

# שדות אלקטרומגנטיים

פרק 6 - גלים אלקטרו-מגנטיים - מישוריים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים.....1

## הרצאות ותרגילים:

### שאלות:

- (1) דוגמה - חישוב כל הגדלים הבסיסיים  
 השדה החשמלי של גל א"מ המתקדם בחומר לא מגנטי נתון בביטוי  
 הבא:  $\vec{E} = 4\pi \cos(10^9 t - 6x) \hat{y} \frac{mV}{m}$ .  
 א. מהו התדר של הגל ומהו אורך הגל?  
 ב. מהו מקדם השבירה והקבוע הדיאלקטרי של החומר?  
 ג. מהו  $\vec{H}$  ומהו וקטור פוינטינג הממוצע?
- (2) דוגמה 2- חישוב כל הגדלים  
 השדה:  $\vec{H} = H_0 e^{i(2\pi x - 6\pi y - 10^8 \pi t)} \cdot \frac{3\hat{x} + \hat{y}}{\sqrt{10}}$ . מתפשט בתווך לא מגנטי.  
 מצאו את:  
 א. וקטור הגל ואורך הגל.  
 ב. תדר הגל.  
 ג. מהירות הגל בתווך ומקדם השבירה.  
 ד. המקדם הדיאלקטרי והעכבה.  
 ה. השדה החשמלי.
- (3) דוגמה - קיטוב לינארי ומעגלי  
 מצאו את הקיטוב של השדה במקרים הבאים.  
 עבור קיטוב לינארי רשמו את כיוון הקיטוב וזווית הקיטוב.  
 א.  $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{x} + 3E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{y}$ .  
 ב.  $\vec{E} = E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right) \hat{x} + E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{y}$ .  
 ג.  $\vec{E} = E_0 \cos(kz + \omega t) \hat{x} + E_0 \cos\left(kz + \omega t + \frac{\pi}{2}\right) \hat{y}$ .  
 ד.  $\vec{H} = H_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right) \hat{x} + H_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right) \hat{y}$ .

**4 דוגמה - קיטובים אליפטיים וערכים מקסימאליים**

מצאו את הקיטוב של הגלים הבאים.  
 אם הקיטוב אליפטי, מצאו את הערך המקסימאלי של השדה החשמלי ואת זווית ההטיה של הציר הראשי של האליפסה.

א.  $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{x} + 2E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{y}$

ב.  $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{x} + 2E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right) \hat{y}$

ג.  $\vec{E} = E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{4}\right) \hat{x} + E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{y}$

ד.  $\vec{E} = E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{4}\right) \hat{x} + \frac{1}{2}E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{y}$

**5 קיטוב אליפטי הוא סכום של קיטובים מעגליים**

הוכיחו כי ניתן לייצג גל בעל קיטוב אליפטי בעזרת סכום של גל בעל קיטוב מעגלי ימני וגל בעל קיטוב מעגלי שמאלי.

**6 קיטוב מעגלי כסכום של קיטובים אליפטיים**

הוכיחו כי גל בעל קיטוב מעגלי הינו סופרפוזיציה של שני גלים בעלי קיטוב אליפטי בכיוונים הפוכים.

**7 דוגמה - גל פוגע בזווית במים**

גל אלקטרומגנטי מישורי נע באוויר (ריק) ופוגע בזווית בפני המים. הקבוע הדיאלקטרי של מי ים הוא בערך 80. (הניחו שהמים מתנהגים כמבודד).

א. מצאו את זווית ברוסטר עבור גל בקיטוב מקבילי.

גל המקוטב אנכית פוגע בפני המים בזווית שחישבתם בסעיף א.

ב. מהי זווית ההעברה של הגל?

ג. מה הם מקדמי ההעברה והחזרה?

**8 דוגמה - גלי סונר ורדיו מתפשטים במים**

גל אלקטרומגנטי בעל קיטוב לינארי מתפשט בתוך מי ים.

המוליכות הסגולית של מי ים היא:  $\sigma \approx 4 \frac{1}{\Omega \cdot m}$  והמקדם הדיאלקטרי היחסי

הוא:  $\epsilon_r \approx 80$ . הניחו כי הגל מתפשט בכיוון z וכי האמפליטודה של השדה

החשמלי היא:  $E_0$ .

