \le \varphi_2$,
בעלת מוליכות σ גם כן.
על פני הגזרה העליונה מונח משטח כדורי עשוי
מוליך מושלם ברדיוס $r = b$ המחובר לפוטנציאל V.
באותו האופן מונח משטח כדורי על פני הגזרה התחתונה
עשוי מוליך מושלם ומוארק.
המשטחים מתוארים בקו העבה באיור.

א. הניחו כי צפיפויות הזרם הנפחיות בגזרה העליונה והתחתונה הן: $\vec{J}_1$ ו-$\vec{J}_2$ ורשמו את חוק שימור המטען, בצורתו האינטגרלית, על מעטפת כדורית ברדיוס R (מסומנת במקווקו באיור).
ב. הראו כי בתוך המוליכים הסופיים הפוטנציאל מקיים את משוואת לאפלס ורשמו את תנאי השפה לפוטנציאל.
ג. מצאו את הפוטנציאל וחשבו את השדה החשמלי בתוך המבנה ואת צפיפות הזרם המתאימה.
ד. השתמשו בחוק אמפר האינטגרלי וחשבו את $\vec{H}$ בגזרה העליונה.
הניחו כי השדה בכיוון $\hat{\theta}$ בלבד.
ה. הראו כי משפט פויינטינג מתקיים בגזרה העליונה.

תשובות סופיות:

1) א. $R_T=\frac{\rho_0 h}{2\pi r^2}$. ב. $I=\frac{V_0}{R_T}$. ג. $\vec{J}=\frac{I}{\pi r^2}\hat{z}$, $E=\rho_0\frac{z}{h}\frac{I}{\pi r^2}\hat{z}$.

2) א. $R_T=\frac{\rho}{2\pi h}\ln\frac{b}{a}$. ב. $\vec{J}=\frac{V_0}{R_T 2\pi rh}\hat{r}$. ג. $E=\frac{\rho V_0}{R_T 2\pi rh}\hat{r}$.

3) א. $R_T=\frac{1}{\frac{h}{2\pi\rho}\ln\frac{b}{a}}$. ב. $\vec{J}=\frac{V_T}{\rho 2\pi r}\hat{\theta}$. ג. $\vec{E}=\rho\cdot\vec{J}$.

4) $R=\frac{\rho L}{\pi ab}$.

5) א. $R_T=\frac{\rho_1}{4\pi}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_3}\right)+\frac{\rho_2}{4\pi}\left(\frac{1}{R_3}-\frac{1}{R_2}\right)$. ב. $\vec{J}_{(r)}=\frac{I}{4\pi r^2}\hat{r}$.

ג. $\vec{E}=\begin{cases}\rho_1\frac{I}{4\pi r^2}\hat{r} & R_1<r<R_3\\ \rho_2\frac{I}{4\pi r^2}\hat{r} & R_3<r<R_2\end{cases}$.

ד. $\tilde{\rho}=0$, $\tilde{\sigma}_{(R_1)}=\varepsilon_0\rho_1\frac{I}{4\pi R_1^2}-0$, $\tilde{\sigma}_{(R_3)}=\frac{I\varepsilon_0}{4\pi R_3^2}(\rho_2-\rho_1)$, $\tilde{\sigma}_{(R_2)}=-\varepsilon_0\frac{I}{4\pi R_2^2}\rho_2$.

6) א. $I=\frac{Q}{RC}\cdot e^{-\frac{t}{RC}}$. ב. $k=\frac{a^2-r^2}{2\pi ra^2}\frac{Q}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$.

ג. $I=\frac{Q}{RC}\cdot e^{-\frac{t}{RC}}$, $k=0!$, $\vec{J}=\frac{I}{\pi a^2}\hat{z}$.

7) א. $q(t)=Qe^{-\frac{\sigma}{\varepsilon_0}t}$. ב. $\vec{E}=\frac{kq(t)}{r^2}\hat{r}$, $\vec{J}=\frac{\sigma q(t)}{\varepsilon_0 4\pi r^2}\hat{r}$.

8) א. $R=\frac{2\rho_0 d}{\pi L^2}$. ב. $R_T=\frac{\rho_0 d}{L^2}$.

9) א. $J=\frac{V}{\pi a^2 R}$. ב. $K_r(r)=\frac{V}{2\pi a^2 R}\left(\frac{\alpha^2}{r}-r\right)$.

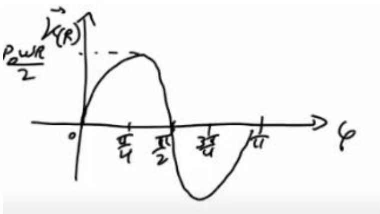
ג. $K_r(r)=-\frac{V}{2\pi a^2 R}\left(\frac{\alpha^2}{r}-r\right)$.

10) $\lambda(x,t)=\frac{I_0}{\omega}\sin(\omega t)\left(\delta\left(\frac{b}{2}-x\right)-\delta\left(\frac{b}{2}+x\right)\right)$.

11) א. $\frac{A}{m^5}$. ב. $\frac{d\rho}{dt}=-78\alpha\cdot m^2$. ג. $\frac{dQ}{dt}=12\pi\alpha\cdot\frac{R^5}{5}$, המטען גדל.

12) א. $\vec{K}=\frac{1}{2}\rho_0\omega R\sin 2\varphi\hat{\theta}$.

ב. גרף:



ג. $I=0$.

13) $\vec{J}=-\frac{\sigma V_0}{a}\hat{z}$.

14) א. $\frac{\sigma_2 V_0\cdot x}{x(\sigma_2-\sigma_1)+\sigma_1 d}$.   ב. $\sigma_\rho=\frac{(\varepsilon_1\sigma_2-\varepsilon_2\sigma 1)V_0}{x(\sigma_2-\sigma_1)+\sigma_1 d}$.

15) א. $\frac{\pi\sigma dV}{\ln\frac{D-A}{A}}$.   ב. $\frac{\sigma\pi V}{\ln\left(\frac{D}{2A}+\sqrt{\left(\frac{D}{2A}\right)^2-1}\right)}$.

16) $R=\frac{\ln\left(\frac{H}{A}+\sqrt{\left(\frac{H}{A}\right)^2-1}\right)}{2\pi\sigma l}$.

17) א. ראה סרטון.   ב. $\phi_2=\frac{I}{2\pi\sigma_E r}$, $A_1=\frac{I}{2\pi b}\left(\frac{1}{\sigma_E}+\frac{1}{\sigma}\right)$, $\phi_1=A_1+\frac{I}{2\pi\sigma r}$.

ג. $R=\frac{1}{2\pi b}\left(\frac{1}{\sigma_E}-\frac{1}{\sigma}\right)+\frac{1}{2\pi a\sigma}$.   ד. $K_\varphi=\frac{I}{2\pi a}\left(\frac{\cos\varphi+1}{\sin\varphi}\right)$.

18) א. $J_{1_r}(1-\cos\varphi_1)=-J_{2_r}(1-\cos\varphi_2)$.   ב. ראה סרטון.

ג. $\phi_2=A_2+\frac{B_2}{r}$, $\phi_1=A_1+\frac{B_1}{r}$, $B_1=-\frac{abKV}{(b-a)(1-K)}$, $A_1=V-\frac{aKV}{(b-a)(1-K)}$,

$K=\frac{1-\cos\varphi_2}{1-\cos\varphi_1}$, $B_2=\frac{abV}{(b-a)(1-K)}$, $A_2=-\frac{aV}{(b-a)(1-K)}$.

ד. $\vec{H}=\frac{\sigma B_1}{r}\frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi}\hat{\theta}$.

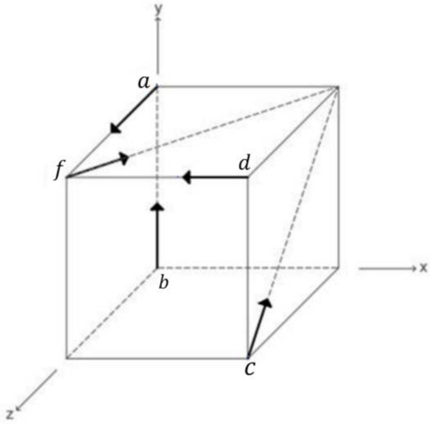
שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 20 - חוק לורנץ וכוח על תייל נושא זרם

תוכן העניינים

חוק לורנץ:

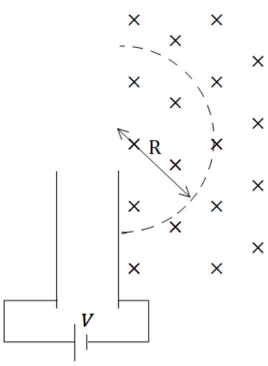
שאלות:



1) **מצא את הכוח על כל חלקיק**
החיצים בציור מציינים מהירויות של חלקיקים חיוביים שונים.
החלקיקים נמצאים בשדה מגנטי אחיד שכיוונו הוא $\hat{x}$.
עבור כל חלקיק מצא:
מהו כיוון הכוח ברגע הנתון באיור?
מהי צורת המסלול?

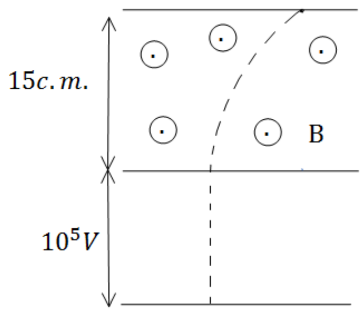
2) **חלקיק זז בשדה מגנטי**
חלקיק הטעון במטען q נע במהירות $\vec{v}$ באזור בו שורר שדה מגנטי $\vec{B} = -2\hat{x} + 3\hat{y}$ טסלה.
חשב את הכוח המגנטי שיפעל על החלקיק אם נתון:
א. $\vec{v} = 2\hat{x} + 3\hat{y}$ מטר לשניה ו-$q = 2C$
ב. $\vec{v} = -\hat{x} + 2\hat{z}$ מטר לשניה ו-$q = -1\mu C$

3) **ספקטוגרף המסות של דמפסטר**
המערכת הבאה מתארת את ספקטוגרף המסות של דמפסטר.
מטרתה היא להפריד בין חלקיקים בעלי מסות שונות.
חלקיקים עם מטען חיובי משוחררים ממנוחה ליד לוח הקבל החיובי. החלקיקים מואצים ע"י מקור מתח V המחבר בין הלוחות. החלקיקים עוברים דרך הלוח השלילי ונכנסים לשדה מגנטי אחיד הפועל לתוך הדף.
מצא את רדיוס הסיבוב כתלות במסת החלקיק.
נתונים: V, q, B.



4) **פרוטון בזווית**
פרוטון נכנס בזווית של 30 מעלות לשדה מגנטי אחיד בעוצמה של $0.15T$.
מצא את רדיוס הסיבוב של הפרוטון אם ידוע שגודל מהירותו $V = 10^6 \frac{m}{sec}$.

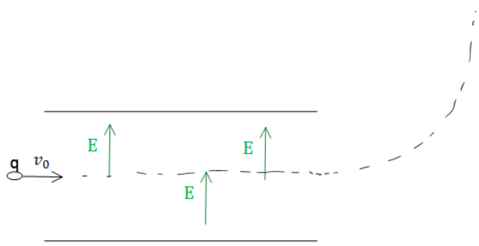
5) פרוטון פוגע במסך



פרוטון מואץ בקבל הנמצא במתח של 10^5V.
לאחר מכן הפרוטון עובר בשדה מגנטי אחיד עד לפגיעתו במסך הנמצא במרחק 15c. m. מהקבל.
עוצמת השדה המגנטי היא 0.2T.

א. מצא את המרחק האופקי שעבר הפרוטון עד לפגיעתו במסך.
ב. מצא את הזמן עד לפגיעה במסך.
ג. מהו המתח המינימלי הדרוש על מנת שהפרוטון יפגע במסך?

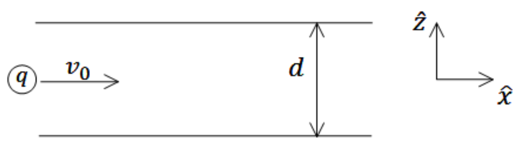
6) מטען עובר קבל



מטען נע בתוך קבל לוחות עם מהירות קבועה V_0 בקו ישר ובמקביל ללוחות הקבל.
בתוך הקבל (ורק בתוכו) ישנו שדה חשמלי אחיד ונתון E. כאשר המטען יוצא מהקבל הוא מבצע תנועה מעגלית כלפי מעלה.
ידוע כי בכל המרחב (בתוך ומחוץ לקבל) יש שדה מגנטי אחיד אך לא ידוע מה גודלו וכיוונו.
הזנח את כוח הכובד הפועל על המטען.

א. מה הסימן של המטען?
ב. מצא את כיוון וגודל השדה המגנטי.

7) מטען פוגע בלוחות קבל



חלקיק בעל מסה m ומטען $q > 0$ נכנס במרכז של קבל לוחות עם מהירות $\vec{v} = v_0\hat{x}$.
לוחות הקבל מקבילים למישור xy והמרחק ביניהם הוא d.
הקבל מחובר למקור מתח V, כאשר הלוח העליון נמצא בפוטנציאל הגבוה.

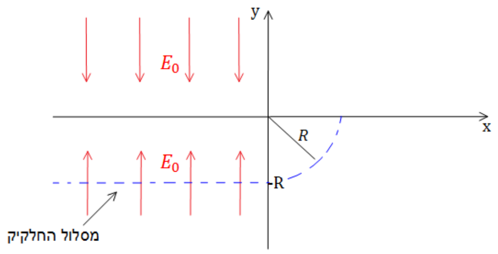
א. מצא את המרחק מקצה הלוח של הקבל בו יפגע המטען.
ב. כעת הנח שהקבל אינו מחובר למקור ואינו טעון אך במרחב קיים שדה מגנטי אחיד $\vec{B} = B_0\hat{y}$.
מצא את המרחק מקצה הלוח בו יפגע המטען.
ג. לאיזה כיוון יסטה המטען אם הקבל מחובר למקור מתח ובמרחב קיים שדה מגנטי.

8) מטען בשדה מגנטי וחשמלי

שדה חשמלי קיים בתחום $x<0$ כך שמעל ציר ה-x $(y>0)$

השדה הוא: $\vec{E}=-E_0\hat{y}$ ומתחת לציר ה-x $(y<0)$

השדה הוא: $\vec{E}=E_0\hat{y}$, ראה שרטוט.



בכל המרחב קיים גם שדה מגנטי אחיד, שכיוונו וגודלו אינם ידועים.

חלקיק בעל מסה m ומטען $|q|$ מגיע מ- $x=-\infty$ ונע בקו ישר ובמהירות קבועה.

גובה המסלול של החלקיק הוא $y=-R$.

כאשר החלקיק חוצה את ציר ה-y הוא מבצע רבע מעגל ברדיוס R (ראה ציור).

נתון: E_0, $|q|$, m, R.

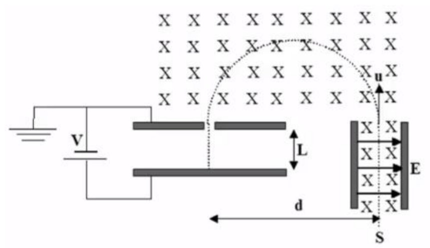
א. שרטט את המשך מסלול המטען.

ב. מה סימן המטען?

ג. מצא את המהירות של המטען, והשדה המגנטי.

ד. מצא את המסה הדרושה על מנת לבצע אותו מסלול בשדה מגנטי הגדול פי 3 מהשדה הקיים, כאשר שאר התנאים אינם משתנים.

9) בורר מהירויות ומתח עצירה



חלקיקים בעלי מטען $+q$ ומסה m נפלטים ממקור S במהירויות שונות ונכנסים אל בין לוחות קבל.

בין לוחות הקבל פועלים שדה חשמלי אחיד $\vec{E}$ וכיוונו ימינה ושדה מגנטי אחיד $\vec{B}$ והמכוון אל תוך הדף, כמוראה בתרשים.

השדה המגנטי פועל על החלקיקים גם לאחר יציאתם מהקבל.

במרחק d מנקודת היציאה של החלקיקים מהקבל, נמצא נקב קטן דרכו נכנסים החלקיקים אל תוך הקבל השני אשר בין לוחותיו לא פועל שדה מגנטי.

על הקבל השני מופעל מתח עצירה V. ידוע כי המרחק בין לוחות הקבל השני הינו L.

ניתן להזניח את כוח הכובד הפועל על החלקיקים.

נתונים: L, q, m, $\vec{E}$, $\vec{B}$.

א. באיזו מהירות v יוצאים החלקיקים מהקבל הראשון?

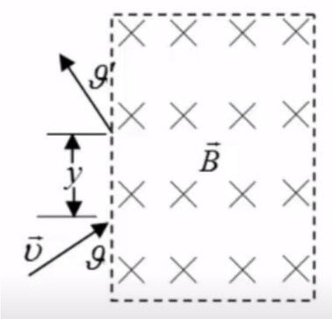
ב. מהו המרחק d (ראה ציור)?

ג. תוך כמה זמן משלים החלקיק את חצי הסיבוב?

ד. מה צריך להיות ערכו המינימלי של מתח העוצר V המופעל על הקבל השני כדי שהחלקיקים הנכנסים לתוכו יעצרו לחלוטין?

ה. מחברים את הקבל השני לסוללה שמתחה גדול פי שתיים ממה שחישבת בסעיף ד'. תוך כמה זמן יעצור החלקיק מרגע כניסתו אל בין לוחות הקבל השני כעת?

10) מטען נכנס ויוצא משדה מגנטי בזווית

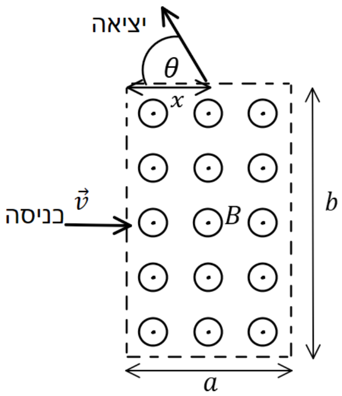


אלומות חלקיקים בעלי מסה m ומטען q נקלעות לאזור בו שורר שדה מגנטי אחיד $\vec{B}$ המאונך למישור הדף במגמה פנימה. לחלקיקים אנרגיה קינטית E_k והם נכנסים לאזור המגנטי בזווית ϑ, כמתואר בציור.

א. חשבו את המרחק האנכי y אותו יעברו החלקיקים מנקודת כניסתם לאזור המגנטי ועד ליציאתם ממנו.

ב. חשבו את זווית היציאה ϑ' (ראו איור).

