

מכניקה לתלמידי ביולוגיה 77148

פרק 21 - גוף קשיח -

תוכן העניינים

1. הגדרות, ציר סיבוב ותנע קווי (ללא ספר)
2. תנע זוויתי של גוף קשיח 1
3. אנרגיה סיבובית של גוף קשיח 3
4. ניתוח לפי כוחות ומומנטים וגלגול ללא החלקה 5
5. גלגול עם החלקה 7

תנע זוויתי של גוף קשיח:

שאלות:



(1) כדור מתנגש בדיסקה

דיסקה בעלת מסה M ורדיוס R מחוברת באמצעות ציר העובר במרכזה לשולחן אופקי חסר חיכוך. כדור פלסטלינה בעל מסה m נע במהירות V_0 לעבר הדיסקה. הכדור פוגע בדיסקה משמאלה, ובמרחק d ממרכזה. הכדור נדבק לדיסקה ושניהם מתחילים להסתובב יחדיו (סביב הציר במרכז הדיסקה). הדיסקה נמצאת במנוחה לפני הפגיעה וכוח הכובד אינו משפיע על הגופים (המערכת אופקית). מצא את המהירות הזוויתית בה יסתובבו הגופים לאחר הפגיעה.



(2) אדם קופץ מדיסקה

נתונה דיסקה בעלת רדיוס R המסתובבת סביב מרכזה במהירות זוויתית קבועה ω . בקצה הדיסקה עומד איש נקודתי ומסתובב ביחד עם הדיסקה. ברגע מסוים האיש קופץ מהדיסקה ונתון כי מהירותו מיד לאחר הקפיצה היא V_0 בכיוון הראדיאלי, ביחס לקרקע. מצא את המהירות הזוויתית של הדיסקה לאחר הקפיצה אם נתונים מסת האיש m ומסת הדיסקה M .



(3) דוגמה - תנע זוויתי של תנועה משולבת

נתון מוט בעל אורך L ומסה M . המרחק בין הקצה התחתון של המוט עד ראשית הצירים הוא d . המוט מסתובב בכיוון השעון מסביב לראשית. חשב את התנע הזוויתי.

(4) שלושה כדורים



שלושה כדורים זהים בעלי מסה m נמצאים בפינותיו של משולש שווה צלעות. הכדורים מחוברים באמצעות שלושה מוטות חסרי מסה ואורך L (צלעות המשולש).
 א. חשב את מיקום מרכז המסה של המערכת.
 כעת, נתון כי הגוף מסתובב במהירות זוויתית ω נתונה, סביב מרכז המסה שלו. ברגע מסוים, כאשר הגוף נמצא במצב המתואר בצור, הכדור התחתון ניתק מהגוף.
 ב. מצא את מהירות הכדור שניתק לאחר הניתוק.
 ג. מצא את מהירות מרכז המסה של החלק הנותר.
 ד. מצא את המהירות הזוויתית של החלק הנותר סביב מרכז המסה שלו.

5) מסמר נועץ דיסקה מסתובבת

דיסקה ברדיוס R ומסה m מונחת על שולחן אופקי במנוחה. מסובבים את הדיסקה במהירות זוויתית ω סביב מרכז המסה של (סביב ציר z). מסמר נופל מהשמים ופוגע בקצה של הדיסקה ונועץ אותה לשולחן.

א. מהי המהירות הזוויתית של הדיסקה סביב המסמר לאחר הנעיצה?
 ב. ענו שוב על השאלה רק הפעם הניחו שבנוסף לסיבוב, מרכז המסה של הדיסקה נע במהירות v לפי הנעיצה.

תשובות סופיות:

$$\omega = \frac{mv_0 d}{I} \quad (1)$$

$$\omega' = \frac{\left(\frac{1}{2}M + m\right)\omega_0}{\frac{1}{2}M} \quad (2)$$

$$\left(\frac{L}{2} + d\right)^2 M \omega + I_{c.m.} \omega_{c.m.} = L \quad (3)$$

$$v_{1,2,c.m.} = \frac{1}{2} \omega R \hat{x} \quad \text{ג.} \quad v_3 = -\omega R \hat{x} \quad \text{ב.} \quad y_{c.m.} = \frac{1}{2\sqrt{3}}, \quad x_{c.m.} = \frac{L}{2} \quad \text{א.} \quad (4)$$

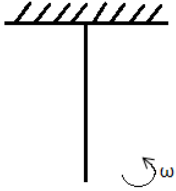
$$I_{1,2,3} \omega = m |v_3| R + 2m v_{1,2} y_{c.m.} + 2m \left(\frac{1}{2}L\right)^2 \quad \text{ד.}$$

$$\frac{1}{3} \left(\omega + \frac{v}{R}\right) \quad \text{ב.} \quad \frac{1}{3} \omega \quad \text{א.} \quad (5)$$

אנרגיה סיבובית של גוף קשיח:

שאלות:

(1) מוט מסתובב



מוט באורך L ומסה M מחובר לתקרה באמצעות ציר ויכול להסתובב. למוט מהירות זוויתית התחלתית ω . מהי הזווית המקסימאלית אליה יגיע המוט?