מצאו את הגדלים הבאים עבור גלי רדיו:  $f = 10^7 \text{ Hz}$ , ועבור גלי סונר:  $f = 10^3 \text{ Hz}$ .

א. עומק החדירה, אורך הגל, ומהירות הגל.

ב. השדה החשמלי ו- $\vec{H}$ .

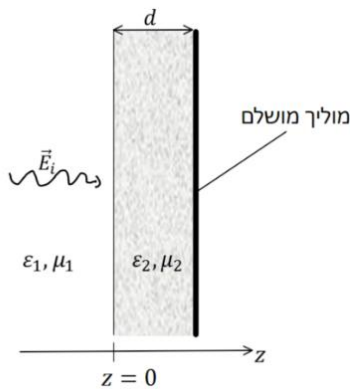
ג. הוקטור פוינטינג.

ד. כמות יחסית של אנרגיה הנקלטת בצוללת בעומק של 15 מטר מתחת לפני המים.

**9) ציפוי כסף למיקרוגל**

מיקרוגל פועל בתדרים של  $10^{10} Hz$ . על מנת שקרינה לא תצא מהמיקרו יש לעטוף אותו בשכבת מתכת (כלוב פארדיי).  
העריכו מה צריכה להיות עובי השכבה כך שלא תהיה יציאה של קרינה מהמיקרו אם המתכת היא כסף.  
למה לדעתכם לא משתמשים בכסף ליצירה של שכבת הגנה במיקרו?  
ההתנגדות הסגולית של כסף היא:  $\rho = 1.59 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ ,  $\mu_r \approx \epsilon_r \approx 1$ .

**10) שכבת חומר דיאלקטרי ליד מוליך מושלם**



גל הנע בתווך דיאלקטרי בעל  $\epsilon_1, \mu_1$  פוגע בניצב לשכבה בעובי  $d$  עם  $\epsilon_2, \mu_2$  ומוחזר ממוליך מושלם הנמצא בקצה השכבה, ראו איור.  
השדה החשמלי של הגל נתון

לפי:  $\vec{E}_i(z, t) = E_{i0} \hat{x} \cos \omega \left( \frac{z}{u} - t \right)$   
מצאו את:

א.  $\vec{E}_r(z, t)$

ב.  $\vec{E}_1(z, t)$

ג.  $\langle S_1 \rangle$

ד. העובי  $d$  עבורו לא ניתן יהיה לזהות את השכבה.

**11) גל עובר דרך פיסת נחושת**

גל אלקטרומגנטי מישורי בתדירות  $10 MHz$  עם אמפליטודה  $E_{i0}$

פוגע בניצב לפיסת נחושת ( $\sigma = 5.80 \cdot 10^7 \frac{S}{m}$ ) דקה

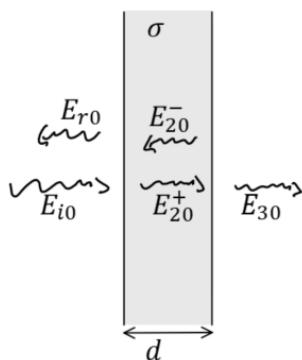
מישורית בעובי  $d$  השווה לעומק החדירה.

הזניחו החזרות מסדר שני ומעלה וחשבו את:

א. האמפליטודות של כל שאר

הגלים:  $E_{r0}, E_{20}^+, E_{20}^-, E_{30}$  כתלות ב- $E_{i0}$ .

ב.  $\frac{\langle S_3 \rangle}{\langle S_{1i} \rangle}$



**12 חישוב כל הגדלים**

השדה החשמלי של גל מישורי הנע בתווך הומוגני נתון לפי הביטוי:  $\vec{E} = \cos(z + 2\pi \cdot 10^7 t) \hat{y}$  ביחידות של וולט למטר.

א. מהו תדר הגל (בהרץ)?

ב. מהו כיוון התקדמות הגל?

ג. מהו אורך הגל?

בהנחה כי  $\mu = \mu_0$  מצאו את המקדם הדיאלקטרי היחסי של החומר.