11) עוד מטען נכנס ויוצא משדה מגנטי בזווית



שדה מגנטי אחיד B נמצא בתחום מלבני בגודל a × b.
מחוץ לתחום השדה הוא אפס. כיוון השדה החוצה מהדף.
מטען |q| נכנס לתחום המלבני בדיוק במרכז המלבן, במהירות שגודלה v וכיוונה מאונך לשפת המלבן (ראה איור).
ידוע שהמטען יוצא מהצלע העליונה של המלבן.

א. מהו סימן המטען? ומהו גודל מהירותו ביציאה?

ב. מהו המרחק x מקצה המלבן בו יוצא המטען?

ג. מהי הזווית θ של וקטור המהירות ביציאה ביחס לצלע המלבן?

תשובות סופיות:

1) $\vec{F}_a = qvB\hat{y}$, $\vec{F}_b = qvB(-\hat{z})$, $\vec{F}_c = \frac{qvB}{\sqrt{2}}(-\hat{y}-\hat{z})$, $\vec{F}_d = 0$, $\vec{F}_f = \frac{qvB}{\sqrt{2}}(-\hat{y})$

$\vec{F}_a$: מעגל אנכי במישור yz , $\vec{F}_b$: מעגל אנכי במישור yz , $\vec{F}_c$: מעגל אנכי במישור yz , $\vec{F}_d$: תנועה בקו ישר , $\vec{F}_f$: ספירלה במישור yz שמתקדמת סביב ציר x.

2) א. $\vec{F} = 24N\hat{z}$ ב. $\vec{F} = (6\hat{x}+4\hat{y}+3\hat{z})\mu N$

3) $R = \sqrt{\frac{2V}{qB^2}}\cdot\sqrt{m}$

4) $R \approx 3.48\cdot 10^{-2} m$

5) א. $\Delta x = 0.0315$ ב. $t = 3.371\sec$ ג. $V = 4.312\cdot 10^4 V$

6) א. שלילי ב. $B = \frac{E}{V}$, $B\odot$

7) א. $x = V_0\sqrt{\frac{md^2}{qV}}$ ב. $x^2 = R^2 - \left(R - \frac{d}{2}\right)^2$

ג. המטען יסטה למעלה אם: $\varepsilon F_z = q\left(V_0 B_0 - \frac{V}{d}\right) > 0$

המטען יסטה למטה אם: $\varepsilon F_z = q\left(V_0 B_0 - \frac{V}{d}\right) < 0$

8) א. ראה סרטוט ב. $\text{sign}(q) = -1$ ג. $\vec{B} = \sqrt{\frac{mE_0}{qR}}\hat{z}$, $V = \sqrt{\frac{qRE_0}{m}}$

ד. $m_2 = q m_1$

9) א. $\frac{E}{B}$ ב. $\frac{2mE}{qB^2}$ ג. $\frac{\pi m}{qB}$ ד. $\frac{mE^2}{2qB^2}$ ה. $\frac{2BL}{E}$

10) א. $y = \frac{\sqrt{8mE_k}\sin\vartheta}{Bq}$ ב. $\vartheta' = \vartheta$

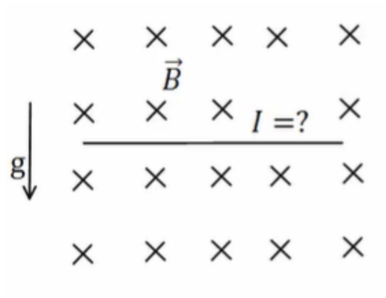
11) א. אם כיוון הכוח הפוך לכיוון המכפלה $\vec{V}\times\vec{B}$ אז המטען שלילי.
$\vec{F}$ תמיד מאונך ל- $\vec{V}$ ול- $\vec{B}$ לכן ה- $\vec{F}_B$ אף פעם לא ישנה את גודל המהירות, רק את הכיוון (V כניסה= V יציאה).

ב. $x = \sqrt{b\left(\frac{b}{4} - \frac{mV}{qB}\right)}$ ג. $\cos\theta = \frac{b}{2R} - 1$

כוח על תיל נושא זרם:

שאלות:

1) דוגמה-תיל מרחף



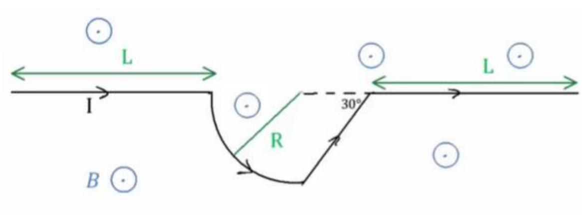
תיל ישר נמצא במאונך לשדה מגנטי
אחיד $B=10^{-2}T$ לתוך הדף.
צפיפות המסה של התיל ליחידת אורך
היא: $\lambda=20\dfrac{gr}{c.m}$.
מצא מה צריך להיות גודל וכיוון הזרם בתיל
כך שהתיל ירחף באוויר?

2) דוגמה-מסגרת מלבנית בשדה לא אחיד

מסגרת מלבנית בעלת צלעות b , a נמצאת במישור של הדף ובתוך שדה מגנטי שכיוונו לתוך הדף. גודלו של השדה המגנטי אינו אחיד.
המסגרת מונחת כך שחלק מהמסגרת נמצא בשדה $B_1=4T$
והחלק השני נמצא בשדה $B_2=3T$.
במסגרת זורם זרם $I=2A$ עם כיוון השעון. נתון: $a=0.5m$.
מצא את הכוח השקול הפועל על המסגרת?

3) כוח על תיל מכופף

תיל הנושא זרם I מכופף כפי שנראה באיור.
החלק העגול הוא רבע מעגל
בעל רדיוס R.
בכל המרחב יש שדה מגנטי
אחיד B החוצה מהדף.
מצא את הכוח השקול על התיל
אם R , B , I , L נתונים.



4) כוח על תיל מכופף עם חלוקה לחתיכות

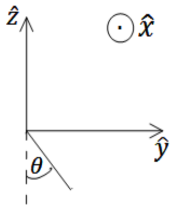
הנח נתונים זהים לשאלה קודמת.
מצא את הכוח השקול על התיל ע״י חלוקה לחתיכות,
חישוב הכוח ע״י כל חתיכה בנפרד וסכימה.

5) לולאה תלויה

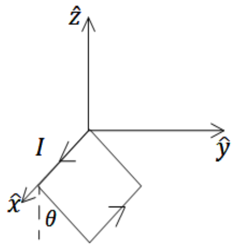
לולאה ריבועית בעלת צלע a ומסה m תלויה על ציר ה-x (הצלע שנמצאת על הציר מקובעת לציר) ויכולה להסתובב סביבו.
בלולאה זורם זרם I כך שהזרם בצלע שנמצאת על ציר ה-x חיובי (זורם בכיוון ציר ה-x).

א. מצא את גודל השדה המגנטי שדרוש להפעיל בכיוון ציר ה-z על מנת שהלולאה תתייצב במנוחה בזווית θ ביחס לציר ה-z.

ב. מצא את גודל השדה המגנטי שדרוש להפעיל בכיוון ציר ה-y על מנת שהלולאה תתייצב במנוחה בזווית θ ביחס לציר ה-z.



מבט דו-מימדי



מבט תלת מימדי

6) כוח על לולאה סגורה

הראו כי:

א. הכוח המגנטי על לולאת זרם ריבועית בשדה אחיד הניצב למישור הלולאה מתאפס.

ב. הכוח המגנטי על לולאת זרם ריבועית בשדה אחיד המקביל למישור הלולאה מתאפס.

ג. הכוח המגנטי על לולאת זרם ריבועית בשדה אחיד מתאפס.

ד. הכוח המגנטי על לולאת זרם סגורה בעלת כל צורה שהיא בשדה אחיד מתאפס.

תשובות סופיות:

1) $I = 2\cdot 10^3\,A$, ימינה.

2) $F = 1N$, ימינה.

3) $F = BI\left(2L + \left(1+\sqrt{3}\right)R\right)$

4) $F_x = 0\ ,\ F_y = IB\left(2L + \left(1+\sqrt{3}\right)R\right)(-1)\,\hat{y}$

5) א. $B = \dfrac{mg}{2aI}\tan\theta\hat{z}$ ב. $\vec{B} = -\dfrac{mg}{2aI}\,\hat{y}$

6) שאלת הוכחה.

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 21 - חוק ביו סבר

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

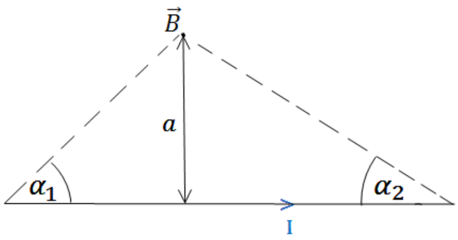
שאלות:

1) חישוב שדה של תיל סופי לפי זוויות

הראה כי גודלו של השדה המגנטי שיוצר תיל בנקודה הנמצאת במרחק a מהתיל הוא:

$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)$.

כאשר I הוא הזרם בתיל.

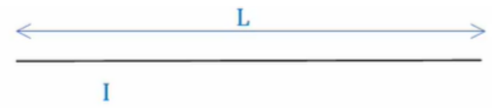


2) חישוב שדה של תיל סופי לפי וקטורים

נתון תיל סופי באורך L וזרם I.

השדה נמצא במרחק y מהראשית.

חשב את השדה המגנטי של תיל סופי.



3) חישוב שדה של טבעת

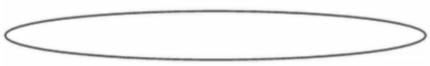
חשב את השדה המגנטי לאורך ציר הסימטריה של טבעת ברדיוס R כאשר בטבעת זורם זרם I.

4) חישוב שדה של דיסקה

דיסקה ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משטחית σ.

הדיסקה מסתובבת במהירות זוויתית ω סביב ציר הסימטריה שלה.

מצא את השדה המגנטי לאורך ציר הסימטריה.



5) שדה של שלושה תילים אינסופיים

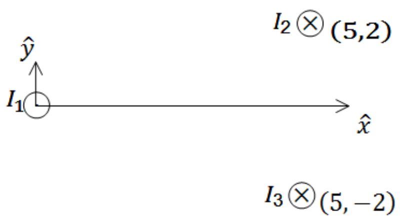
שלושה תילים אינסופיים המקבילים לציר ה-z מונחים במיקומים הבאים:

$\vec{r}_1(0,0)$, $\vec{r}_2(5,2)$, $\vec{r}_3(5,-2)$.

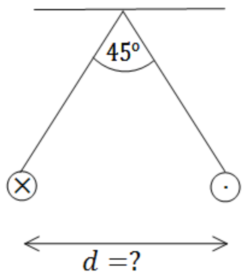
הזרמים בתילים הם:

$I_1 = 3A$ החוצה מהדף, $I_2 = 5A$ לתוך הדף, $I_3 = 4A$ גם כן לתוך הדף.

מצא באיזה נקודה לאורך ציר ה-x מתאפס הרכיב של השדה המגנטי בכיוון y?



6) **שני תילים תלויים**

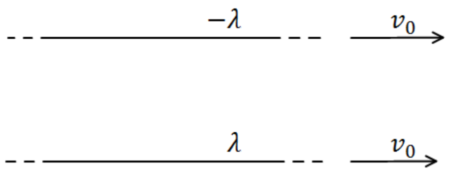


שני תילים ארוכים מאוד תלויים מהתקרה באמצעות חוטים באורך זהה ולא ידוע.
בתילים זורם זרם של 100 אמפר בכיוונים מנוגדים.
הזווית בין החוטים היא 45 מעלות ומסתם ליחידת אורך היא: $\mu = 2\frac{gr}{m}$.
מצא את המרחק בין התילים.

7) **מצולע עם אן צלעות**

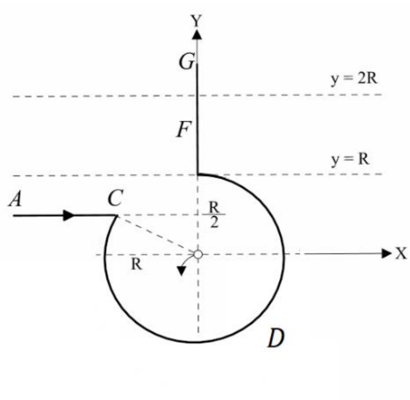
במצולע משוכלל (כל הצלעות שוות) בעל n צלעות זורם זרם I .
נתון כי המצולע חסום ע״י מעגל ברדיוס R.
א. מהו השדה המגנטי במרכז המצולע?
ב. בדוק עבור $n \to \infty$.

8) **כוח מגנטי מתבטל עם חשמלי**



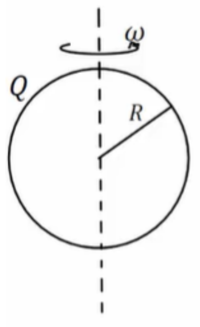
שני תילים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען λ ו-$-\lambda$.
התילים מקבילים ונמשכים במהירות קבועה v_0 ימינה.
מצא את גודל המהירות כך שהכוח המגנטי יתבטל עם הכוח החשמלי?

9) **חישוב שדה של תיל מיוחד**



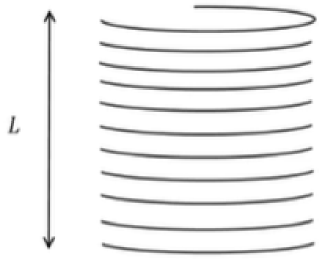
תיל ACDFG כולל חלק מעגלי שרדיוסו R ושני קטעים ישרים אינסופיים.
המשך הקו AC חותך את רדיוס המעגל במרכזו (ראו בשרטוט).
בתיל זורם זרם I, כיוון הזרם מסומן בשרטוט.
א. מהו גודלו וכיוונו של וקטור השדה המגנטי במרכז החלק המעגלי של התיל?
ב. חלקיק טעון עובר דרך מרכז החלק המעגלי של התיל מסלולו מתעקם עקב השפעת השדה המגנטי של התיל.
צורת המסלול וכיוון התנועה נתונים בשרטוט.
מהו סימן מטענו של החלקיק?
ג. בניסוי נוסף יוצרים שדה מגנטי לא אחיד בכל התחום $R < y < 2R$.
חלק של התיל FG נמצא בתוך תחום זה (ראו בשרטוט).
נתון וקטור השדה $\vec{B}(0,0,\ ay^2)$, כאשר הקבוע a נתון.
מהו הכוח המגנטי ששדה זה מפעיל על התיל?

10) שדה במרכז קליפה כדורית מסתובבת



קליפה כדורית ברדיוס R טעונה במטען Q המפולג באופן אחיד על פני הקליפה.
הקליפה מסתובבת סביב צירה במהירות זוויתית קבועה ω.
הנח כי הסיבוב אינו משפיע על התפלגות המטען וחשב את השדה המגנטי במרכז הקליפה.

11) שדה של סליל סופי



בסליל סופי באורך L, רדיוס R וצפיפות ליפופים אחידה ליחידת אורך n זורם זרם I .
חשבו את השדה המגנטי ב:
א. מרכז הסליל.
ב. הקצה העליון של הסליל.

תשובות סופיות:

1) שאלת הוכחה.

2) $\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi y}\frac{IL\hat{z}}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2+y^2\right)^{\frac{1}{2}}}$

3) $Bx=By=0\ ,\ Bz=\frac{\mu_0 IR^2}{2\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

4) $\vec{B}_T=\frac{\mu_0\sigma w}{2}\left(\left(R^2+z^2\right)^{\frac{1}{2}}+z^2\left(R^2+z^2\right)^{-\frac{1}{2}}-2z\right)$

5) $x_1=-2.76\ ,\ x_2=5.26$

6) $d=0.241m$

7) א. $B=\frac{n\mu_0 I}{2\pi R}\tan\left(\frac{\pi}{n}\right)$ ב. $B=\frac{\mu_0 I}{2R}$

8) $V=3\cdot 10^8\frac{m}{sec}$

9) א. $Bz=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(2-\sqrt{3}\right)$ ב. שלילי ג. $\vec{F}=\frac{Ia}{3}7R^3\hat{x}$

10) $B_z=\frac{\mu_0 Qw}{6\pi R}$

11) א. $\frac{\mu_0 InL}{2\left(R^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$ ב. $\frac{\mu_0 InL}{2\left(R^2+\left(L\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$

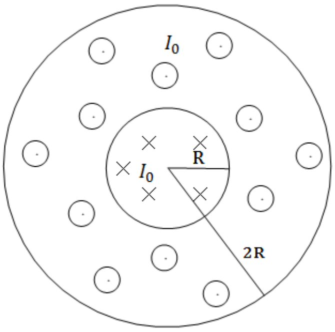
שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 22 - חוק אמפר

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:



1) כבל קו-אקסיאלי

כבל קו-אקסיאלי מורכב מגליל מוליך בעל רדיוס R ומעטפת מוליכה עבה בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני 2R (ניתן להניח כי קיים מבודד דק בין הגליל הפנימי למעטפת).

בגליל הפנימי זורם זרם I_0 בצפיפות זרם אחידה לתוך הדף.

במעטפת זורם גם כן זרם I_0 בצפיפות אחידה החוצה מהדף.

א. מצא את צפיפות הזרם בגליל ובמעטפת.

ב. מהו השדה המגנטי בכל המרחב?

2) שדה של מישור דק אינסופי

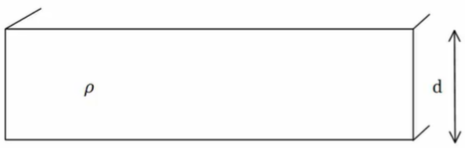
נתון מישור אינסופי דק אשר זורם בו זרם.

נניח שהמישור טעון בצפיפות מטען σ.

המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x במהירות קבועה V_0.

חשב את השדה המגנטי.

3) שדה של מישור עבה



מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.

המישור מונח במקביל למישור xy וראשית הצירים במרכזו.

המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0.

מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

4) שדה של סליל אינסופי

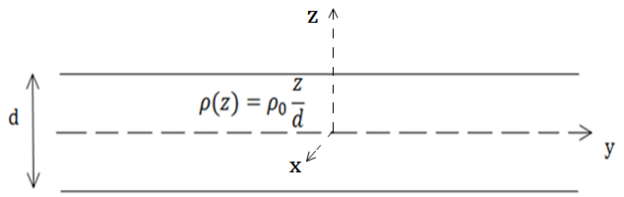
נניח אורך סליל l ומספר ליפופים כולל של סליל N.

צפיפות הליפופים n, רדיוס טבעת a ושטח חתך הסליל של כל טבעת הינו S.

