

מבוא מתמטי למהנדסים

פרק 39 - אינטגרלים משולשים בקואורדינטות גליליות וכדוריות

תוכן העניינים

1. אינטגרלים משולשים בקואורדינטות גליליות וכדוריות.....1

אינטגרלים משולשים בקואורדינטות גליליות וכדוריות

שאלות

בשאלות 1-4 חשב את האינטגרלים המשולשים:

$$\int_0^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{-(x^2+y^2)}^{x^2+y^2} 21xy^2 dz dy dx \quad (1)$$

$$\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^1 dz dy dx \quad (2)$$

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \int_{-\sqrt{4-x^2-y^2}}^{\sqrt{4-x^2-y^2}} dz dy dx \quad (3)$$

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_0^{\sqrt{4-x^2-y^2}} z \sqrt{x^2+y^2+z^2} dz dy dx \quad (4)$$

(5) גוף כלוא בגליל $x^2 + y^2 = 9$, בין המישור xy מלמטה, לבין מחצית פני הכדור $z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$ מלמעלה. חשב את נפח הגוף ואת המרכז שלו.

(6) חשב את הנפח ואת המרכז של גוף החסום על ידי פני הכדור $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ מלמעלה, ועל ידי החרוט $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ מלמטה.

(7) מצא את הנפח של התחום מעל המישור xy , החסום על ידי הפרבולואיד $z = x^2 + y^2$ והגליל $x^2 + y^2 = a^2$.

תשובות סופיות

$$4 \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$\frac{24\pi - 32}{9} \quad (3)$$

$$\frac{32\pi}{5} \quad (4)$$

$$(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (0, 0, 1107 / 488), \quad V = \frac{122}{3} \pi \quad (5)$$

$$(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (0, 0, 1.5 / (2 - \sqrt{2})), \quad V = \frac{64}{3} \pi (2 - \sqrt{2}) \quad (6)$$

$$\frac{\pi}{2} a^4 \quad (7)$$