(2) דיסקה מחוברת למוט נופלת ממצב אנכי



גוף קשיח מורכב ממוט בעל אורך L ומסה M המחובר בקצה אחד לדיסקה מלאה בעלת מסה m המפולגת באופן אחיד ורדיוס R . בקצה השני, המוט מחובר לציר אופקי.

המוט חופשי להסתובב סביב הציר (כלומר הגוף יכול לעשות סיבוב אנכי סביב הציר). הגוף מתחיל מהמצב המתואר באיור (מצב אנכי לא יציב) ומקבל דחיפה קטנה לתוך הדף. מה תהיה המהירות הזוויתית של הגוף כאשר יגיע לנקודה הנמוכה ביותר?

(3) כדור פוגע במוט שתלוי מהתקרה (כולל תנז)



כדור בעל מסה m פוגע במוט שתלוי מהתקרה במרחק x מציר הסיבוב של המוט. המוט בעל אורך L ובעל מסה M . מהירותו ההתחלתית של הכדור היא u_0 והוא מתנגש פלסטית עם המוט.

א. מהי המהירות הזוויתית של המערכת מיד לאחר ההתנגשות?

ב. מהי הזווית המקסימלית אליה יגיע המוט?

ג. מצא x כך שהכוח שמפעילה התקרה על המוט יתאפס.

(4) מסה מתנגשת בשתי מסות המחוברות במוט (כולל תנז)



שני גופים נקודתיים בעלי מסה M כל אחד מחוברים בשני קצותיו של מוט דק חסר מסה באורך l . המערכת נמצאת במנוחה על גבי משטח אופקי חלק לאורך ציר y .

כדור נוסף שמסתו m פוגע במוט במאונך למוט ובמרחק d ממרכז המוט. מהירות הכדור הנוסף היא v וההתנגשות עם המוט היא אלסטית.

מה צריכה להיות מהירותו של הכדור הנוסף, כך שישאר במנוחה לאחר ההתנגשות.

תשובות סופיות:

$$\cos \theta = 1 - \frac{L\omega_0^2}{3g} \quad (1)$$

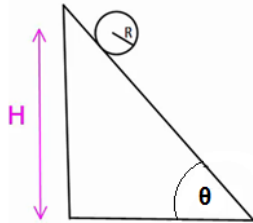
$$\omega = \sqrt{\frac{2MgL + 2mg(L+R)}{\frac{ML}{3} + \frac{1}{4}mR^2 + m(L+R)^2}} \quad (2)$$

$$\mu_0 = M \frac{L}{r} + mx \quad \lambda \quad mgh' = \frac{1}{2} I \omega^2 - mgx_{c.m.} \quad \beta \quad \omega = \frac{mv_0 x}{mx^2 + \frac{ML^2}{3}} \quad \alpha \quad (3)$$

$$m = \frac{2M}{1 + \frac{4d^2}{l^2}} \quad (4)$$

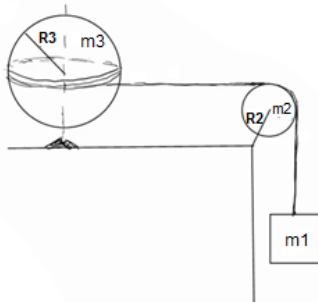
ניתוח לפי כוחות ומומנטים וגלגול ללא החלקה:

שאלות:



1) דוגמה - כדור על מדרון משופע

- כדור בעל רדיוס R מונח בגובה H על מדרון משופע בעל זווית α . הכדור מתחיל להתגלגל ללא החלקה.
- א. מצאו את מהירות הכדור בתחתית המדרון.
- ב. מצאו את תאוצת הכדור.