קיימת סימטריה בציר ה-z.

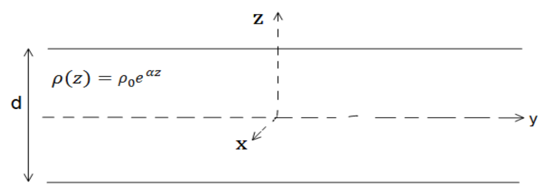
חשב את השדה המגנטי.

5) מישור עם צפיפות מטען משתנה



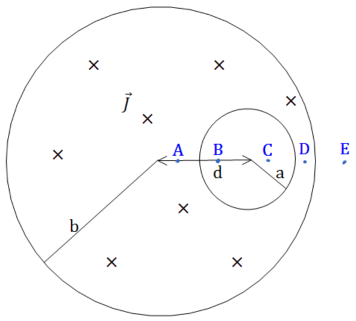
מישור אינסופי בעובי d טעון
בצפיפות מטען משתנה ליחידת
נפח $\rho(z)=\rho_0\frac{z}{d}$.
המישור מונח במקביל למישור xy
וראשית הצירים במרכזו.
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

6) מישור אינסופי עם צפיפות אקספוננציאלית



מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען
משתנה ליחידת נפח $\rho(z)=\rho_0e^{\alpha z}$
כאשר אלפה קבוע.
המישור מונח במקביל למישור xy וראשית
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x
(החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

7) חור בגליל

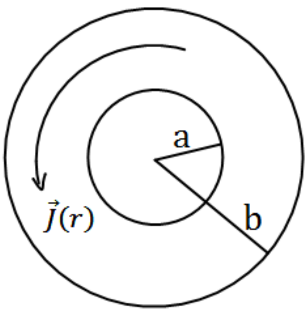


בגליל אינסופי ברדיוס a קודחים חור גלילי ברדיוס b.
מרכז החור נמצא במרחק d ממרכז הגליל.
בגליל זורם זרם לתוך הדף בצפיפות זרם אחידה
ונתונה J .

א. מצא את השדה המגנטי בנקודות A , B , C , D , E
המסומנות בסרטוט.
הנח כי מרחק הנקודות מהמרכז ידוע וכי כל
הנקודות נמצאות על הציר העובר בשני מרכזי הגלילים.

ב. מצא את השדה המגנטי בכל נקודה בתוך החור.
רמז: $\hat{\theta}=\hat{z}\times\hat{r}$ והשדה בתוך החור אחיד.

8) שדה מגנטי של זרם היקפי



בגליל אינסופי בעל רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b
זורם זרם היקפי בעל צפיפות זרם $\vec{J}(r)=Ar^3\hat{\theta}$.
מצא את השדה המגנטי בכל המרחב.
A קבוע נתון.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{J}_{in}=\frac{I_0}{\pi R^2}\hat{z}\quad r<R\,,\ \vec{J}=\frac{-I_0}{\pi 3R^2}\hat{z}\quad R<r<2R$

ב. $\vec{B}=\frac{I_0 r}{2\pi R^2}\theta\quad r<R\,,\ B=0\quad R<r<2R$

2) $$\vec{B}=\frac{\sigma V_0\mu_0}{2}\begin{cases}(-\hat{y}) & z>0\\(+\hat{y}) & z<0\end{cases}$$

3) $$\vec{B}=\rho_0 V_0 z(-\hat{y})\ ,\quad \vec{B}=\frac{\rho V_0 d\mu_0}{2}\begin{cases}-\hat{y} & z>\frac{d}{2}\\ \hat{y} & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$$

4) $\vec{B}=\mu_0 In\hat{z}$

5) $$\vec{B}=0\quad z>\frac{d}{2}\ ,\ \vec{B}=0\quad z<-\frac{d}{2}\ ,\ \vec{B}=\frac{\mu_0\rho_0 V_0}{2d}\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2-z^2\right)\hat{y}\quad -\frac{d}{2}<z<\frac{d}{2}$$

6) $$,\ \vec{B}=\frac{\rho_0 V_0}{2\alpha}\left(e^{-\alpha\frac{d}{2}}-e^{\alpha\frac{d}{2}}\right)\hat{y}\cdot\begin{cases}(+1) & z>\frac{d}{2}\\(-1) & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$$

$$\vec{B}=\frac{\rho_0 V_0}{2\alpha}\left(e^{-\alpha\frac{d}{2}}+e^{\alpha\frac{d}{2}}-2e^{\alpha z}\right)\hat{y}\quad -\frac{d}{2}<z<\frac{d}{2}$$

7) א. $$\vec{B}_A=\frac{\mu_0 J}{2}\left(r+\frac{b^2}{d-r}\right)\hat{\theta}\ ,\ \vec{B}_B=\frac{\mu_0 Jd}{2}\hat{\theta}\ ,\ \vec{B}_C=\frac{\mu_0 Jd}{2}\hat{\theta}\ ,\ \vec{B}_D=\frac{\mu_0 Jr}{2}\hat{\theta}-\frac{\mu_0 Jb^2}{2(r-d)}\hat{\theta}$$

$$\vec{B}_E=\frac{\mu_0 Ja^2}{2r}-\frac{\mu_0 Jb^2}{2(r-d)}\hat{\theta}$$

ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0 J}{2}\hat{z}\times d$

8) $$\vec{B}=\frac{b^4-r^4}{4}\mu_0\hat{z}\quad a<r<b\ ,\ \vec{B}=A\frac{b^4-a^4}{4}\mu_0\hat{z}\quad 0<r<a$$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 23 - מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון

תוכן העניינים

חוק אמפר הדיפרנציאלי:

שאלות:

1) מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון

מצא את צפיפות הזרם (משטחית וקווית) היוצרת את השדה המגנטי הבא:

$$B_\theta=\begin{cases} Ar+\frac{C}{r} & r<a \\ \frac{D}{r}+\frac{C}{r} & a<r \end{cases}.$$

r הוא המרחק מציר ה-z (קואורדינטות גליליות).

2) שדה בכיוון z

מצא את צפיפות הזרם (משטחית וקווית) היוצרת את השדה המגנטי הבא:

$$\vec{B}=\begin{cases} (Ar+C)\hat{z} & r<a \\ 0 & a<r \end{cases}.$$

r הוא המרחק מציר ה-z (קואורדינטות גליליות).

תשובות סופיות:

1)
$$\vec{J}=\frac{1}{\mu_0}\begin{cases} (2A+0)\hat{z} & r<a \\ 0 & a<r \end{cases}$$

2)
$$\vec{J}=\begin{cases} -\frac{A}{\mu_0}\hat{\theta} & r<a \\ 0 & r<a \end{cases}$$

שדות אלקטרו מגנטיים

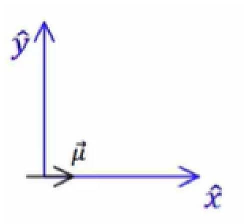
פרק 24 - מומנט דיפול מגנטי

תוכן העניינים

הסברים ותרגילים:

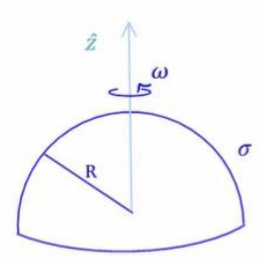
שאלות:

1) מטען מסתובב סביב דיפול בראשית



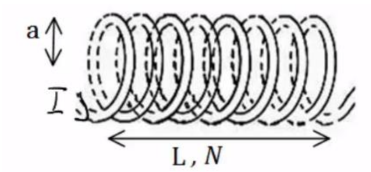
נתון דיפול מגנטי הממוקם בראשית $\mu = (\mu, 0,0)$.
מצא את μ כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(0, -a, 0)$
עם מהירות $(0,0, v)$ יבצע תנועה מעגלית.

2) חצי קליפה כדורית מסתובבת



חצי קליפה כדורית, טעונה בצפיפות מטען
משטחית σ ומסתובבת סביב ציר z.
מצא את מומנט הדיפול המגנטי של הקליפה.

3) מומנט דיפול מגנטי של סליל



חשב את מומנט הדיפול המגנטי של סליל.

תשובות סופיות:

1) $|e|\dfrac{\mu_0 \cdot \mu}{4\pi a^2} = m_e v$

2) $\vec{\mu} = \dfrac{2\pi R^4}{3}\sigma\omega \cdot \hat{z}$

3) $\mu_T = NI\pi a^2$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 25 - חוק פאראדיי

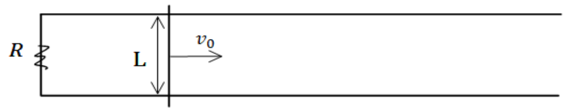
תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) מוט שזז על מסילה

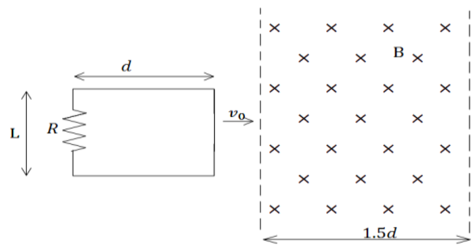
במערכת הבאה ישנה מסילה המורכבת ממוליכים אידיאליים.
בתחילת המסילה נמצא נגד R.
המרחק בין פסי המסילה הוא L.
על המסילה נמצא מוט מוליך נוסף המחבר בין שני פסי המסילה,
המוט הנוסף נע במהירות קבועה V_0.



א. מה הכא"מ במעגל?
ב. מהו הזרם במעגל?
ג. מה הכוח החיצוני הדרוש על מנת למשוך את המוט במהירות קבועה?
ד. מה ההספק של הכוח החיצוני?
ה. מה ההספק בנגד?

2) מסגרת נעה בתוך שדה

מסגרת מלבנית בעלת אורך d ורוחב L,
נעה במהירות קבועה v_0, לכיוון אזור בו שורר שדה מגנטי אחיד B.
אורך האזור הוא 1.5d ורוחבו ארוך מאוד.
למסגרת התנגדות כוללת R.
הנח כי ב-$t=0$ הצלע הימנית של המסגרת נכנסת לאזור עם השדה.



א. מצא את הכא"מ במסגרת (כתלות בזמן).
ב. מצא את הזרם במסגרת, גודל וכיוון (כתלות בזמן).
ג. מצא את הכוח הדרוש להפעיל על המסגרת על מנת שתנוע במהירות קבועה.
ד. מהו ההספק של הכוח ומהו ההספק שהופך לחום בנגד?

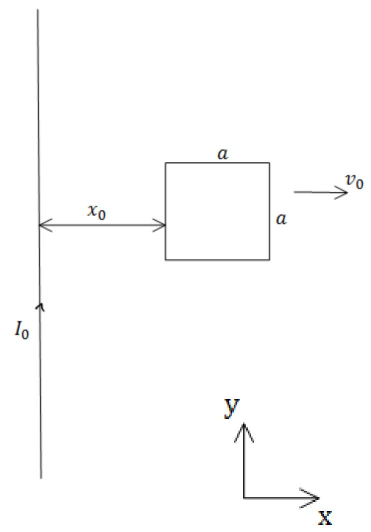
3) מסגרת נעה ליד תיל אינסופי

מסגרת ריבועית מוליכה עם צלע a נמצאת על מישור xy.

ונע במהירות קבועה V_0 בכיוון ציר ה- x.

מיקום המסגרת ב- $t=0$ הוא x_0.

תיל אינסופי מונח לאורך ציר ה- y וזורם בו זרם I_0 בכיוון החיובי של ציר ה- y.



א. מצא את הכא"מ במסגרת.

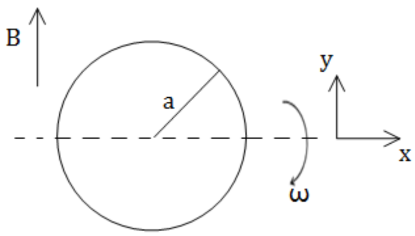
ב. מצא את הזרם במסגרת אם ידוע שההתנגדות הכללית שלה היא R.

ג. מצא את הכוח הדרוש על מנת להזיז את המסגרת במהירות קבועה.

4) טבעת מסתובבת

טבעת מוליכה ברדיוס a מונחת במישור xy ומתחילה להסתובב במהירות זוויתי קבועה ω סביב ציר ה-x.

במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B_0 בכיוון ציר y.



א. מצא את הכא"מ בטבעת כפונקציה של הזמן.

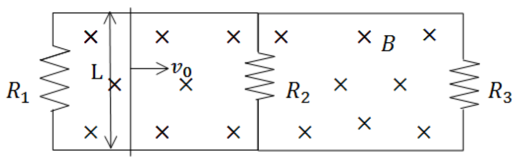
ב. מצא את הכא"מ בטבעת אם גם השדה המגנטי משתנה בזמן לפי $B(t) = B_0\cos(\omega t)$.

5) מוט זז בתוך מעגל

מוט מוליך באורך L נע על צלעותיו של המעגל הבא.

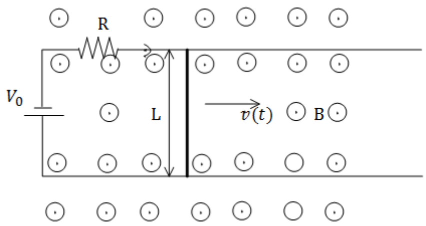
בתוך המעגל קיים שדה מגנטי אחיד וקבוע לתוך הדף B.

נתונים: L, v_0, R_1, R_2, R_3, B.



מצא את הזרם משני צידי המוט עבור המקרה בו המוט נמצא בין הנגד הראשון לשני ועבור המקרה בו המוט נמצא בין הנגד השני לשלישי.

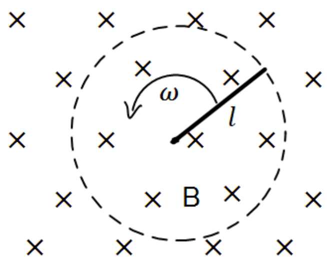
6) מוט נע על מסגרת עם מקור מתח



מוט מוליך באורך L ומסה M נע על גבי מסילה מוליכה במהירות שאינה קבועה בזמן. למסילה מחוברים נגד בעל התנגדות R ומקור מתח V_0.
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

א. מצא את הכא״מ במוט כתלות במהירות המוט, ומצא את הזרם במעגל גודל וכיוון.
ב. רשום משוואת תנועה עבור המוט, מהי מהירותו הסופית.
ג. מצא את מהירות המוט כתלות בזמן אם התחיל ממנוחה.
ד. מהו הספק החום בנגד?

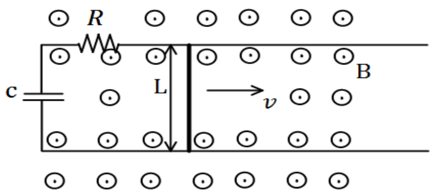
7) מוט מסתובב



מוט בעל אורך l מסתובב סביב אחד הקצוות שלו במהירות זוויתית קבועה ω.
המוט נמצא בשדה מגנטי אחיד B הניצב למישור בו הוא מסתובב.

א. מצא את המתח בין קצות המוט באמצעות אינטגרציה על חוק לורנץ.
ב. מצא את המתח במוט באמצעות חוק פארדיי.

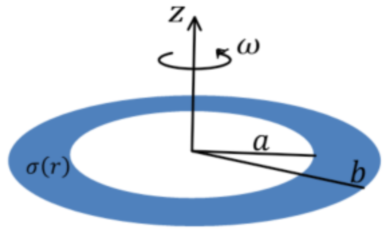
8) פארדיי עם קבל ונגד ביחד



מוט מוליך באורך L נע על גבי מסילה מוליכה במהירות קבועה בזמן v.
למסילה מחוברים נגד בעל התנגדות R וקבל בעל קיבוב C.
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

א. מצא את הזרם במעגל גודל וכיוון (כתלות בזמן).
ב. מה הכוח בו צריך למשוך את המוט על מנת שיישאר במהירות קבועה?
ג. מצא מהו ההספק של הכוח הנ״ל (כתלות בזמן).
ד. מצא מהו ההספק בנגד ובקבל (כתלות בזמן).
ה. הראה כי ההספק של הכוח החיצוני שווה להספק של הקבל והנגד. הסבר מדוע ההספקים שווים.

9) טבעת בתוך טבעת רחבה



טבעת מבודדת בעלת רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b טעונה בצפיפות מטען משטחית חיובית ולא אחידה.

$$\sigma(r)=\begin{cases}0 & r<a\\ \sigma_0\frac{a}{r} & a\le r\le b\\ 0 & b<r\end{cases}.$$

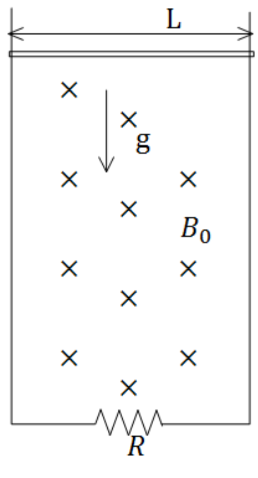
הטבעת מונחת במישור xy כך שמרכזה מתלכד עם ראשית הצירים וציר z עובר דרך מרכז הטבעת ומאונך לפני הטבעת.
מסובבים את הטבעת סביב ציר z (המאונך למישור הטבעת) במהירות זוויתית שהולכת וגדלה עם הזמן לפי הנוסחה $\omega = \alpha t^3$.

א. מהו השדה המגנטי במרכז הטבעת?

ב. במרכז הטבעת מניחים טבעת קטנה ודקה במישור xy כך שמרכזה מתלכד עם ראשית הצירים ורדיוסה r_0 ($r_0 \ll a$).
חשבון את השטף בטבעת הקטנה, מאחר והטבעת הקטנה מאוד קטנה יחסית לטבעת הגדולה תוכלו להזניח את השינוי במרחב של השדה המגנטי העובר דרך הטבעת הקטנה.

ג. חשבון את הזרם שייווצר בטבעת הקטנה אם התנגדותה R.

10) מוט נופל מחובר למסילה



מוט מוליך מונח על מסילה אנכית ונופל בהשפעת כוח הכובד. במרחב קיים שדה מגנטי B_0 לתוך הדף.
רוחב המסילה הוא L ומסת המוט היא M.
התנגדות המסילה קבועה ושווה ל-R.

א. מצא את הכא"מ במעגל כתלות במהירות המוט v.

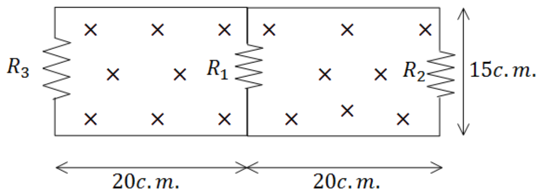
ב. מצא את כיוון השדה המושרה ואת כיוון הזרם שנוצר במעגל.