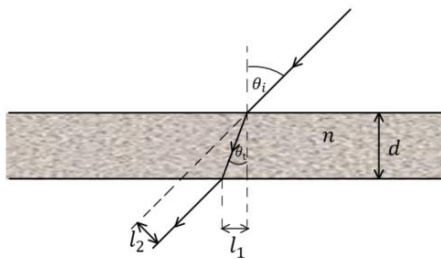
רשמו ביטוי ל- $\vec{H}$ .

ד. רשמו ביטוי לווקטור פוינטנג הממוצע בזמן.

**13 ציירו קיטוב אליפטי**

ציירו את אליפסת הפולריזציה (האליפסה אותה "מצייר" קצהו של ווקטור השדה החשמלי במישור המאונך לכיוון התקדמות הגל כאשר הצופה מודד אותו

לאורך זמן בנקודה קבועה) עבור הגל:  $\vec{E} = (5i\hat{x} - \hat{y})e^{-i(\pi z + \omega t)}$

**14 חישוב הזזה לטרלית (חוק סנל)**

קרן אור נעה באוויר ופוגעת בזווית  $\theta_i$

בחומר שקוף בעובי  $d$  בעל אינדקס

שבירה  $n$ .

א. מצאו את זווית ההעברה.

ב. מצאו את המרחק של נקודת היציאה  $l_1$ .

ג. מצאו את ההזזה הטרלית (המרחק  $l_2$  באיור).

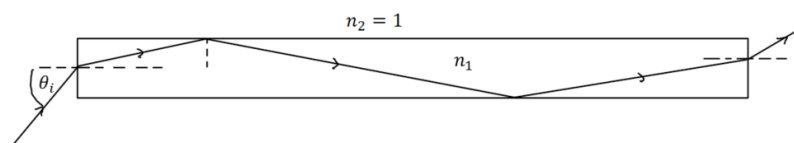
**15 גל א"מ לא יוצא מסיב אופטי**

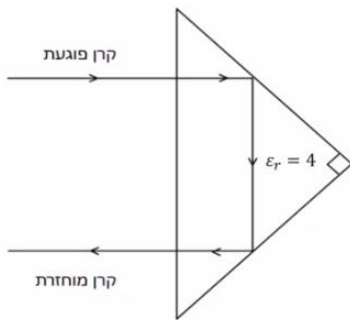
סיב אופטי ישר עשוי מחומר דיאלקטרי שקוף בעל אינדקס שבירה  $n_1$ .

גל אלקטרו מגנטי נכנס בצידו האחד של הסיב בזווית  $\theta_i$  ופוגע בדפנות של הסיב במהלך ההתקדמות.

מהו  $n_1$  המינימלי כך שהגל לא יצא מהסיב עד אשר יגיע לקצה השני ללא תלות

בזווית הפגיעה  $\theta_i$ .



**16) אור מוחזר מפריזמה משולשת**

אור נכנס ומוחזר מפריזמה משולשת העשויה זכוכית. מסלול קרן האור מתואר באיור. מהו אחוז עוצמת האור של הקרן המוחזרת. הניחו  $\epsilon_r = 4$  עבור זכוכית. הפריזה היא משולש שווה שוקיים וישר זווית.

**17) פגיעה ישרה במוליך מושלם**

גל הנע באוויר (ריק) בכיוון ציר  $z$  פוגע פגיעה ישירה במוליך מושלם (שפת המוליך היא מישור  $xy$ ). אמפליטודת השדה החשמלי של הגל היא:  $6 \frac{V}{m}$  והתדירות היא:  $100 \text{ MHz}$ .

א. מצאו את השדה החשמלי ואת  $H$  של הגל הפוגע והגל המוחזר.  
 ב. רשמו ביטוי לשדה החשמלי הכולל.  
 ציינו במפורש מה גודל השדה הנמדד כתלות בזמן ובמרחב.  
 ג. מצאו את המיקום הכי קרוב למוליך שבו השדה החשמלי מתאפס.

**18) גל מקוטב מעגלית פוגע במוליך מושלם**

השדה החשמלי של גל מישורי הנע באוויר נתון לפי:  $\vec{E}(z) = E_{i0}(\hat{x} - i\hat{y})e^{ikz}$ . הגל פוגע פגיעה ישרה במוליך מושלם כך ששפת המוליך היא במישור  $z = 0$ .