2) גלובוס

- גלובוס (כדור) מונח ומקובע לשולחן ויכול להסתובב סביב ציר המאונך לשולחן.
- מלפפים חוט סביב מרכז הגלובוס (סביב קו המשווה) והחוט ממשיך מהגלובוס דרך גלגלת לא אידיאלית למסה תלויה m_1 .
- נתונים גם: m_2 ו- R_2 מסה ורדיוס הגלגלת, m_3 ו- R_3 מסה ורדיוס הגלובוס.
- המערכת מתחילה ממנוחה.
- מצא את תאוצת כל הגופים, קווית וזוויתית ואת המתיחות בחוט.



3) יויו במישור מחובר למסה

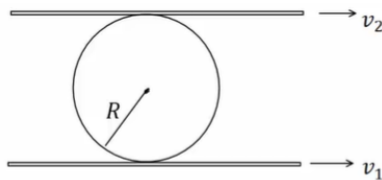
- יויו (כדור שמלופף סביבו חוט) בעל מסה m_2 ורדיוס R מונח על מישור משופע בעל זווית θ .
- החוט של היויו מחובר דרך גלגלת אידיאלית למסה m_1 .
- נתון כי היויו מתגלגל ללא החלקה על המישור וכי קיים חיכוך בין היויו למישור.
- א. מצא לאן תנוע המערכת וכיוון החיכוך הסטטי.
- ב. מצא את תאוצות הגופים וגודל כוח החיכוך.

4) מוט אופקי נופל

מוט בעל מסה M (צפיפות אחידה) ואורך L תלוי בקצהו לקיר וחופשי להסתובב סביב נקודת התלייה. משחררים את המוט ממצב מופקי.



- מצא את התאוצה הזוויתית ואת תאוצת מרכז המסה של המוט ברגע השחרור. כעת המוט נופל עד להגיעו למצב מאונך לקרקע.
- מצא את הכוח שמפעיל הציר שמחבר את המוט לקיר על המוט, ברגע השחרור.
- מצא את המהירות הזוויתית של המוט ברגע זה (כשהוא מאונך לקרקע).
- חזור על סעיפים א' ו-ב' עבור רגע זה.

5) משטח מלמעלה ומשטח מלמטה

כדור בעל רדיוס R לחוץ בין שני משטחים נעים. המשטח מתחת לכדור נע במהירות v_1 והמשטח מעליו נע במהירות v_2 .

- מהי מהירות מרכז המסה של הכדור אם ידוע שהוא מתגלגל ללא החלקה ביחס לשני המשטחים?
- חזור על סעיף א' אם המשטח העליון נע בכיוון ההפוך.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } mgH = \frac{1}{2} m v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} m R^2 \right) \left(\frac{v_{c.m.}}{R} \right)^2 \quad \text{ב. } a = \frac{5}{7} g \sin \theta$$

$$(2) \quad \text{ראה סרטון.}$$

$$(3) \quad \text{ראה סרטון.}$$

$$(4) \quad \text{א. } a_{c.m.} = \frac{3}{4} g = a_y, a_x = a_r = 0, \alpha = \frac{3}{2} \frac{g}{L} \quad \text{ב. } \sum F_y = m a_{y_{c.m.}}, \sum F_x = m a_{x_{c.m.}}$$

$$\text{ג. } mg \frac{L}{2} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$\text{ד. } \sum F_y = m a_{y_{c.m.}}, \sum F_x = m a_{x_{c.m.}}, a_\theta = 0 = a_{x_{c.m.}}, a_y = a_r = -\omega^2 \frac{L}{2}, \alpha = 0$$

$$(5) \quad \text{א. } v_{c.m.} = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad \text{ב. } v_{c.m.} = \frac{v_1 - v_2}{2}$$

גלגול עם החלקה:

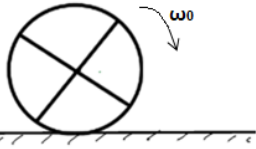
שאלות:



(1) כדור מחליק ללא סיבוב

כדור הומוגני בעל מסה M מתחיל תנועתו עם מהירות V_0 ללא סיבוב (מהירות זוויתית).

מצא את מהירותו הסופית אם נתון מקדם החיכוך הקינטי.



(2) כדור מסתובב מונח על רצפה

כדור הומוגני בעל מסה M מוחזק באוויר ומסתובב סביב מרכז המסה שלו במהירות זוויתית ω_0 .

הכדור מונח על הרצפה בעודו מסתובב.

מצא את מהירותו הסופית אם נתון מקדם החיכוך הקינטי μ_k .

תשובות סופיות:

$$V_{\text{final}} = \frac{5}{7} V_0 \quad (1)$$

$$V_{\text{final}} = \frac{2}{7} \omega_0 R \quad (2)$$