ג. מצא את הכוח המגנטי הפועל על המוט (עדיין כתלות במהירות).

ד. רשום משוואת כוחות על המוט.
מהי המהירות הסופית של המוט?

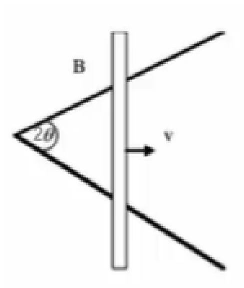
ה. מצא את המהירות והזרם כפונקציה של הזמן.

(11 כא"מ בשני מעגלים



במעגל הבא התנגדות הנגדים היא:
$R_1 = 1\Omega, R_2 = 2\Omega, R_3 = 3\Omega$.
במרחב קיים שדה מגנטי $B = 2\frac{T}{sec}\cdot t$
אחיד לתוך הדף.
ממדי המעגל נתונים בשרטוט.
מצא את הזרם בכל נגד.

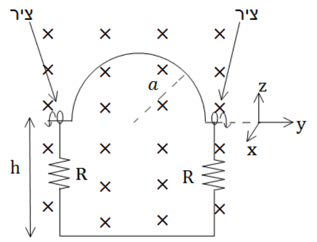
(12 מוט נע על מסילות בזווית



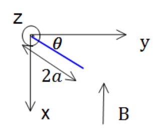
שתי מסילות מוליכות יוצרות זווית 2θ ביניהן.
מוט מוליך מונח עליהן ויוצר משולש שווה שוקיים.
המוט נע לאורכם במהירות קבועה v, ומתחיל את תנועתו בקדקוד המשולש.
כל המערכת נמצאת בשדה מגנטי אחיד B היוצא מהדף.

א. מצא את הכא"מ המושרה כפונקציה של הזמן.
ב. אם התנגדותו של המוט ליחידת אורך היא R_1, והמסילות חסרות התנגדות, חשב את הזרם המושרה כפונקציה של הזמן.
ג. חשב את ההספק שמועבר למערכת ליצירת הזרם.

(13 כבל מסתובב



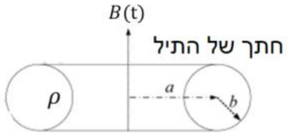
סעיף ב, מבט מלמעלה

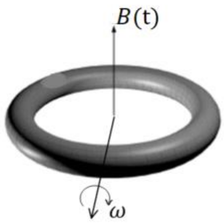


במערכת הבאה ישנו כבל מוליך אידיאלי בצורת חצי מעגל ברדיוס a.
בשתי הקצוות של חצי המעגל הכבל מחובר לצירים כך שניתן לסובבו סביבם (סביב ציר ה-y בציור).
הצירים מחוברים למסגרת מלבנית בגובה $h > a$, המסגרת קבועה במקום.
בכל צד של המסגרת קיים נגד R.
במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B לתוך הדף (במינוס x).
ב-$t=0$ הכבל נמצא במצב המתואר בציור ומתחילים לסובבו סביב הצירים (ציר ה-y) במהירות זוויתית ω (להמחשה, ברגע הראשון כל הנקודות במעגל מתקדמות אלינו).

א. מהו הזרם בכבל?
ב. נניח כי העמוד השמאלי של המסגרת נמצא בראשית וניתן לסובב את כל המערכת סביב עמוד זה.
מצא את הזווית בה צריך לסובב את המסגרת כך שהזרם יקטן פי 2.
ג. מצא את הזווית בה צריך לסובב את המסגרת כך שההספק יקטן פי 2.

14) גוש נחושת מעוצב לטבעת





נתון גוש נחושת בעל מסה m צפיפות מסה α והתנגדות סגולית ρ .
מעבדים את הנחושת לתיל שרדיוס שטח החתך שלו הוא b.
יוצרים מהתיל טבעת שרדיוסה a כך ש-a >> b.
מניחים את הטבעת מקובעת במרחב כך שקיים שדה מגנטי אחיד המשתנה בזמן $\mathrm{B}(t)$ במאונך לטבעת.
קצב השינוי של השדה הוא $\beta = \frac{\mathrm{dB}}{\mathrm{d}t}$.

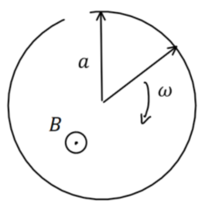
א. חשב את הזרם המושרה בטבעת.

ב. הראה כי אפשר לבטא את הזרם כתלות של β, ρ, α, m וללא תלות במימדי התיל (כלומר אינו תלוי ב-a ו-b).

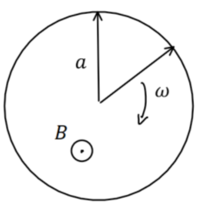
ג. כעת מתחילים לסובב את הטבעת במהירות זוויתית ω סביב ציר העובר במרכזה ומאונך לשדה המגנטי.
חשב את הזרם הנוצר בטבעת כתלות בזמן.
האם כעת הוא תלוי במימדי התיל?

15) שעון פארדיי

סעיף ג



סעיפים א ו ב



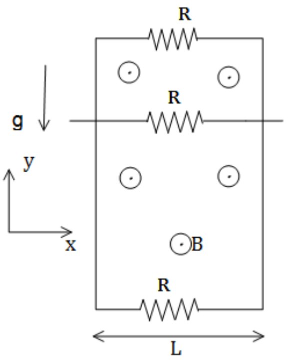
לטבעת מוליכה שאורך מחוגה a והתנגדותה ליחדת אורך היא r מחברים שני מחוגים מוליכים שהתנגדות כל אחד מהם היא R.
המחוגים מחוברים אחד לשני במרכז הטבעת ובקצה השני נוגעים בטבעת.
מחוג אחד קבוע במקומו והשני מסתובב במהירות זוויתית קבועה ω.
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

א. חשבו את ההתנגדות הכוללת של המעגל כתלות בזווית θ.

ב. חשבו את גודל וכיוון הזרם כתלות בזמן בכל מחוג עבור הסיבוב הראשון (הניחו שהמוט הנע מתחיל תנועתו בצמוד למוט הנייח).

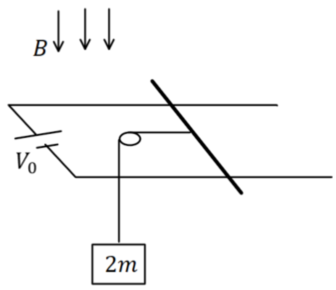
ג. חותכים חתיכה בסוף המעגל של הטבעת (ראה ציור).
חזור על סעיף ב.

16) נגד נופל במסגרת



מסגרת מלבנית מוליכה, ארוכה מאוד ובעלת רוחב L, נמצאת בשדה הכובד. אורכה נמצא על ציר ה-y ורוחבה על ציר ה-x. בצלע העליונה ובצלע התחתונה של המסגרת קיימים נגדים עם התנגדות זהה R.
מוט מוליך בעל התנגדות זהה R מחליק לאורך ציר ה-y על המסגרת.
מצא את המהירות הסופית של המוט אם במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B בכיוון z ונתונה מסת המוט.

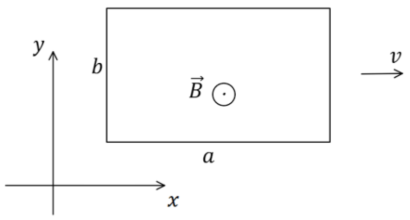
17) מוט על מסילה מחובר למשקולת



מוט מוליך בעל אורך L, מסה m והתנגדות R מונח על מסילה אופקית חלקה העשויה משני מוליכים ארוכים מאוד וחסרי התנגדות.
המוליכים מחוברים בקצה למקור מתח V_0.
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B המאונך למישור המסילה וכלפי מטה.
משקולת שמסתה $2m$ מחוברת למוט באמצעות חוט דרך גלגלת אידיאלית.

א. חשבו את V_0 אם נתון שהמוט במנוחה.
ב. חותכים את החוט.
רשמו משוואת תנועה עבור המוט ומצאו את המהירות המירבית של המוט, מה הזרם במהירות זו?
ג. מצאו את מהירות המוט כתלות בזמן והשוו לתשובה של סעיף ב.

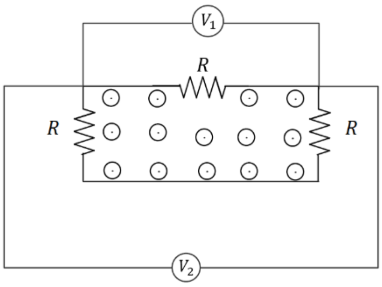
18) מסגרת נעה בשדה מגנטי משתנה לינארית



מסגרת מלבנית בגודל $a \times b$ מסה m והתנגדות R נמצאת על מישור xy. המסגרת נעה באיזור בו קיים שדה מגנטי $\vec{B}(x) = \alpha(x_0 - x)\hat{z}$.
ברגע $t = 0$ מהירות המסגרת היא $v_0\hat{x}$
כאשר α , x_0 , v_0 קבועים נתונים.

א. מצא את הכא"מ בלולאה כתלות במהירות הלולאה.
הראה כי הוא אינו תלוי במיקום ההתחלתי של המסגרת.
ב. מצא את מהירות הלולאה כתלות בזמן.
ג. מהו המרחק אותו עברה הלולאה עד לעצירתה?

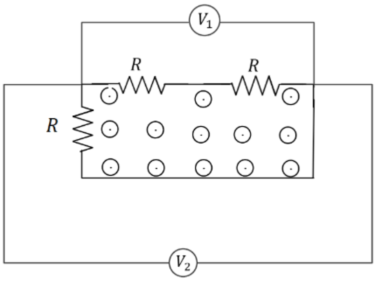
19) מעגל עם פארדיי



במעגל המכיל שלושה נגדים זהים קיים שדה מגנטי משתנה בזמן בחלק הפנימי של המעגל בלבד.

אם מד המתח V_1 מורה 1mV מה מורה מד המתח V_2?

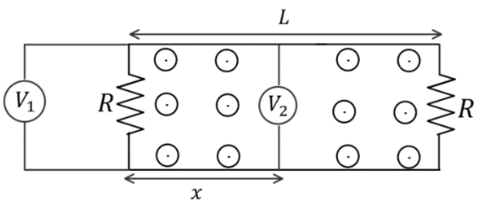
20) מעגל עם פארדיי 2



במעגל המכיל שלושה נגדים זהים קיים שדה מגנטי משתנה בזמן בחלק הפנימי של המעגל בלבד.

אם מד המתח V_1 מורה 1mV מה מורה מד המתח V_2?

21) מעגל עם פארדיי 3



במעגל הבא שני נגדים זהים. בין הנגדים (ורק ביניהם) קיים שדה מגנטי אחיד המשתנה בזמן. המרחק בין הנגדים הוא L. מחברים שני מדי מתח אידיאלים כפי שמתואר באיור כאשר x הוא המרחק של מד המתח V_2 מהנגד השמאלי.

נתון כי מד המתח V_1 מודד 1mV .

מה ימדוד מד המתח V_2 אם:

א. $x = \frac{1}{2}\text{L}$

ב. $x = \frac{1}{4}\text{L}$

תשובות סופיות:

1) א. $\varepsilon=-BLV_0$ ב. $I=\frac{BLV_0}{R}$ ג. $\vec{F}_{0xt}=\frac{B_0^2L^2V_0}{R}\hat{x}$

ד. $\rho_{ext}=\frac{B_0^2L^2V_0}{R}$ ה. $\rho_R=\frac{BLV}{R}$

2) א. $|\varepsilon|=BLV_0$ ב. $I=\frac{BLV_0}{R}$ ג. $\vec{F}_{ext}=\frac{B^2L^2V_0}{R}\hat{x}$

ד. $\rho_{ext}=\frac{B^2L^2{V_0}^2}{R}$

3) א. $\varepsilon=-\frac{\mu_0I_0a}{2\pi}\left(\frac{1}{x+a}-\frac{1}{x}\right)V_0$ ב. $I=\frac{-\frac{\mu_0I_0a}{2\pi}\left(\frac{1}{x+a}-\frac{1}{x}\right)V_0}{R}$

ג. $|\vec{F}|=F_1-F_2$

4) א. $\varepsilon=-B_0\pi a^2(-\omega)\sin(\omega t)$ ב. $\varepsilon=\omega B_0\pi a^2\sin(2\omega t)$

5) בין הראשון לשני: $I_L=I_1\ ,\ I_R=I_2+I_3$

בין השני לשלישי: $I_L=I_1+I_2\ ,\ I_R=I_3$

6) א. $|\varepsilon|=BLV(t)$ ב. $a=\frac{BL}{MR}(-BLV(t)+V_0)\ ,\ V_{final}=\frac{V_0}{BL}$

ג. $V(t)=\frac{V_0}{BL}\left(1-e^{-\frac{B^2L^2}{MR}t}\right)$ ד. $P_R=\left(\frac{BLV(t)-V_0}{R}\right)^2R$

7) א. $\varepsilon=B\frac{l^2}{2}\omega$ ב. $\varepsilon=-B\cdot\omega\frac{l^2}{2}$

8) א. $I(t)=\frac{BLV}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$ ב. $F_{ext}=\frac{B^2L^2V}{R}e^{\frac{-t}{RC}}\hat{x}$ ג. $P_F=\frac{B^2L^2V^2}{R}e^{-\frac{t}{RC}}\neq I^2R$

ד. $P_C=\frac{B^2L^2V^2}{R}\left(e^{-\frac{t}{RC}}-e^{-\frac{2t}{RC}}\right)\ ,\ P_R=\frac{B^2L^2V^2}{R}e^{-\frac{2t}{RC}}$ ה. הוכחה

9) א. $\vec{B}=\mu_0\sigma_0a\omega\cdot\frac{1}{2}\ln\frac{b}{a}\hat{z}$ ב. $\varphi=\mu_0\sigma_0a\omega\frac{1}{2}\ln\frac{b}{a}\pi r_0^2$

ג. $I=\frac{3\mu_0\sigma_0a\pi r_0^2\alpha\ln\frac{b}{a}}{2R}$

10) א. $|\varepsilon|=B_0LV_y$ ב. כיוון השדה המושרה בכיוון השדה שקיים, לתוך הדף.

ג. $F=\frac{{B_0}^2L^2}{R}V\hat{y}$ ד. $V_{final}=\frac{mgR}{B_0^2\cdot L^2}$ ה. $V(t)=\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right)\frac{mg}{k}\ ,\ k=\frac{B_0^2L^2}{R}$

11) $I_{R1}=\frac{0.6}{110}A\ ,\ I_{R2}=\frac{3}{110}A\ ,\ I_{R3}=\frac{2.4}{110}A$

12) א. $\varepsilon=2V^2\tan\theta tB$ ב. $I=\frac{V\cdot B}{R_1}$ ג. $P_{out}=\frac{V^2B^2}{R_1}2\cdot V\cdot t\cdot\tan\theta$

13) א. $I=\frac{B\pi a^2\omega}{4R}\sin\omega t$ ב. $\theta=60°$ ג. $\theta=45°$

14) א. $I=\frac{\beta\pi b^2a}{2\rho}$ ב. $I=\frac{\beta m}{4\pi\rho\alpha}$ ג. $I=\frac{m(\beta\cos\theta-B\sin\theta\omega)}{4\rho\alpha\pi}$

15) א. $R_T=2R+\frac{ar\theta(2\pi-\theta)}{2\pi}$

ב. $I_T=\frac{B\omega a^2\pi}{4\pi R+ar\omega t(2\pi-\omega t)}$, במחוג שעומד בכיוון הרדיאלי ובמחוג שנע בכיוון $\hat{r}$.

ג. $I(t)=\frac{B\omega\frac{a^2}{2}}{2R+ra\omega t}$

16) $V=\frac{3Rmg}{2B^2L^2}$

17) א. $V_0=\frac{2mgR}{BL}$ ב. $\frac{BL}{R}(V_0-BLV)=ma\ ,\ V_{max}=\frac{V_0}{BL}$

ג. $V(t)=\frac{V_0}{BL}\left(1-e^{-\frac{B^2L^2}{MR}t}\right)$

18) א. $|\varepsilon|=\alpha baV$ ב. $V(t)=V_0e^{-kt}$ ג. $\Delta x=\frac{V_0}{k}$

19) $1mV$

20) $0.5mV$

21) א. 0 ב. $0.5mV$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 26 - הפוטנציאל הוקטורי

תוכן העניינים

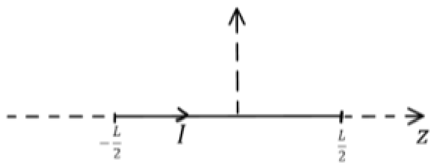
הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) מצא צפיפות מפוטנציאל

מצא את צפיפות הזרם שיצרה את הפוטנציאל הוקטורי $\vec{A} = C\hat{\varphi}$ בקואורדינטות גליליות, כאשר C קבוע.

2) פוטנציאל וקטורי של תיל סופי



תיל סופי באורך L נושא זרם I מונח לאורך ציר ה-z.

א. מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב שיוצר התיל.

ב. מצא את השדה המגנטי בנקודה מעל אמצע התיל.

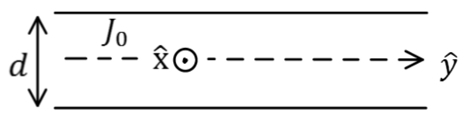
3) סליל אינסופי

נתון סליל אינסופי עם צפיפות ליפופים ליחידת אורך n ורדיוס a.
מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב אם בסליל זורם זרם I.

4) גליל אינסופי

מצא את הפוטנציאל הוקטורי שיוצר גליל אינסופי ברדיוס a הנושא זרם I, אם צפיפות הזרם בגליל אחידה.

5) מישור עבה עם צפיפות זרם אחידה



מישור אינסופי נמצא במקביל למישור $x-y$ כאשר המישור $x-y$ נמצא במרכזו.
במישור צפיפות זרם אחידה $\vec{J} = J_0\hat{x}$.
עובי המישור הוא d.

א. מצא את כיוון הפוטנציאל הוקטורי במרחב.

ב. מצא את פונקציית הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב.