א. מהו סוג הקיטוב של הגל? במקרה של קיטוב מעגלי או אליפטי ציינו גם אם הקיטוב ימני או שמאלי.  
 ב. מצאו את הקיטוב של הגל המוחזר.  
 ג. מהו הזרם המושרה במוליך?  
 ד. רשמו ביטוי מפורש לשדה החשמלי הנמדד כתלות במרחב ובזמן.

**19) גל פוגע בזווית במוליך מושלם**

גל מישורי בתדירות  $\omega$  נע באוויר (ריק) ופוגע בזווית במוליך מושלם. זווית הפגיעה היא  $\theta_i$  וקיטוב הגל מאונך למישור הפגיעה. אמפליטודת השדה החשמלי היא  $E_{i0}$ .

א. מצאו את הזרם על שפת המוליך כתלות בזמן ובמרחב.  
 ב. מצאו את הממוצע בזמן של הוקטור פוינטינג.

**(20) גל פוגע בזווית במוליך מושלם קיטוב מקבילי**

השדה החשמלי של גל מישורי הנע באוויר נתון

$$\vec{E}_i(x, z) = 10e^{i(6x+8z)} \hat{y} \frac{V}{m}$$

הגל פוגע במוליך מושלם ששפתו היא במישור  $z = 0$ .

- מהם אורך הגל והתדירות?
- רשמו ביטוי עבור השדה החשמלי ו- $H$  הנמדדים כתלות בזמן ובמרחב.
- מהי זווית הפגיעה?
- מצאו את השדה החשמלי ואת  $H$  של הגל המוחזר.
- רשמו את השדה החשמלי ואת  $H$  השקולים באוויר.

**(21) גל פוגע בזווית במוליך מושלם קיטוב אנכי**

השדה החשמלי של גל מישורי הנע באוויר נתון

$$\vec{E}_i(x, z) = 5(\hat{y} + \sqrt{3}\hat{z})e^{-i6(\sqrt{3}y-z)} \frac{V}{m}$$

הגל פוגע במוליך מושלם ששפתו היא במישור  $z = 0$ .

- מהם אורך הגל והתדירות?
- רשמו ביטוי עבור השדה החשמלי ו- $H$  הנמדדים כתלות בזמן ובמרחב.
- מהי זווית הפגיעה?
- מצאו את השדה החשמלי ואת  $H$  של הגל המוחזר.
- רשמו את השדה החשמלי ואת  $H$  השקולים באוויר.

**(22) גלי רדיו בנחושת**

מצאו את אורך הגל ומהירות הפאזה של גל רדיו בתדר של 1MHz המתפשט בנחושת. השוו לתוצאה המתקבלת באוויר (או ריק).

$$\mu_r \approx \epsilon_r \approx 1 \text{ ו- } 59.6 \cdot 10^6 (\Omega \cdot m)^{-1}$$

**(23) כמה עמוק חודרת קרינת הפלאפון למח**

המוליכות של עצם הגולגולת היא בערך:  $0.15 \frac{S}{m}$  ( $S = \text{siemens} = \frac{1}{\Omega}$ ) והמקדם

הדיאלקטרי הוא בערך 12. עבור רקמת המוח עצמה המוליכות היא בקירוב  $1 \frac{S}{m}$

והמקדם הדיאלקטרי הוא בקירוב 50 (קרוב למים).

העריכו את עומק החדירה של קרינת ה-4g המשודרת בתדרים בסביבות ה-1GHz.

מה יהיה השינוי בעומק החדירה עבור קרינת ה-5g המשודרת בתדרים של

כ-30GHz (בפועל התוצאה נמוכה פי 10 כי המקדם הדיאלקטרי והמוליכות גם

משתנים עם שינוי התדר).

**24) גל פוגע בזווית במי ים**

גל בעל תדירות של  $10 \text{ kHz}$  המקוטב במקביל למישור הפגיעה נע באוויר ופוגע בזווית בשפה של המים באוקיינוס.

זווית הפגיעה היא:  $88^\circ$ ,  $\epsilon_r = 80$ ,  $\mu_r = 1$  ו-  $\sigma = 4 \frac{\text{S}}{\text{m}}$ .

