

# מבוא מתמטי למהנדסים

פרק 35 - אינטגרלים כפולים בקואורדינטות קוטביות (פולריות)

תוכן העניינים

1. אינטגרלים כפולים בקואורדינטות קוטביות.....1

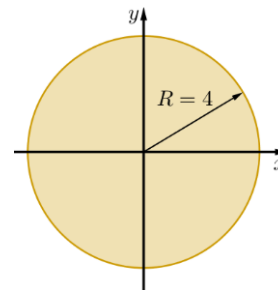
## אינטגרלים כפולים בקואורדינטות קוטביות (פולריות)

### שאלות

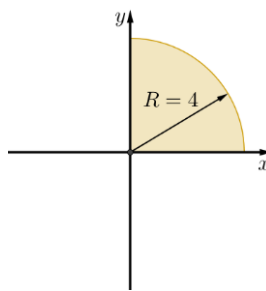
1) חשב  $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dA$ , כאשר  $D$  התחום המתואר בשרטוט.

\* בסעיף ט אל תחשב את האינטגרל המתקבל לאחר המעבר לקואורדינטות קוטביות.

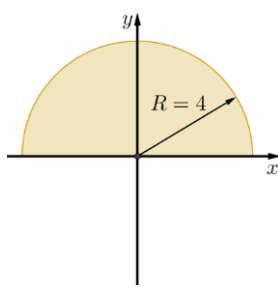
א.



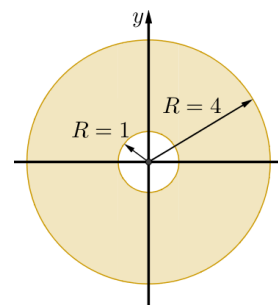
ב.



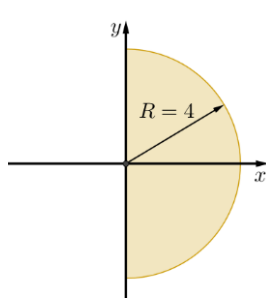
ג.



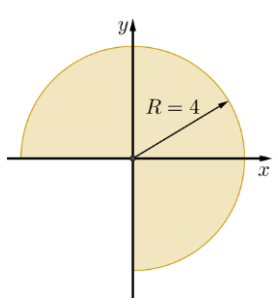
ד.



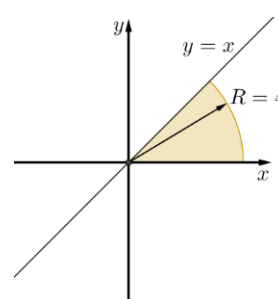
ה.



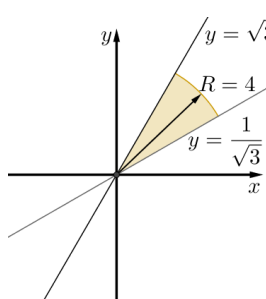
ו.



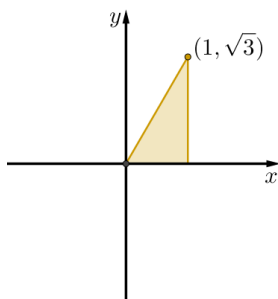
ז.



ח.



ט.



חשב את האינטגרלים בשאלות 2-17, תוך מעבר לקואורדינטות קוטביות:

$$\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} dy dx \quad (3)$$

$$\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy dx \quad (2)$$

$$\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} (x^2 + y^2) dx dy \quad (5)$$

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} (x^2 + y^2) dx dy \quad (4)$$

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} (x^2 + y^2) dx dy \quad (7)$$

$$\int_{-a}^a \int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} dy dx \quad (6)$$

$$\int_0^2 \int_0^x y dy dx \quad (9)$$

$$\int_0^6 \int_0^y x dx dy \quad (8)$$

$$\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^0 \frac{4\sqrt{x^2+y^2}}{1+x^2+y^2} dx dy \quad (11)$$

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 \frac{2}{1+\sqrt{x^2+y^2}} dy dx \quad (10)$$

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} e^{-(x^2+y^2)} dy dx \quad (13)$$

$$\int_0^{\ln 2} \int_0^{\sqrt{\ln^2 2 - y^2}} e^{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy \quad (12)$$

$$\int_0^2 \int_{-\sqrt{1-(y-1)^2}}^0 xy^2 dx dy \quad (15)$$

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{1-(x-1)^2}} \frac{x+y}{x^2+y^2} dy dx \quad (14)$$

$$\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{2}{(1+x^2+y^2)^2} dy dx \quad (17)$$

$$\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} \ln(x^2+y^2+1) dx dy \quad (16)$$

בשאלות 18-20 חשב את נפח הגוף המתואר:

(18) הגוף הכלוא בין פני הכדור  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  לבין הגליל  $x^2 + y^2 = 1$ .

(19) הגוף הכלוא בתוך הגליל  $x^2 + y^2 = 2y$ , בין החרוט  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  מלמעלה לבין המישור  $xy$  מלמטה.

(20) הגוף הכלוא בתוך הגליל  $x^2 + y^2 = x$ , בין הפרבולואיד  $z = 1 - x^2 - y^2$  מלמעלה לבין מישור  $xy$  מלמטה.

(21) חשב את שטח התחום החסום על ידי  $x^2 + y^2 = 2x$ ,  $y = 0$ ,  $y = x\sqrt{3}$ .

## תשובות סופיות

- (1) א.  $\frac{128\pi}{3}$     ב.  $\frac{32\pi}{3}$     ג.  $\frac{64\pi}{3}$     ד.  $42\pi$     ה.  $\frac{64\pi}{3}$
- ו.  $32\pi$     ז.  $\frac{16\pi}{3}$     ח.  $\frac{32\pi}{9}$     ט.  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_0^{\frac{1}{\cos\theta}} r^2 dr d\theta$
- (2) א.  $\frac{\pi}{2}$     ב.  $\pi$     ג.  $\frac{\pi}{8}$     ד.  $\frac{\pi}{2}$     ה.  $\frac{\pi}{2}$
- (3) א.  $\pi a^2$     ב.  $2\pi$     ג.  $\frac{4}{3}$     ד.  $36$     ה.  $\frac{4}{3}$
- (4) א.  $\pi \ln \frac{e}{2}$     ב.  $\pi(4-\pi)$     ג.  $\frac{\pi}{2} \ln \frac{4}{e}$     ד.  $\frac{\pi(e-1)}{4e}$     ה.  $\frac{\pi(e-1)}{4e}$
- (5) א.  $\frac{\pi}{2} + 1$     ב.  $-\frac{4}{5}$     ג.  $\pi \ln \frac{4}{e}$     ד.  $\pi$     ה.  $\pi$
- (6) א.  $\frac{(108-64\sqrt{2})\pi}{3}$     ב.  $\frac{32}{9}$     ג.  $\frac{5\pi}{32}$     ד.  $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}$     ה.  $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}$