תשובות סופיות:

1) $\vec{J}=\frac{C}{r^2}\hat{\varphi}$

2) א. $\vec{A}(\vec{r})=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\ln\left(\frac{z+\frac{L}{2}+\sqrt{\left(z+\frac{L}{2}\right)^2+x^2+y^2}}{z-\frac{L}{2}+\sqrt{\left(z-\frac{L}{2}\right)^2+x^2+y^2}}\right)\hat{z}$ ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0 IL\cdot\hat{y}}{4\pi x\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+x^2}}$

3) $\vec{A}=\frac{\mu_0 In}{2}\hat{\varphi}\quad r<a\,,\ \vec{A}=\frac{\mu_0 Ina^2}{2r}\hat{\varphi}\quad r>a$

4) $\vec{A}=\frac{\mu_0 J_0}{2}\cdot\frac{r^2}{2}\hat{z}\quad r<a\,,\ \vec{A}=\frac{\mu_0 J_0}{2}\left(\frac{a^2}{2}+a^2\ln\frac{r}{a}\right)\hat{z}\quad r>a$

5) א. $\vec{A}=A(z)\hat{x}\,,\ \vec{B}=B(z)\hat{y}$ ב. $A(z)=\begin{cases}-\mu_0 J\frac{z^2}{2}\hat{x} & |z|<\frac{d}{2}\\ \frac{-\mu_0 Jd}{2}\left(z-\frac{d}{4}\right)\hat{x} & |z|>\frac{d}{2}\end{cases}$

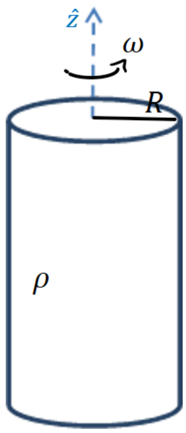
שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 27 - שדות משתנים בזמן

תוכן העניינים

הסברים ותרגילים:

שאלות:



1) גליל טעון מסתובב בתאוצה

גליל אינסופי מלא ברדיוס R טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.

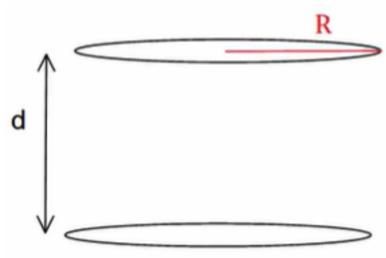
הגליל מסתובב סביב ציר הסימטריה שלו במהירות זוויתית המשתנה בזמן $\omega = \alpha t$ כאשר α קבועה ונתונה.

א. מה השדה המגנטי בכל המרחב?

ב. מה השדה החשמלי בכל המרחב?

ג. מה הכוח שפועל על מטען?

2) שדה חשמלי תלוי בזמן בתוך קבל לוחות ווקטור פוינטינג על השפה



קבל לוחות מורכב משני לוחות עגולים ברדיוס R המקבילים זה לזה ונמצאים במרחק d אחד מהשני d<<R.

הקבל מחובר למעגל חשמלי המספק לקבל זרם I קבוע (ונתון).

א. מצא את המטען על הקבל כפונקציה של הזמן אם נתון ש-$q(t = 0) = 0$

ב. מצא את השדה החשמלי כפונקציה של הזמן.

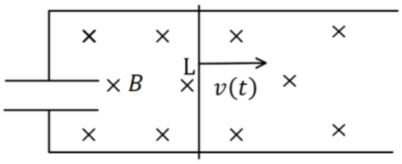
ג. מצא את השדה המגנטי כפונקציה של הזמן והמיקום, בתוך הקבל ומחוץ לו.

ד. מצא את האנרגיה האגורה בין הלוחות.

ה. מצא את הוקטור פוינטינג על שפת הקבל וחשב את השטף שלו על מעטפת הקבל.

3) פאראדיי עם קבל

קבל לוחות מעגלי ברדיוס a ומרחק בין הלוחות (d<<a) מחובר למסילה מוליכה חסרת התנגדות.
על המסילה מונח מוט חסר התנגדות באורך L.
מושכים את המוט כך שהוא מתרחק מהקבל במהירות $v(t) = At$.



במרחב קיים שדה מגנטי B אחיד וקבוע לתוך הדף.

א. מהו המטען על הקבל? על איזה לוח המטען החיובי?

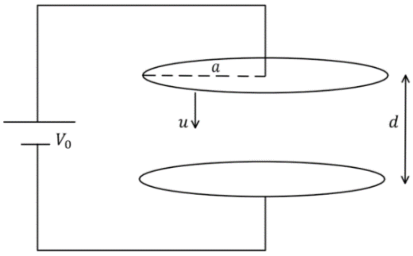
ב. מהו השדה החשמלי בתוך הקבל?

ג. מהו השדה המגנטי בתוך הקבל ומחוץ לו, גודל וכיוון (התעלם מהשדה שנוצר ע״י התיילים והמוט)?

ד. מהו הכוח שיש להפעיל על המוט על מנת שינוע במהירות הנתונה אם מסת המוט היא M?

4) לוחות בקבל מתקרבים בזמן

קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים ברדיוס a ומרחק $a \gg d$ ביניהם.
הקבל מחובר למקור מתח קבוע V_0.
בזמן $t = 0$ מתחילים לקרב את הלוח העליון אל התחתון במהירות קבועה ונמוכה u.



א. מהו המתח בין לוחות הקבל כתלות בזמן?

ב. מהו השדה החשמלי בין לוחות הקבל כתלות בזמן?

ג. מהו השדה המגנטי בין לוחות הקבל ומחוץ להן כתלות בזמן?

ד. חזור על כל הסעיפים אם ניתקו את הקבל מהמקור רגע לפני תחילת ההזזה של הלוח.

תשובות סופיות:

1) א. $r<R\quad \vec{B}=\mu_0\rho\omega\frac{R^2-r^2}{2}\hat{z}$, $r>R\quad \vec{B}=0$

ב. $r<R\quad \vec{E}=-\mu_0\rho\alpha\frac{1}{2r}\left(R^2\frac{r^2}{2}-\frac{r^4}{4}\right)\hat{\theta}+E_r(r)\hat{r}$, $r>R\quad \vec{E}=\frac{-\mu_0\rho\alpha}{2r}\left(\frac{R^4}{4}\right)\hat{\theta}+(E_r)\hat{r}$

ג. $\vec{F}=q\vec{E}$

2) א. $q(t)=It$ ב. $\vec{E}=\frac{-q(t)}{\varepsilon_0\pi R^2}\hat{z}$ ג. $\vec{B}=\frac{-\mu_0 Ir}{2\pi R^2}\hat{\theta}$

ד. $U=\frac{I^2t^2d}{2\varepsilon_0\pi R^2}+\frac{\mu_0 I^2 d}{16\pi}$ ה. $\vec{S}=\frac{-1}{\mu_0}\cdot\frac{q(t)}{\varepsilon_0\pi R^2}\frac{\mu_0 IR}{2\pi R^2}\hat{r}$, $\phi_{\vec{S}}=\frac{-I^2td}{\varepsilon_0\pi R^2}$

3) א. $q_c=\frac{\varepsilon_0\pi a^2}{d}BLAt$, עליון. ב. $\vec{E}=\frac{BLAt}{d}\hat{z}$ ג. $r<a\quad \vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 B_0 LAr}{2d}\hat{\theta}$,

$a<r\quad \vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 BLAa^2}{2dr}\hat{\theta}$ ד. $F=MA+\frac{\varepsilon_0\pi a^2}{d}B_0^2L^2A$

4) א. $V_c(t)=V_0$ ב. $\vec{E}=\frac{-V_0\hat{z}}{d-ut}$ ג. $r<a\quad \vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 V_0 ur\hat{\theta}}{2(d-ut)^2}$,

$r>a\quad \vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 V_0 ua^2\hat{\theta}}{2(d-ut)^2 r}$ ד. $\vec{B}=0$, $\vec{E}=\frac{-V_0 z}{d}$, $V_c(t)=\frac{d-ut}{d}\cdot V_0$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 28 - משוואות מקסוואל

תוכן העניינים

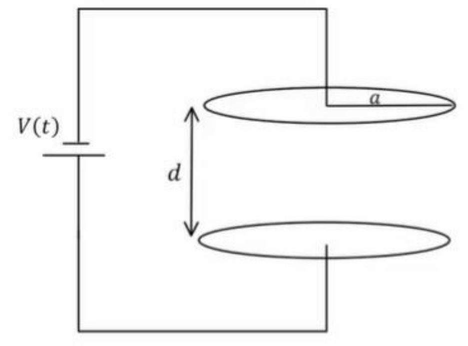
שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 29 - וקטור פויינטינג והאנרגיה האגורה בשדות

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:



1) קבל לוחות עם מתח ליניארי בזמן

קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים ברדיוס a הנמצאים במרחק $d<<a$ זה מזה. הקבל מחובר למקור מתח התלוי ליניארית בזמן $V(t)=A\cdot t$, כאשר A קבוע נתון.

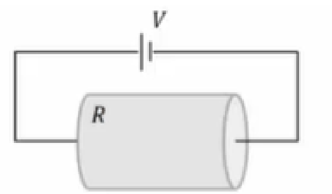
א. מצא את השדה החשמלי בקבל כתלות בזמן.

ב. מצא את השדה המגנטי בתוך הקבל ומחוץ לו.

ג. מצא את האנרגיה האגורה בתוך משטח סגור העוטף את הקבל.

ד. מצא את הוקטור פויינטינג על השפה של המשטח מסעיף ג'.

ה. חשב את השטף של הוקטור פויינטינג על המשטח והראה כי הוא שווה למינוס השינוי בזמן של האנרגיה מסעיף ג'.



2) משפט פויינטינג בנגד גלילי

נגד גלילי בעל אורך L, רדיוס בסיס a והתנגדות R מחובר למקור מתח V.

א. חשב את השדה החשמלי והמגנטי בנגד.

ב. חשב את הוקטור פויינטינג על השפה של הנגד.

ג. חשב את האנרגיה האלקטרומגנטית בנגד והראה כי משפט פויינטינג מתקיים.

ד. הראה כי המשפט מתקיים גם בצורה הדיפרנציאלית שלו.

3) מישור אינסופי במתח קבוע

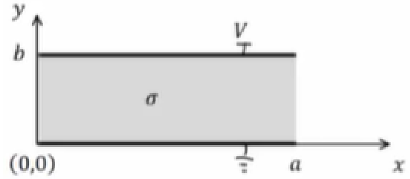
נתון מוליך בגודל $a\times b\times W$ כאשר $W>>a,b$.

נבחר את מערכת הצירים כך שהראשית בפינת המוליך.

הרוחב a מקביל לציר x, הגובה b מקביל לציר y

והאורך W מקביל לציר z (ראה איור).

המוליכות של החומר היא σ והוא מוחזק בהפרש פוטנציאלים V.



א. מה השדה החשמלי והזרם במוליך?

ב. מהו $\vec{H}$ במרחב?

ג. מהו ההספק ליחידת נפח שמתבזבז? חשב בדרך ישירה ודרך משפט פויינטינג.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E}=\frac{A\cdot t}{d}\hat{z}$ ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 Aa^2}{2rd}\hat{\theta} \quad r\geq a \ , \ \vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 Ar}{2d}\hat{\theta} \quad r<a$

ג. $U=\frac{\varepsilon_0 A^2\pi a^2}{2d}\left(t^2+\frac{\mu_0\varepsilon_0 a^2}{2}\right)$ ד. $\vec{S}=\frac{-A^2\varepsilon_0 ta}{d}\pi a$ ה. הוכחה.

2) א. $\vec{E}=\frac{V}{L}\hat{z} \ , \ \vec{B}=\frac{\mu_0 Vr}{2\pi a^2 R}\hat{\theta}$ ב. $\vec{S}_{(r=a)}=\frac{V^2(-\hat{r})}{2\pi aLR}$ ג. $U_{em}=\frac{\varepsilon_0 V^2\pi a^2}{2L}+\frac{V^2 L}{16\pi R^2}$

ד. הוכחה.

3) א. $\vec{E}=-\frac{V}{b}\hat{y} \ , \ \vec{J}=-\frac{\sigma V}{b}\hat{y}$ ב. $H_z=\frac{\sigma V}{b}\left(x-\frac{a}{2}\right)$ ג. $\vec{E}\cdot\vec{J}=\frac{\sigma V^2}{b^2}$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 30 - גלים אלקטרומגנטיים

תוכן העניינים

הסברים ותרגילים:

שאלות:

1) תרגיל 1

נתון השדה המגנטי: $\vec{B}=B_0\cos(Ax-2Ay-\omega t)\hat{z}$.

א. מצא את וקטור הגל של השדה?

ב. הבא את התדירות באמצעות הפרמטר A.

ג. מצא את השדה החשמלי?

ד. מה הכוח הפועל על מטען Q הנמצא בראשית עם מהירות $\vec{v}=v_0\hat{x}$ ב- $t=0$?

ה. מצא את הוקטור פויטינג?

2) מצא שדה מגנטי, תרגיל ונוסחה נוספת

השדה החשמלי בגל אלקטרו מגנטי נתון לפי: $\vec{E}=E_0(1,1,2)e^{i(2x-z-\omega t)}$.

מצא את השדה המגנטי.

3) גל עומד

משוואת הגלים בצורה כללית היא: $\nabla^2\phi=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}$ כאשר ϕ היא פונקציית הגל במרחב ו- v היא מהירות הגל $\left(v=\frac{\omega}{k}\right)$. במקרה של גלים אלקטרו מגנטים ϕ תהיה הפונקציה של השדה החשמלי או המגנטי, $v=c$.

א. הראה שהפונקציה $\phi(x,t)=A\cos(kx)\sin(\omega t)$ מקיימת את משוואת הגלים ולכן היא פתרון אפשרי למשוואה.

ב. פתרון דלמבר למשוואת הגלים אומר שכל פתרון צריך להיות מהצורה $f(x-vt)+g(x+vt)$, כאשר f ו- g הם פונקציות כלשהן.
הראה שהפונקציה מסעיף א' היא גם פיתרון מהצורה הכללית של הפתרון של דלמבר.
רמז: השתמש בזהויות טריגונומטריות.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{k}=\left(A,-2A,0\right)$ ב. $\omega=C\cdot A\cdot\sqrt{S}$

ג. $\vec{E}=+C^2 2AB_0\cos\left(Ax-2Ay-\omega t\right)\cdot\frac{1}{+\omega}\hat{x}+C^2 2AB_0\cos\left(Ax-2Ay-\omega t\right)\cdot\frac{1}{+\omega}\hat{y}$

ד. $\vec{F}=Q\left(\frac{C^2AB_0}{\omega}\left(2\hat{x}+\hat{y}\right)+V_0B_0\left(-\hat{y}\right)\right)$ ה. $\vec{S}\cdot\vec{E}=0$

2) $\vec{B}=\frac{E_0}{\sqrt{5}c}\left(1,-5,2\right)e^{i\left(2x-z-\omega t\right)}$

3) שאלת הוכחה.

שדות אלקטרו מגנטיים

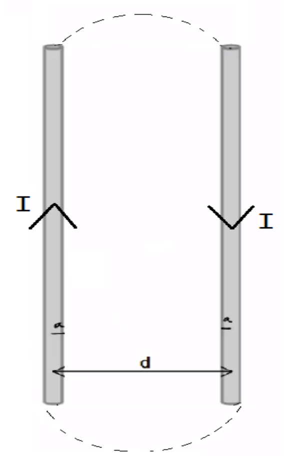
פרק 31 - השראות

תוכן העניינים

השראות עצמית:

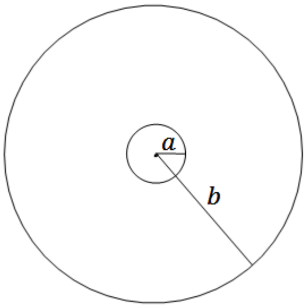
שאלות:

1) שני תיילים ארוכים



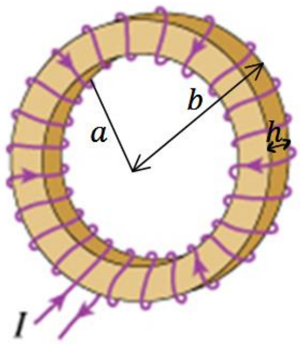
נתונים שני תיילים מאוד ארוכים שהמרחק ביניהם הוא d.
רדיוס כל אחד מהתיילים הוא a ונתון שהתיילים מחוברים ביניהם באינסוף. נתון זרם I במערכת.
הנח כי $d >> a$ והתיילים אינם משפיעים אחד על השני.
חשבו השראות של המערכת ליחידת אורך.
ניתן להזניח את השדה בתוך התיילים.

2) השראות בכבל קואקסיאלי



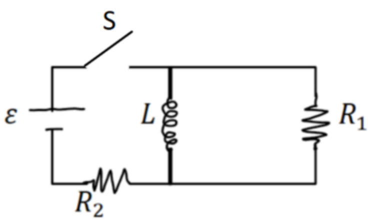
כבל קו אקסיאלי מורכב מתיל פנימי ברדיוס a ומעטפת דקה ברדיוס b. התיל והמעטפת באורך $l \gg a, b$.
בתיל הפנימי זורם זרם I נתון, ובמעטפת זורם זרם זהה בכיוון ההפוך.
מצאו את ההשראות העצמית ליחידת אורך של המערכת.
הזנח את השדה המגנטי בתוך התיל הפנימי.

3) השראות בטורואיד



בתמונה נתון טורואיד.
הרדיוס הפנימי של הטורואיד הוא a והחיצוני b.
גובה (או עובי) הטורואיד הוא h ומספר הליפופים N.
א. מצאו את ההשראות של הטורואיד.
ב. מצאו את האנרגיה האגורה בטורואיד אם זורם בו זרם I.

4) תרגיל 1 ב-RL

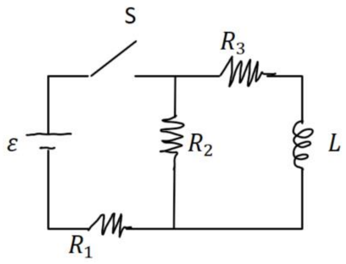


במעגל הבא המפסק סגור זמן רב, התנגדות הנגדים והשראות הסליל נתונה.
א. מצאו את הזרם בכל נגד ואת הזרם בסליל.
ב. פותחים את המפסק, מהו הזרם ברגע פתיחת המפסק ולאחר זמן רב?
ג. מהו הזרם כתלות בזמן לאחר פתיחת המפסק?

5) **תרגיל 2 ב-RL**

במעגל הבא מתקיים:

$\varepsilon = 5V , R_1 = 100\Omega , R_2 = 200\Omega , R_3 = 300\Omega , L = 30mH$.



א. מה המתח שמייצר הסליל עם סגירת המפסק?