א. מצאו את זווית ההעברה.

ב. מצאו את מקדם ההעברה  $\tau_{||}$ .

ג. את היחס  $\frac{\langle s_t \rangle}{\langle s_i \rangle}$  על השפה ( $s$ ) הוא הממוצע בזמן).

ד. ואת המרחק שבו עוצמת השדה יורדת ב-30dB (דציבל).

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad n = 1.8, \varepsilon_r = 3.24 \quad \text{ב.} \quad f = 1.59 \cdot 10^8 \text{ Hz}, \lambda = \frac{\pi}{3} m \quad \text{א.}$$

$$\vec{H} = 6 \cdot 10^{-5} \cos(6x - 10^9 t) z \frac{A}{m}, \vec{S}_{Avg} = 12\pi \cdot 10^{-8} \hat{x} \quad \text{ג.}$$

$$(2) \quad f = 5 \cdot 10^7 \text{ Hz} \quad \text{ב.} \quad \vec{K} = 2\pi(1, -3, 0), \lambda = \frac{1}{\sqrt{10}} m \quad \text{א.}$$

$$\varepsilon_r = 360, \eta = 2\pi \cdot \sqrt{10} \quad \text{ד.} \quad u = 5 \cdot \sqrt{10} \cdot 10^6 \frac{m}{\text{sec}}, n = 18.97 \quad \text{ג.}$$

$$\vec{E}(x, y, t) = -2\pi \cdot \sqrt{10} \cdot H_0 e^{i(2\pi x - 6\pi y - 10^8 \pi t)} \hat{z} \quad \text{ה.}$$

$$(3) \quad \text{א. קיטוב ליניארי, } \theta = 72^\circ, \hat{n} = \frac{1}{\sqrt{10}}(1, 3) \quad \text{ב. קיטוב מעגלי שמאלי.}$$

$$\text{ג. קיטוב מעגלי ימני.} \quad \text{ד. קיטוב ליניארי, } \theta = -45^\circ, \hat{n} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1)$$

$$(4) \quad \text{א. קיטוב ליניארי, } \theta = 26.6^\circ, \hat{n} = \frac{(1, 2)}{\sqrt{5}}$$

$$\text{ב. קיטוב אליפטי, } \theta = \frac{\pi}{2}, E_{\max} = 2E_0$$

$$\text{ג. קיטוב אליפטי, } \theta = 45^\circ, E_{\max} = 1.7E_0$$

$$\text{ד. קיטוב אליפטי, } \theta = 21.7^\circ, E_{\max} = 1.27E_0$$

(5) הוכחה.

(6) הוכחה.

$$(7) \quad \theta_B = 84^\circ \quad \text{א.} \quad \theta_i = 6.4^\circ \quad \text{ב.} \quad \tau^\perp = 0.025, \Gamma^\perp = -0.975 \quad \text{ג.}$$

$$(8) \quad \text{א. רדיו: } d = 0.08m, \lambda = 0.5m, u = 5 \cdot 10^6 \frac{m}{\text{sec}}$$

$$\text{סונר: } d = 8m, \lambda = 50m, u = 5 \cdot 10^4 \frac{m}{\text{sec}}$$

$$\text{ב. רדיו: } \vec{E} = E_0 e^{-\frac{7}{0.08} z} e^{i(4\pi z - 2\pi \cdot 10^7 t)} \hat{x}, \vec{H} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} E_0 e^{-\frac{7}{0.08} z} e^{i(4\pi z - 2\pi \cdot 10^7 t + \frac{\pi}{4})} \hat{y}$$

$$\text{סונר: } \vec{E} = E_0 e^{-\frac{7}{8} z} e^{i(4\pi \cdot 10^{-2} z - 2\pi \cdot 10^3 t)} \hat{x}, \vec{H} = \frac{100}{\sqrt{2\pi}} E_0 e^{-\frac{7}{8} z} e^{i(4\pi \cdot 10^2 z - 2\pi \cdot 10^3 t + \frac{\pi}{4})} \hat{y}$$

$$\text{ג. רדיו: } \vec{S} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} E_0^2 e^{-\frac{z}{0.04}} \hat{z} \quad \text{סונר: } \vec{S} = \frac{100}{\sqrt{2\pi}} E_0^2 e^{-\frac{z}{4}} \hat{z}$$