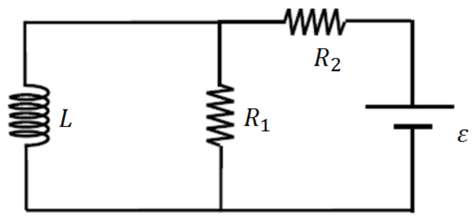
ב. מה הזרם בכל נגד לאחר זמן רב?

ג. מהו קבוע הזמן של המעגל?

6) **תרגיל 3 ב-RL**

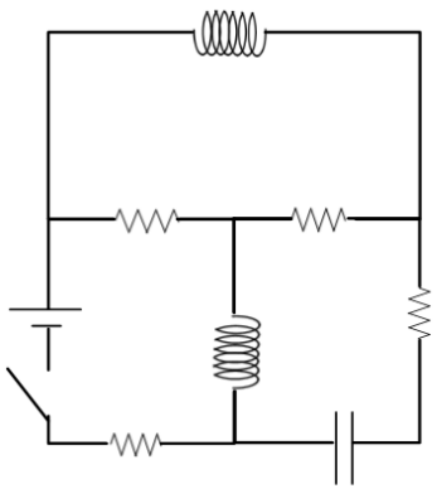
במעגל הבא נתון כא״מ המקור, התנגדות הנגדים והשראות הסליל.

מצאו את הזרם בסליל כפונקציה של הזמן אם נתון שהזרם בו שווה לאפס ב-t=0.



7) **תרגיל 4 ב-RL**

במעגל הבא התנגדות כל הנגדים היא R ומתח הסוללה הוא V (R ו-V נתונים).



א. מצאו את הזרם בסוללה ברגע סגירת המתג (הניחו שהקבל אינו טעון ואין זרמים במעגל לפני סגירת המתג).

ב. מצאו את הזרם בסוללה ובסלילים לאחר זמן רב. מהו המתח על הקבל?

ג. חזרו על סעיפים א ו-ב אם במקום כל סליל היה קבל ובמקום הקבל היה סליל.

תשובות סופיות:

1) $L=\frac{l\mu_0}{\pi}\ln\frac{d-a}{a}$

2) $\frac{L}{l}=\frac{\mu_0\ln\frac{b}{a}}{2\pi}$

3) א. $L=\frac{\mu_0 N^2 h\ln\frac{b}{a}}{2\pi}$ ב. $U_L=\frac{1}{2}LI^2$

4) א. $I_L=I_2=\frac{\varepsilon}{R_2}\ ,\ I_1=0$ ב. $I_L(0)=I_1=\frac{\varepsilon}{R_2}\ ,\ I_L(\infty)=0$

ג. $I(t)=\frac{\varepsilon}{R_2}e^{-\frac{t}{\frac{R_1}{L}}}$

5) א. $V_L=3.3V$ ב. $I_1=22.7mA\ ,\ I_2=13.6mA\ ,\ I_3=9.09mA$

ג. $\tau=81.7\mu s$

6) $I_3(t)=\frac{\varepsilon}{R_2}\left(1-e^{-\frac{RT}{L}t}\right)$

7) א. $\frac{V}{4R}$

ב. סוללה: $I=\frac{2V}{3R}$, סליל עליון: $I=\frac{V}{3R}$, סליל תחתון: $I=\frac{2V}{3R}$, קבל: $V=\frac{V}{3}$

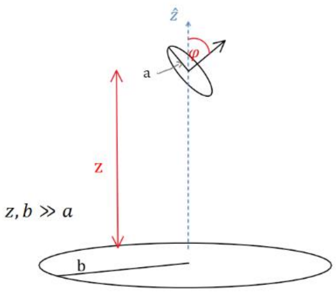
ג. א: $I=\frac{2V}{3R}$, ב: סוללה: $I=\frac{V}{4R}$, סליל: $I=\frac{V}{4R}$, קבל עליון: $V=\frac{V}{2}$,

קבל תחתון: $V=\frac{V}{2}$

השראות הדדיות:

שאלות:

1) טבעת בזווית מעל טבעת גדולה



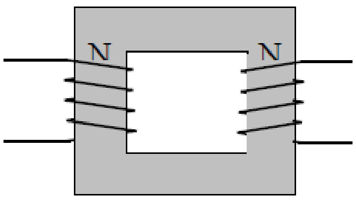
טבעת ברדיוס b מונחת על מישור $x-y$ במקביל לקרקע.
טבעת נוספת ברדיוס a שקטן מאוד ביחס ל-b מונחת בגובה z מעל מישור $x-y$.
מרכזי הטבעות נמצאים על ציר ה-z אחד מעל השני.
הטבעת הקטנה גם מוטת ביחס למישור $x-y$ כך שהוקטור המאונך למישור הטבעת יוצר זווית φ עם ציר ה-z.

א. מצא את $M_{1,2}$.

ב. התנגדות הטבעת הקטנה נתונה ומסומנת ב-R_a.
כמו כן ידוע הזרם כתלות בזמן בטבעת הגדולה והוא שווה ל-$I_b = I_0 \cos(\omega t)$. I_0 ו-ω קבועים נתונים.
מצא את הזרם בטבעת הקטנה.

ג. מהו מומנט הכוח הפועל על הטבעת הגדולה?

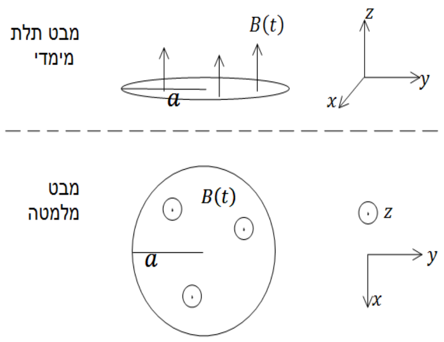
2) שנאי



שנאי מורכב משני סלילים בעלי מספר ליפופים שונה המקיפים ליבה מגנטית מלבנית משני צידי הליבה.
הנח כי ליבה מגנטית שומרת את כל קווי השדה המגנטי בתוכה, או לחלופין, כי השטף המגנטי אחיד בכל חתך של הליבה.
נתון כי המתח על הסליל השמאלי הוא מתח חילופין (מתח מהצורה $V(t) = V_0 \sin \omega t$).
מצא את המתח על הסליל הימני כתלות במתח של הסליל השמאלי.
נתון N_1, N_2 מספר הליפופים בכל סליל.

3) **שטף חיצוני השראות ונגד בטבעת**

טבעת מוליכה ברדיוס a והתנגדות R נמצאת בתוך שדה מגנטי אחידה במרחב ומשתנה בזמן $B(t) = At$ כאשר A קבוע חיובי. כיוון השדה בניצב למישור בו נמצאת הטבעת (השטף מקסימאלי).



א. מצא את סך הכא״מ הפועל על הטבעת כתלות בזרם, אם ההשראות העצמית של הטבעת L נתונה.

ב. מצא משוואה על הזרם כתלות בזמן ופתור אותה למציאת הזרם כתלות בזמן. (היעזר בפתרון של סליל במעגל טעינה).

ג. מצא את הזרם והשטף הכולל כתלות בזמן בקירוב $R \to 0$, התעלם מהרגעים הראשונים.

תשובות סופיות:

1) א. $M=\frac{\mu_0 b^2 \pi a^2 \cos\varphi}{2}\left(b^2+z^\alpha\right)^{-\frac{3}{2}}$ ב. $I_a=\frac{-MI_0\left(-\omega\sin\omega t\right)}{R_a}$

ג. $\left|\vec{\tau}\right| = \mu_a B_z \sin\varphi$

2) $\varepsilon_2 = \frac{N_2}{N_1}V_0\sin\omega t$

3) א. $\varepsilon = -A\pi a^2 - LI$ ב. $I(t) = -\frac{A\pi a^2}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$

ג. $\phi_{BT}=0\ ,\ I(t) = -\frac{A\pi a^2}{L}t$

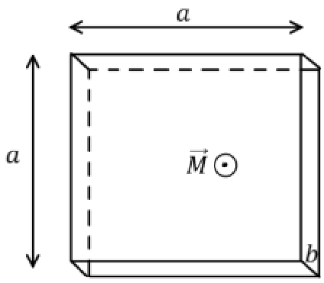
שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 32 - חומרים מגנטים

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

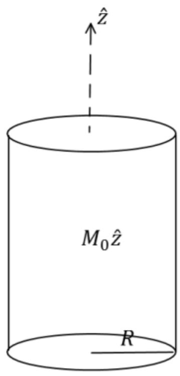


1) תיבה דקה ממוגנטת

נתונה תיבה בעלת אורך ורוחב a ועובי $a << b$.
לתיבה מגנטיזציה "קפואה" (התיבה ממוגנטת כאשר היא לא בתוך שדה מגנטי חיצוני) ואחידה $\vec{M}$.
כיוון המגנטיזציה בכיוון מקביל לצלע b.

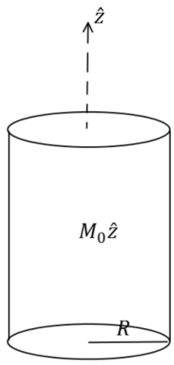
א. מצא את השדה המגנטי במרכז התיבה.

ב. מצא את השדה המגנטי רחוק מאוד מהתיבה.



2) גליל אינסופי ממוגנט

גליל אינסופי ברדיוס R מקוטב בצורה אחידה $\vec{M} = M_0\hat{z}$.
מצא את השדה המגנטי בכל המרחב.



3) גליל ממוגנט נוסף

גליל אינסופי ברדיוס R מקוטב בצורה $\vec{M} = Ar\hat{\varphi}$.
כאשר A קבוע כלשהו ו- r הוא המרחק ממרכז הגליל.

א. מצא את הזרמים הקשורים בגליל ומצא את השדה המגנטי במרחב.

ב. מצא את השדה המגנטי בכל המרחב ע"י שימוש בוקטור השדה H וללא שימוש בזרמים קשורים.

4) סליל עם ליבה מגנטית

נתון סליל אינסופי עם צפיפות ליפופים ליחידת אורך n.
מכניסים לסליל ליבה מגנטית בעל סוספטביליות נתונה χ_m הממלאת את כל הנפח הכלוא בסליל.
מצא את השדה המגנטי בתוך הסליל אם בסליל זורם זרם I.

5) אנרגיה להאט גליל מסתובב

גליל אינסופי ברדיוס R בעל מקדם פראמבליות יחסי $\mu_r = \alpha r$ טעון בצפיפות מטען אחידה ליח' נפח ρ .
הגליל מסתובב סביב ציר הסימטריה שלו במהירות זוויתית ω.

א. מהו השדה המגנטי בתוך הגליל?

ב. כמה אנרגיה ליחידת אורך יש להשקיע על מנת להאט את המהירות הזוויתית של הגליל לרבע ממהירותו הנוכחית?

6) חומר ממלא חצי מרחב

חומר בעל צפיפות אטומים של $n = 2 \cdot 10^{28}\left[\frac{1}{m^3}\right]$ נמצא תחת שדה מגנטי חיצוני אחיד. החומר מתמגנט כך שבכל אטום מתקבל בממוצע דיפול מגנטי של $\vec{m} = 1.2 \cdot 10^{-24}[A \cdot m^2]\hat{x}$.
השדה המגנטי הנמדד בתוך החומר הוא : $\vec{B} = 0.04[T]\hat{x}$.

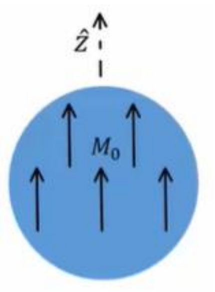
א. מצא את המגנטיזציה $\vec{M}$ בחומר, את הסוספטביליות המגנטית χ_m ואת הפאראמביליות μ של החומר.

ב. הנח שהחומר ממלא את חצי המרחב $x < 0$ וחצי המרחב השני הוא ריק. מהם הזרמים המושרים במרחב?

ג. מצא את השדה החיצוני $\vec{H}$ אשר יצר את המגנטיזציה.

ד. מה יהיה השדה המגנטי $\vec{B}$ בריק, סמוך מאוד לגבול בין הריק לחומר? כיצד תשתנה התוצאה אם החומר ממלא את חצי המרחב $y < 0$?

7) כדור ממוגנט



כדור ברדיוס R ממוגנט במגנטיזציה קבועה $\vec{M} = M_0\hat{z}$.
מצא את הפוטנציאל המגנטי בכל המרחב.

תשובות סופיות:

1) א. ראה סרטון ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{\left(3Ma^2b\hat{z}\cdot\hat{r}\right)\hat{r}-Ma^2b\hat{z}}{r^3}\right)$

2) $\vec{B}=\mu_0\vec{M}$

3) א. $\vec{k}_b=-AR\hat{z}$, $\vec{J}_b=2A\hat{z}$, $\begin{matrix}\vec{B}=\mu_0\vec{M} & r<R\\ B=0 & r>R\end{matrix}$ ב. $\vec{B}=\mu_0\vec{M}$

4) $\vec{B}=\mu_0\left(1+Xm\right)nI\hat{z}$

5) א. $\vec{B}=\mu_0\alpha r\rho\omega\frac{R^2-r^2}{2}\hat{z}\quad r<R$, $\vec{B}=0\quad r>R$

ב. $\Delta\left(\frac{U_B}{l}\right)=\mu_0\alpha\rho^2\cdot\pi R^7\omega^2\cdot\frac{1}{56}(-1)$

6) א. $\mu=3.86\cdot10^{-6}\left(\frac{T\cdot m}{A}\right)$, $Xm\approx2.07$, $\vec{M}=2.4\cdot10^4\left(\frac{A}{m}\right)\hat{x}$ ב. $\vec{J}_b=0$, $\vec{k}=0$

ג. $H=\begin{cases}1.16\cdot10^4\left(\frac{A}{m}\right)\hat{x} & x<0\\ 3.56\cdot10^4\left(\frac{A}{m}\right)\hat{x} & x>0\end{cases}$ ד. $B_x\left(0^+\right)=0.04T$, $\vec{B}\approx0.01T\hat{x}$

7) $\phi_{m_1}=\frac{M_0}{3}r\cos\varphi$, $\phi_{m_2}=\frac{M_0R^3}{3}\cos\varphi$

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 33 - קוואזיסטטיקה

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) שני לוחות ומקור זרם

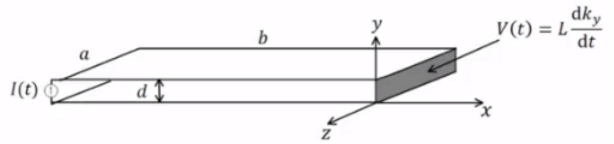
נתון התקן העשוי משני לוחות מוליכים אידיאליים בגודל $a\times b$ ומרחק d ביניהם.

בצד אחד של הלוחות ישנו מקור זרם המספק זרם: $I(t)=I_0\sin(\omega t)$.

בצד השני הלוחות מחוברים על יד דופן בעלת תכונות השראתיות כך שעל הדופן מתקיים: $V(t)=L\dfrac{dk_y}{dt}$. נתון כי על פני המקור אין תיקונים לזרם מסדר גבוה.

כמו כן: $b>>a>>d$ וניתן להניח שהשדות מחוץ להתקן מתאפסים.

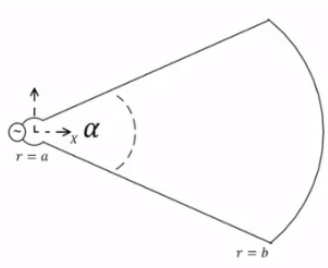
א. חשב את השדות מסדר אפס בתוך ההתקן.
ב. חשב את התיקונים מסדר ראשון לשדות.
ג. מהי צפיפות המטען המשטחית על פני הלוח התחתון?
ד. חשב את התיקון מסדר שני לצפיפות הזרם המשטחית בלוח התחתון.
ה. השווה את $k^{(2)}$ ל- $k^{(0)}$ ותן תנאי לנכונות הקירוב הקוויסטטי (ניתן להניח: $\dfrac{L}{\mu_0 d}>>b$).
ו. חשב את הווקטור פוינטינג בהתקן עד סדר ראשון.
ז. הראה כי משפט פוינטינג בצורתו הדיפרנציאלית מתקיים בתוך ההתקן עד סדר ראשון.



2) גיזרה גלילית

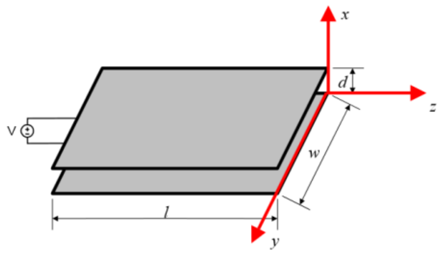
מקור זרם $I(t)$ מחובר למבנה שחתכו מתואר באיור. המבנה מורכב משני לוחות מוליכים ב- $\theta=\pm\dfrac{\alpha}{2}$, $a<r<b$, וחלק מקליפה גלילית מוליכה ב- $-\dfrac{\alpha}{2}\le\theta\le\dfrac{\alpha}{2}$, $r=b$.

הרדיוס הפנימי a הינו קטן מאוד. עומק המבנה בציר z הוא l כך ש- $l>>b$ ולכן ניתן להזניח את התלות של השדה ב- z. הנח שהשדות מחוץ למבנה מתאפסים.



א. חשב את: $\vec{H}^{(0)}(r,\theta,t)$.
ב. חשב את ההשראות ומתח ההדקים של המבנה.
ג. חשב את: $\vec{E}^{(1)}(r,\theta,t)$, הנח E בכיוון $\hat{\theta}$ בלבד.
ד. חשב את מתח ההדקים מתוך ערכו של E ב- $r=a$ והראה כי התוצאה זהה למה שקיבלת בסעיף ב'.

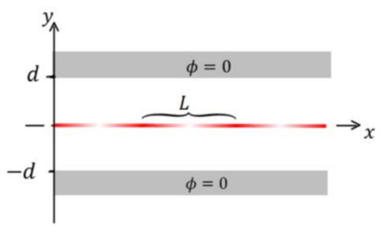
3) התכנסות למשוואות מקסוול

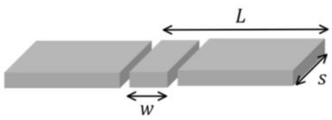


נתונים שני לוחות מקבילים במרחק d זה מזה.
אורך הלוחות הוא l ורוחבם w כאשר $d << l\, , w$.
בין הלוחות בנקודה $z=-l$, מחובר מקור מתח,
התנהגות המקור ב- $z=0$ היא: $V(t)=A\cos(\omega t)$
ללא תיקונים מסדר גבוה.
פתור את הסעיפים הבאים בקירוב הקוואזיסטטי.

א. מצא את $\vec{E}^{(0)}, \vec{H}^{(0)}$.
ב. מצא את $\vec{E}^{(1)}, \vec{H}^{(1)}$.
ג. מצא את הזרם הכולל I והמתח בנקודה $z=-l$.
הוכח כי בסדר ראשון ההתקן מתנהג כקבל לוחות ומצא את הקיבול.
ד. מצא את $\vec{E}^{(2)}, \vec{H}^{(2)}$.
ה. מצא את הזרם הכולל I והמתח בנקודה $z=-l$.
מהו מעגל התמורה של ההתקן בסדר שני?
ו. מצא את $\vec{E}^{(3)}, \vec{H}^{(3)}$.
ז. הסק באינדוקציה מהו הפתרון מסדר n כלשהו.
ח. הראה שהפתרון מתכנס לפתרון משוואות מקסוול המלאות.

4) קרן אלקטרונים משטחית בין שני מוליכים





קרן משטחית של אלקטרונים נמצאת על
מישור xz ונעה בכיוון ציר x במהירות v.
צפיפות המטען של האלקטרונים בקרן
היא: $\eta(x)=\eta_0+\eta_1\cos\left(\frac{2\pi}{L}(x-vt)\right)$.
הקרן עוברת בין שני מוליכים הנמצאים בגובה $\pm d$.
בהנחה ש- $v<<c$ ניתן להשתמש בקירוב
הקוואזיסטטי "ולהקפיא את הבעיה" כלומר להתייחס
לזמן כפרמטר קבוע בחישוב השדות.

א. מצא את הפוטנציאל בין המוליכים על ידי פתרון משוואת לפלאס מתחת ומעל הקרן.
ב. מצא את השדה החשמלי בין המוליכים.
ג. מבודדים מהלוח העליון חתיכה ברוחב L, מתוך החתיכה חותכים חתיכה נוספת ברוחב w. מחברים בין שתי החתיכות באמצעות נגד R שהתנגדותו נמוכה מאוד (ניתן להניח שהפוטנציאל בשתי החתיכות עדיין אפס) מצא את המטען הכולל בחתיכה ברוחב w וההספק שהולך לאיבוד לחום בנגד.
הנח עומק החתיכה הוא s וכי $w<<L$.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{H}^{(0)}=-k\hat{z}=-\frac{I}{a}\hat{z}\ ,\ \vec{E}^{(0)}=0$.

ב. $E_y^{(1)}=\mu_0\frac{\dot{I}}{a}\left(x+\frac{L}{\mu_0 d}\right)\ ,\ \mathrm{H}^{(1)}=0$.

ג. $\eta^{(1)}=\varepsilon_0\mu_0\frac{\dot{I}}{a}\left(x+\frac{L}{\mu_0 d}\right)$.

ד. $K_x^{(2)}=-\frac{\varepsilon_0\mu_0\ddot{I}}{a}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{Lx}{\mu_0 d}+\frac{Lb}{\mu_0 d}-\frac{b^2}{2}\right)$.

ה. $\lambda>>\frac{L}{\mu_0 d}$.

ו. $\vec{S}=\frac{\mu_0\dot{I}I}{Q^2}\left(x+\frac{L}{\mu_0 d}\right)(-\hat{x})$

ז. הוכחה.

2) א. $\vec{H}^{(0)}=-\frac{I}{l}\hat{z}$.

ב. $L=\frac{\mu_0\alpha\left(b^2-a^2\right)}{2l}$.

ג. $E_\theta=\frac{\mu_0\dot{I}}{2l}\left(r-\frac{b^2}{r}\right)$.

ד. $V=\frac{\mu_0\dot{I}}{2l}\left(b^2-a^2\right)\alpha$.

3) א. $\vec{E}^{(0)}=-\frac{V}{d}\hat{x}\ ,\ \vec{H}^{(0)}=0$.

ב. $\vec{E}^1=0\ ,\ \vec{H}_y^{(1)}=\frac{\varepsilon_0\dot{V}}{d}z\ ,\ Kz=-\frac{\varepsilon_0\dot{V}}{d}z$.

ג. $I=\frac{\varepsilon_0 lw}{d}\dot{V}\ ,\ \mathrm{C}=\frac{\varepsilon_0 lw}{d}$.

ד. $E_x^{(2)}=-\mu_0\varepsilon_0\frac{\ddot{v}}{2d}z^2\ ,\ H^{(2)}=0$.

ה. $V^2=\frac{\mu_0 ld}{2w}\ddot{I}\ ,\ I^2=0$.

ו. $E^{(3)}=0\ ,\ H_y^{(3)}=-\varepsilon_0^2\mu_0\frac{\dddot{V}}{2d}\frac{z^3}{3}$.

ז. ראה סרטון.

ח. הוכחה.

4) א. $\phi_1=\frac{\eta_0}{2\varepsilon_0}(d+y)+\frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos(k(x+\varphi))\sinh(k(y+d))$,

$\phi_2=\frac{\eta_0}{2\varepsilon_0}(d-y)-\frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos(k(x+\varphi))\sinh(k(y-d))$,

כאשר $\varphi=-Vt$, $k=\frac{2\pi}{L}$.

ב. $\vec{E}_2=\frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos(k(x+\varphi))\sinh(k(y-d))\hat{x}+$

$\left(\frac{\eta_0}{2\varepsilon_0}+\frac{\eta_1}{2\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos(k(x+\varphi))\cosh(k(y-d))\right)\hat{y}$,

$\vec{E}_1=\frac{-\eta_1}{2k\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos(k(x+\varphi))\sinh(k(y+d))\hat{x}+$

$\left(\frac{-\eta_0}{2\varepsilon_0}-\frac{\eta_1}{2\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos(k(x+\varphi))\cosh(k(y+d))\right)\hat{y}$.

ג. $\bar{\rho}=\frac{1}{2}I_0^2R$, $q\approx-5\left(\frac{\eta_0\omega}{2}+\frac{\eta_1\omega\cos k\varphi}{2\cosh(kd)}\right)$ כאשר $I_0=\frac{5\omega kv\eta_1}{2\cosh(kd)}$.

שדות אלקטרו מגנטיים

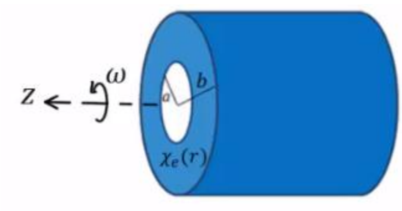
פרק 34 - תרגילים ברמת מבחן

תוכן העניינים

תרגילים:

שאלות:

1) קליפה גלילית דיאלקטרית מסתובבת



מעטפת גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b עשויה מחומר דיאלקטרי מבודד בעל סוספטביליות חשמלית: $\chi_e(r)=\frac{\alpha}{r}$ הנתונה בקואורדינטות גליליות (r הוא המרחק מציר ה- z) α קבוע נתון. המעטפת מסתובבת סביב צירה במהירות זוויתית קבועה ω.

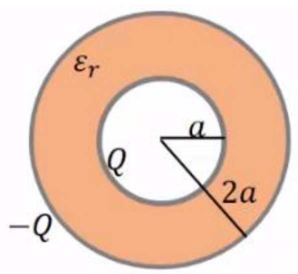
במרחב קיים שדה מגנטי הנתון לפי: $\vec{B}=B_0\left(\frac{3}{\pi}\hat{\theta}+\frac{1}{2\pi}\hat{z}\right)$. מצא את:

א. וקטור הפולריזציה $\vec{P}$ בתוך הקליפה.

ב. התפלגות המטען הקשור (משטחית ונפחית).

ג. סה"כ המטען הקשור הנפחי וסך כל המטען הקשור המשטחי ליחידת אורך של המעטפת.

2) קליפה כדורית דיאלקטרית מסתובבת



קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני $2a$ עשויה מחומר דיאלקטרי בעל מקדם ε_r. על השפה הפנימית של הקליפה יש מטען חופשי Q המפוזר באופן אחיד, ועל השפה החיצונית יש מטען $-Q$ המפוזר באופן אחיד.

א. מהי האנרגיה האלקטרוסטטית של המערכת?

ב. הקליפה מסתובבת סביב ציר ה- z במהירות זוויתית קבועה ω. מהו השדה המגנטי והפוטנציאל הוקטורי בנקודה הנמצאת במרכז הקליפה?

3) גליל טעון בשדה מגנטי

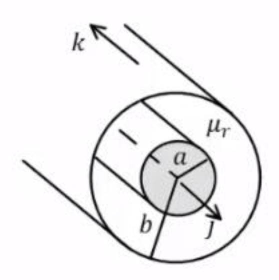
נתון גליל אינסופי ברדיוס R. הגליל טעון בצפיפות מטען נפחית קבועה ונתונה ρ. ציר הגליל חופף עם ציר z. במרחב קיים שדה מגנטי הנתון לפי הנוסחה הבאה בקואורדינטות גליליות: $\vec{B}=\begin{cases} B_0\sin(\omega t+\alpha)\hat{z} & r<R \\ 0 & r>R \end{cases}$.

א. מצא את פונקציית הפוטנציאל הוקטורי בכל מקום.

ב. מצא את השדה החשמלי בכל מקום.

ג. מה ניתן ללמוד מתנאי השפה על B ב- $r=R$?

4) כבל קו-אקס עם חומר מגנטי



כבל קואקסיאלי בעל אורך אינסופי עשוי מגליל מלא פנימי בעל רדיוס a הנושא זרם I בצפיפות זרם נפחית אחידה. החלק החיצוני של הכבל הוא מעטפת גלילית דקה מאוד ברדיוס b הנושאת זרם I בכיוון הפוך ובצפיפות זרם משטחית אחידה. התחום שבין הגלילים מלא בחומר מגנטי עם מקדם פרמאביליות: $\mu_r = 1$.

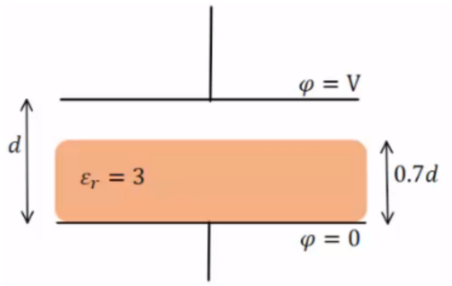
חשבו את:

א. $\vec{H}$ בכל המרחב, כולל בתוך המוליך הפנימי. ציירו גרף של H כתלות ב-r והראו ש-H מקיים את תנאי השפה הדרושים.

ב. $\vec{B}$ בכל המרחב, כולל בתוך המוליך הפנימי. ציירו גרף של B כתלות ב-r והראו ש-B מקיים את תנאי השפה הדרושים.

ג. $\vec{M}$ בכל המרחב, כולל בתוך המוליך הפנימי. ציירו גרף של M כתלות ב-r והראו ש-$\vec{M}$ מקיים את תנאי השפה הדרושים.

5) קבל עם חומר דיאלקטרי חלקי



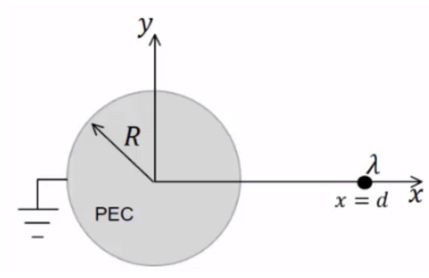
קבל לוחות מורכב משני לוחות במרחק d. הפוטנציאל על הלוח התחתון הוא אפס והפוטנציאל על הלוח העליון הוא V. בתוך הקבל ישנו חומר דיאלקטרי עם מקדם דיאלקטרי $\varepsilon_r = 3$ ובעובי $0.7d$. החומר מונח על הלוח התחתון וממלא את כל שטחו.

הזניחו אפקטים של הקצוות ומצאו את:

א. פונקציית השדה החשמלי ופונקציית הפוטנציאל בתוך הקבל.

ב. התפלגות המטען החופשי והקשור במערכת.

6) תיל טעון מול גליל מוארק



נתון גליל אינסופי העשוי מוליך מושלם (PEC) בעל רדיוס R. נקבע את ראשית הצירים במרכז הגליל ואת ציר ה-z לאורך ציר הסימטריה של הגליל. מחוץ לגליל ובמרחק d על ציר ה-x החיובי ישנו תיל אינסופי עם צפיפות מטען λ (ראה איור).

הנח כי הגליל מוארק בנקודה: $(-R,0)=(x,y)$

וכן המקדמים הם: ε_0, μ_0 בכל המרחב.

א. מצא את מיקום צפיפות המטען המשוקפת $-\lambda$ הנחוצה לבעיה השקולה ואת תחום השקילות. קבע את הנקודה: $(x,y)=(0,R)$ על ציר ה- y כנקודת ייחוס לפוטנציאלים. יש להראות פיתוח מלא של התוצאה.

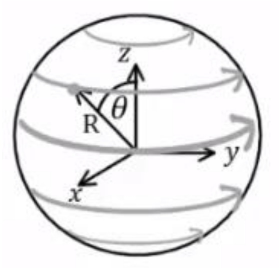
ב. מצא את הפוטנציאל והשדה החשמלי בכל המרחב.

ג. מצא את צפיפות המטען המושרה ואת סך כל המטען המושרה ליחידת אורך בחתך הגליל.

ד. כעת נתון כי: $d >> R$, מצא את צפיפות המטען המושרה על הגליל בקירוב סדר ראשון.

ה. בתנאי של סעיף ד', נתון כי קו המטענים נע במהירות איטית כך שמיקומו הינו: $(x,y)=(d(t),0)$. מצא את כל סוגי צפיפות המקורות המושרים בקירוב הקוואזיסטטי ואת התנאי על פרמטרי הבעיה לנכונות הקירוב הקוואזיסטטי.

7) צפיפות זרם משטחית על כדור מגנטי



נתונה צפיפות זרם משטחית המפולגת על גבי פני כדור בעל רדיוס R שמרכזו בראשית הצירים: $\vec{k}(\varphi,\theta)=k_0\sin(2\theta)\hat{\varphi}$.

הנח שהמקדמים הם: ε_0,μ_0 בכל המרחב.

א. רשום ביטוי אינטגרלי לשדה המגנטי על ציר ה- z (אין צורך לפתור את האינטגרל אך יש לפשט ככל הניתן).

כעת נתון כי בנפח הכדור יש חומר מגנטי לינארי עם מקדם פרמהביליות יחסית μ_r ומקדם דיאלקטרי ε_0.

ב. הוכח כי קיים פוטנציאל סקלרי לשדה המגנטי ורשום את המשוואה הדיפרנציאלית של הפוטנציאל ואת כל תנאי השפה הנחוצים להגדרת הבעיה.

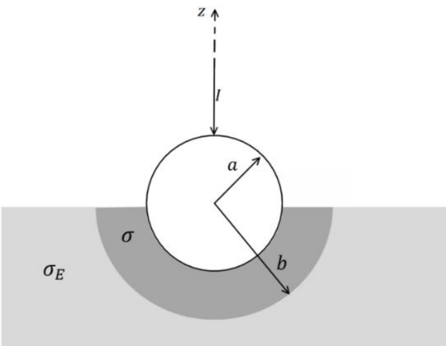
ג. חשב את הפוטנציאל המגנטי הסקלרי בכל המרחב.

כעת מוסיפים דיפול חשמלי בראשית הצירים בעל מומנט דיפול: $\vec{p}=p_0\hat{z}$.

ד. חשב את הוקטור פוינטינג עבור נקודה על ציר x בתוך הכדור. מה המשמעות הפיזיקלית של תשובתך?

8) הארקה דרך כדור שקוע בקרקע

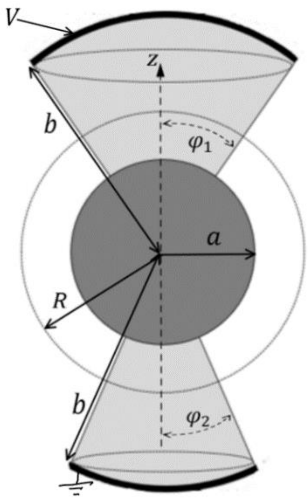
הארקה מחוברת לקרקע באופן הבא.
חוט מוביל זרם I לתוך כדור מוליך מושלם ברדיוס a. הכדור שקוע בקרקע עד קו המשווה שלו. סמוך לשפת הכדור נוצרת שכבה שעוביה $a - b$ בעלת מוליכות σ.
המוליכות של האדמה היא σ_E.



א. רשמו את תנאי השפה לפוטנציאל האלקטרוסטטי באדמה ובשכבה מסביב לכדור.
ב. חשבו את פונקציית הפוטנציאל באזורים הנ"ל.
ג. מצאו את ההתנגדות של האדמה כולל השכבה.
ד. מהי צפיפות הזרם המשטחית על שפת הכדור (מעל המשווה ומתחת)?

9) כדור ושתי גזרות

המבנה באיור עשוי מהחלקים הבאים:
גזרה כדורית עליונה
בתחום: $0 \le \theta \le 2\pi$, $0 \le \varphi \le \varphi_1$,
$a \le r \le b$ העשויה מחומר בעל מוליכות σ.
כדור מרכזי ברדיוס a עשוי מוליך מושלם
וגזרה כדורית תחתונה
בתחום: $0 \le \theta \le 2\pi$ $a \le r \le b$,$0 \le \varphi \le \varphi_2$,
בעלת מוליכות σ גם כן.
על פני הגזרה העליונה מונח משטח כדורי עשוי מוליך מושלם ברדיוס $r = b$ המחובר לפוטנציאל V.
באותו האופן מונח משטח כדורי על פני הגזרה התחתונה עשוי מוליך מושלם ומוארק.
המשטחים מתוארים בקו העבה באיור.

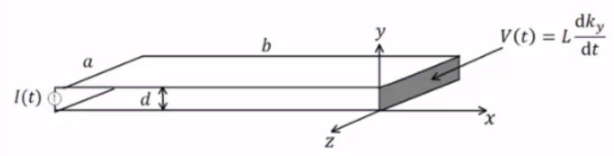


א. הניחו כי צפיפויות הזרם הנפחיות בגזרה העליונה והתחתונה הן: $\vec{J}_1$ ו-$\vec{J}_2$ ורשמו את חוק שימור המטען, בצורתו האינטגרלית, על מעטפת כדורית ברדיוס R (מסומנת במקווקו באיור).
ב. הראו כי בתוך המוליכים הסופיים הפוטנציאל מקיים את משוואת לאפלס ורשמו את תנאי השפה לפוטנציאל.
ג. מצאו את הפוטנציאל וחשבו את השדה החשמלי בתוך המבנה ואת צפיפות הזרם המתאימה.
ד. השתמשו בחוק אמפר האינטגרלי וחשבו את $\vec{H}$ בגזרה העליונה.
הניחו כי השדה בכיוון $\hat{\theta}$ בלבד.
ה. הראו כי משפט פויינטינג מתקיים בגזרה העליונה.