ד. רדיו: 0.0%

סונר: 2.35%



$$\vec{J}_s(y, t) = \frac{E_{i0}}{60\pi} \cos \theta_i \cos \left( \frac{\omega}{c} \sin \theta_i y - \omega t \right) \hat{x} \quad \text{א. (19)}$$

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{-E_{i0}^2}{30\pi} \sin \theta_i \sin^2 \left( \frac{\omega}{c} \cos \theta_i z \right) \hat{y} \quad \text{ב.}$$

$$\lambda = \frac{\pi}{5} m, \quad f = \frac{3}{2\pi} \cdot 10^9 \text{ Hz} \quad \text{א. (20)}$$

$$\vec{E}_i(x, z, t) = 10 \cos(6x + 8z - 3 \cdot 10^9 t) \hat{y}, \quad \vec{H}_i(x, z, t) = \frac{3\hat{z} - 4\hat{x}}{60\pi} \cos(6x + 8z - 3 \cdot 10^9 t) \quad \text{ב.}$$

$$\theta_i = 36.9^\circ \quad \text{ג.}$$

$$\vec{E}_r(x, z, t) = -10 \cos(6x - 8z - 3 \cdot 10^9 t) \hat{y}, \quad \vec{H}_r(x, z, t) = \frac{-3\hat{z} - 4\hat{x}}{60\pi} \cos(6x - 8z - 3 \cdot 10^9 t) \quad \text{ד.}$$

$$\vec{E}_1(x, z, t) = -20 \sin(8z) \sin(6x - 3 \cdot 10^9 t) \hat{y} \quad \text{ה.}$$

$$\vec{H}_1(x, z, t) = \frac{1}{30\pi} \left( -3 \sin(8z) \sin(6x - 3 \cdot 10^9 t) \hat{z} - 4 \cos(8z) \cos(6x - 3 \cdot 10^9 t) \hat{x} \right)$$

$$\lambda = \frac{\pi}{6} m, \quad f = \frac{1.8}{\pi} \cdot 10^9 \text{ Hz} \quad \text{א. (21)}$$

$$\vec{E}_i = 5(\hat{y} + \sqrt{3}\hat{z}) \cos(6\sqrt{3}y - 6z + 3.6 \cdot 10^9 t), \quad \vec{H}_i = -\frac{\hat{x}}{12\pi} \cos(6\sqrt{3}y + 6z + 3.6 \cdot 10^9 t) \quad \text{ב.}$$

$$\theta = 60^\circ \quad \text{ג.}$$

$$\vec{E}_r = 5(-\hat{y} + \sqrt{3}\hat{z}) \cos(6\sqrt{3}y + 6z + 3.6 \cdot 10^9 t), \quad \vec{H}_r = -\frac{\hat{x}}{12} \cos(6\sqrt{3}y + 6z + 3.6 \cdot 10^9 t) \quad \text{ד.}$$

$$\vec{E}_1 = 10(\sin(6z) \sin(6\sqrt{3}y + 3.6 \cdot 10^9 t) \hat{y}) + \sqrt{3} \cos(6z) \cos(6\sqrt{3}y + 3.6 \cdot 10^9 t) \hat{z} \quad \text{ה.}$$

$$\vec{H}_1 = -\frac{\hat{x}}{12\pi} \cos(6z) \cos(6\sqrt{3}y + 3.6 \cdot 10^9 t) \hat{z}$$

$$\lambda = 4.1 \cdot 10^{-4} m, \quad u = 410 \frac{m}{\text{sec}} \approx 10^{-5} c \quad \text{ב. (22)}$$

$$d = 4 \text{ cm} \quad \text{עבור ה-5g הבדל. (23)}$$

$$\frac{\langle S_t \rangle}{\langle S_i \rangle} = 1.03 \cdot 10^{-3} \quad \text{ג.}$$

$$\tau'' = 7.37 \cdot 10^{-4} e^{-i \cdot 0.778} \quad \text{ב.}$$

$$\theta_i = 0.03^\circ \quad \text{א. (24)}$$

$$8.69 m \quad \text{ד.}$$