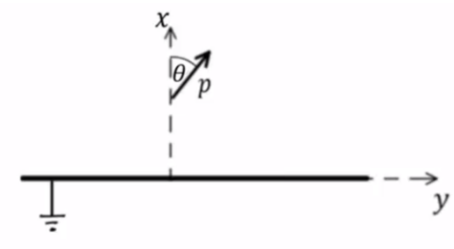
10) שני לוחות ומקור זרם

נתון התקן העשוי משני לוחות מוליכים אידיאליים בגודל $a\times b$ ומרחק d ביניהם.
בצד אחד של הלוחות ישנו מקור זרם המספק זרם: $I(t)=I_0\sin(\omega t)$.
בצד השני הלוחות מחוברים על יד דופן בעלת תכונות השראתיות כך שעל הדופן
מתקיים: $V(t)=L\frac{dk_y}{dt}$. נתון כי על פני המקור אין תיקונים לזרם מסדר גבוה.
כמו כן: $b>>a>>d$ וניתן להניח שהשדות מחוץ להתקן מתאפסים.

א. חשב את השדות מסדר אפס בתוך ההתקן.
ב. חשב את התיקונים מסדר ראשון לשדות.
ג. מהי צפיפות המטען המשטחית על פני הלוח התחתון?
ד. חשב את התיקון מסדר שני לצפיפות הזרם המשטחית בלוח התחתון.
ה. השווה את $k^{(2)}$ ל- $k^{(0)}$ ותן תנאי לנכונות הקירוב הקוויסטטי
(ניתן להניח: $\frac{L}{\mu_0 d}>>b$).
ו. חשב את הווקטור פויינטינג בהתקן עד סדר ראשון.
ז. הראה כי משפט פויינטינג בצורתו הדיפרנציאלית מתקיים בתוך ההתקן עד סדר ראשון.



11) דיפולים בזווית מעל מישור מוארק



דיפול חשמלי p מונח במרחק a מעל מישור אינסופי העשוי מוליך מושלם ומוארק.
המישור נמצא על מישור yz והדיפול נמצא בזווית θ ביחס לציר ה- x.

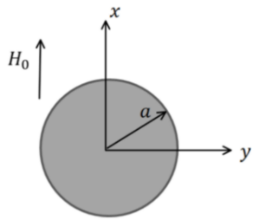
א. מהו דיפול השיקוף?
ב. מהו השדה שיוצר דיפול השיקוף במיקום של הדיפול הנתון?
ג. מהו מומנט הכוח שפועל על הדיפול הנתון?
ד. חשבו את העבודה שצריך להשקיע כוח חיצוני על מנת לסובב את הדיפול מזווית $\theta=0$ לזווית θ כלשהי. רמז: העבודה של מומנט כוח היא: $W=\int\tau d\theta$.
ה. מהם מצבי שיווי המשקל? מי מתוכם יציבים ומי לא יציבים?
ו. חזור על סעיפים א עד ה עבור דיפול מגנטי.

12) קיטוביות מגנטית של גליל מול מישורים מוארקים

גליל אינסופי עשוי מוליך מושלם נמצא בשדה אחיד: $\vec{H} = H_0\hat{x}$.

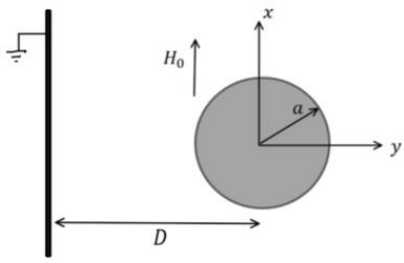
ציר הגליל הוא לאורך ציר z באיור.

א. מצאו את השדה המגנטי בכל המרחב וחשבו ממנו את הקיטוביות המגנטית α_m של הגליל.



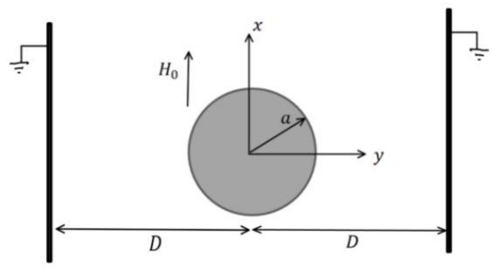
כעת מניחים ליד הגליל מישור אינסופי מוליך מושלם ומוארק כך שהמרחק בין המישור לגליל הוא D כאשר $D >> a$.

חשבו את הקיטוביות המגנטית המתוקנת של הגליל המוגדרת על ידי $\tilde{\alpha}_m = \frac{m}{H_0}$.

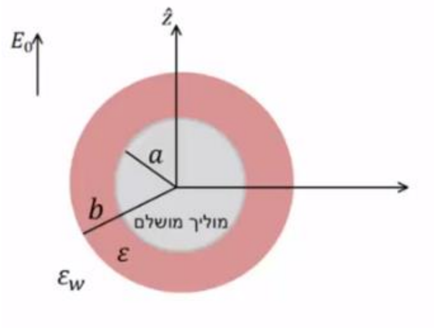


כעת מניחים מצידו השני של הגליל מישור נוסף זהה באותו המרחק.

ב. חשבו שוב את הקיטוביות המתוקנת במקרה זה.



13) שכבת הסוואה בתוך מים



המערכת הבאה צריכה להסוות מכשיר חשמלי בתוך מים. נניח כי המכשיר הוא כדור מוליך מושלם ניטרלי ברדיוס a. מקיפים את הכדור בשכבה בעובי $b-a$ העשויה מחומר דיאלקטרי בעל מקדם ε. המקדם הדיאלקטרי של מים הוא ε_W. בשביל לבדוק את יעילות ההסוואה שמים את המערכת בתוך שדה אחיד $E_0\hat{z}$.

א. רשום את תנאי השפה לפונקציות הפוטנציאל במרחב.
ב. חשב את הפוטנציאל והשדה החשמלי בכל המרחב.
ג. מה צריך להיות רדיוס השכבה b כך שמחוץ לשכבה השדה החשמלי יישאר ללא שינוי $E_0\hat{z}$.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{P}=\dfrac{\alpha\varepsilon_0\omega B_0\hat{r}}{2\pi\left(1+\dfrac{\alpha}{r}\right)}$.

ב. $\sigma_b(a)=-\dfrac{\alpha\varepsilon_0\omega B_0}{2\pi\left(1+\dfrac{\alpha}{a}\right)}$, $\sigma_b(b)=\dfrac{\alpha\varepsilon_0\omega B_0}{2\pi\left(1+\dfrac{\alpha}{b}\right)}$, $\rho_b=-\dfrac{\varepsilon_0\alpha\omega}{2\pi}\dfrac{r+2\alpha}{(r+\alpha)^2}$.

ג. $\dfrac{Q_b}{l}=\varepsilon_0\alpha\omega B_0\left(a+\dfrac{\alpha^2}{a+\alpha}-b-\dfrac{\alpha^2}{b+\alpha}\right)$, $\dfrac{Q_b}{l}=\alpha\varepsilon_0\omega B_0\left(\dfrac{b}{1+\dfrac{\alpha}{b}}-\dfrac{a}{1+\dfrac{\alpha}{a}}\right)$.

2) א. $U=\dfrac{Q^2}{16\pi a\varepsilon_0\varepsilon_r}$.

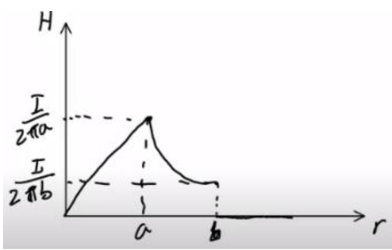
ב. $B_z=\dfrac{\mu_0 Q\omega}{12\pi\varepsilon_r a}$, $\vec{A}_T=0$.

3) א. $\vec{A}=\begin{cases}\dfrac{B_0 r}{2}\sin(\omega t+\alpha)\hat{\theta} & r<R\\ \dfrac{B_0R^2}{2r}\sin(\omega t+\alpha)\hat{\theta} & r>R\end{cases}$.

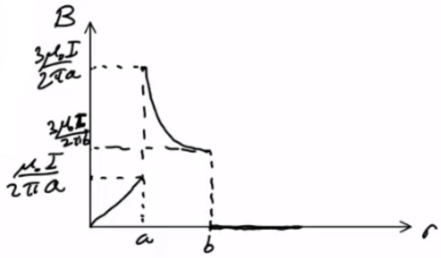
ב. $\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho r}{2\varepsilon_0}\hat{r}-\dfrac{B_0 r\omega}{2}\cos(\omega t+\alpha)\hat{\theta}\\ \dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}\hat{r}-\dfrac{B_0R^2\omega}{2r}\cos(\omega t+\alpha)\hat{\theta}\end{cases}$.

ג. $\vec{k}=|\vec{k}|\cdot\hat{k}=-\dfrac{B_0}{\mu_0}\sin(\omega t+\alpha)\hat{\theta}$.

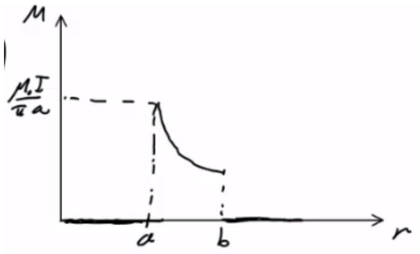
4) א. $\vec{H}=\begin{cases}\dfrac{Ir}{2\pi a^2}\hat{\theta} & r<a\\ \dfrac{I}{2\pi r}\hat{\theta} & a<r<b\\ 0 & b<r\end{cases}$, גרף:



ב. $\vec{B}=\begin{cases}\dfrac{\mu_0 Ir}{2\pi a^2}\hat{\theta} & a<r\\ \dfrac{3\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\theta} & a<r<b\\ 0 & b<r\end{cases}$, גרף:



ג. $\vec{M}=\begin{cases}0 & r<a\\ \frac{\mu_0 I}{\pi r}\hat{\theta} & a<r<b\\ 0 & b<r\end{cases}$, גרף :



5) א. $\vec{E}=\begin{cases}-\frac{V}{1.6d}\hat{z} & z<0.7d\\ -\frac{3V}{1.6d}\hat{z} & 0.7d<z<d\end{cases}$, $\varphi=\begin{cases}-\frac{V}{1.6d}z & z<0.7d\\ \frac{3V}{1.6d}z-0.875V & 0.7d<z<d\end{cases}$.

ב. $\sigma_b=\frac{\varepsilon_0 V}{0.8d}$, $\sigma_{free}=-1.875\frac{\varepsilon_0 V}{d}$.

6) א. $b_2=\frac{R^2}{d}$. ב. $\varphi=\begin{cases}0 & r<R\\ k\lambda\ln\left(\frac{r^2+b^2-2rb\cos\theta}{r^2+d^2-2rd\cos\theta}\cdot\frac{R^2+d^2}{R^2+b^2}\right) & r>R\end{cases}$.

$$\vec{E}=-k\lambda\left(\frac{1(2r-2b\cos\theta)}{r^2+b^2-2rb\cos\theta}-\frac{1\cdot(2r-2rd\cos\theta)}{r^2+d^2-2rd\cos\theta}\right)\hat{r}-$$
$$\frac{k\lambda}{r}\left(\frac{1\cdot(2rb\sin\theta)}{r^2+b^2-2rb\cos\theta}-\frac{2rd\sin\theta}{r^2+d^2-2rd\cos}\right)\hat{\theta}$$

ג. $\eta=\frac{\lambda}{2\pi R}\frac{R^2-d^2}{R^2-2dR\cos+d^2}$. ד. $k_\theta=-\frac{Ru\lambda}{\pi d^2}\sin\theta$.

7) א. $\vec{B}=\mu_0 R^3 k_0\hat{z}\int_1^{-1}\frac{-dx\cdot x(1-x^2)}{z^2+R^2-2zRx}$. ב. $\theta_m(r=0)<\infty$, $\theta_m(r=\infty)<\infty$,

$+\frac{\partial\phi_{m2}}{2r}l_R=\mu_r\left(+\frac{\partial\phi_{m1}}{2r}l_R\right)$, $-\frac{1}{R}\frac{\partial\phi_{m2}}{2\theta}l_R+\frac{1}{R}\frac{\partial\phi_{m1}}{2\theta}l_R=k_0\sin 2\theta$, $0\le\varphi\le 2\pi$, $0\le\theta\le\pi$.

ג. $\phi_{m2}(r,\theta)=\frac{\mu_r R^4 k_0}{9+6\mu_r}r^{-3}(3\cos(2\theta)+1)$, $\phi_{m1}(r,\theta)=-\frac{k_0 r^2}{R(6+4\mu_r)}(3\cos(2\theta)+1)$.

ד. $\vec{H}=\frac{p_0 k_0\hat{y}}{\pi\varepsilon_0 R(6+4\mu_r)x^2}$.

8) א. ראה סרטון.

ב. $\phi_2=\frac{I}{2\pi\sigma_E r}$, $A_1=\frac{I}{2\pi b}\left(\frac{1}{\sigma_E}+\frac{1}{\sigma}\right)$, $\phi_1=A_1+\frac{I}{2\pi\sigma r}$.

ג. $R=\frac{1}{2\pi b}\left(\frac{1}{\sigma_E}-\frac{1}{\sigma}\right)+\frac{1}{2\pi a\sigma}$.   ד. $K_\varphi=\frac{I}{2\pi a}\left(\frac{\cos\varphi+1}{\sin\varphi}\right)$.

9) א. $J_{1_r}\left(1-\cos\varphi_1\right)=-J_{2_r}\left(1-\cos\varphi_2\right)$.   ב. ראה סרטון.

ג. $\phi_2=A_2+\frac{B_2}{r}$, $\phi_1=A_1+\frac{B_1}{r}$, $B_1=-\frac{abKV}{(b-a)(1-K)}$, $A_1=V-\frac{aKV}{(b-a)(1-K)}$,

$K=\frac{1-\cos\varphi_2}{1-\cos\varphi_1}$, $B_2=\frac{abV}{(b-a)(1-K)}$, $A_2=-\frac{aV}{(b-a)(1-K)}$.

ד. $\vec{H}=\frac{\sigma B_1}{r}\frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi}\hat{\theta}$.

10) א. $\vec{E}^{(0)}=0$, $\vec{H}^{(0)}=-k\hat{z}=-\frac{I}{a}\hat{z}$.   ב. $\mathrm{H}^{(1)}=0$, $E_y^{(1)}=\mu_0\frac{\dot{I}}{a}\left(x+\frac{L}{\mu_0 d}\right)$.

ג. $\eta^{(1)}=\varepsilon_0\mu_0\frac{\dot{I}}{a}\left(x+\frac{L}{\mu_0 d}\right)$.   ד. $K_x^{(2)}=-\frac{\varepsilon_0\mu_0\ddot{I}}{a}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{Lx}{\mu_0 d}+\frac{Lb}{\mu_0 d}-\frac{b^2}{2}\right)$.

ה. $\lambda>>\frac{L}{\mu_0 d}$.   ו. $\vec{S}=\frac{\mu_0\dot{I}I}{Q^2}\left(x+\frac{L}{\mu_0 d}\right)(-\hat{x})$ ז. הוכחה.

11) א. $\vec{P}=P\left(\cos\theta\hat{x}-\sin\theta\hat{y}\right)$.   ב. $\vec{E}=\frac{kP\left(2\cos\theta\hat{x}+\sin\theta\hat{y}\right)}{(2a)^3}$.

ג. $\vec{\tau}=\frac{-kP^2\sin2\theta}{16a^3}\hat{z}$.   ד. $w=\frac{kP^2}{32a^3}\left(\cos2\theta-1\right)$.

ה. $\theta=0$: יציב , $\theta=\frac{\pi}{2}$: לא יציב , $\theta=\pi$: יציב , $\theta=\frac{3\pi}{2}$: לא יציב.

ו.א. $\vec{m}=m\left(\sin\theta\hat{y}-\cos\theta\hat{x}\right)$.   ו.ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0 m}{4\pi}\frac{\left(-2\cos\theta\hat{x}-\sin\theta\hat{y}\right)}{8a^3}$.

ו.ג. $\vec{\tau}=\frac{\mu_0 m^2\sin2\theta\hat{z}}{64\pi a^3}$.   ו.ד. $w=\frac{\mu_0 m^2}{128\pi a^3}\left(1-\cos2\theta\right)$.

ו.ה. $\theta=0$: לא יציב , $\theta=\frac{\pi}{2}$: יציב , $\theta=\pi$: לא יציב , $\theta=\frac{3\pi}{2}$: יציב.

12) א. $\alpha_m=-2\pi a^2$, $H_0\hat{x}+\frac{2\pi\left(H_0a^2\right)\left(\cos\theta\hat{r}+\sin\theta\hat{\theta}\right)}{2\pi r^2}$.

ב. $\tilde{\alpha}_m=\frac{-2\pi a^2}{1-\frac{a^2}{4D^2}}$.   ג. $\tilde{\alpha}_m=\frac{-2\pi a^2}{1-\frac{\pi^2a^2}{12D^2}}$.

13) א. $\theta_2(a)=C=0$, $\theta_2(b)=\theta_3(b)$, $\varepsilon\frac{\partial\theta_2}{\partial r}l_b=\varepsilon w\cdot\frac{\partial\theta_3}{\partial r}l_b$, $\theta_3(r\to\infty)=-E_0z=-Er\cos\varphi$.

ב. $B=\frac{E_0b^3\left(\left(b^3+2a^3\right)\varepsilon_r-\left(b^3-a\right)\right)}{2\left(b^3-a^3\right)+\left(b^3+2a^3\right)\varepsilon_r}$, $\tilde{A}=\frac{-3E_0b^3}{2\left(b^3-a^3\right)+\varepsilon_r\left(b^3+2a^3\right)}$, $\tilde{B}=-a^3\tilde{A}$, $\varepsilon_r=\frac{\varepsilon}{\varepsilon_w}$,

$E_0\frac{\left(\cos\varphi\hat{r}-\sin\varphi\hat{\varphi}\right)}{\hat{x}}+\frac{2B\cos\varphi\hat{r}+B\sin\varphi\hat{\varphi}}{r^3}$, $\vec{E}_2=-\vec{D}\phi_2=-\tilde{A}\hat{x}+\frac{2\tilde{B}\cos\varphi\hat{r}+\tilde{B}\sin\varphi\hat{\varphi}}{r^3}$.

ג. $b=a\left(\frac{1+2\varepsilon_r}{1-\varepsilon_r}\right)^{\frac{1}{3}}$.