מתמטיקה לחשבונאים ב

פרק 11 - דטרמיננטות

תוכן העניינים

דטרמיננטות

שאלות

בשאלות **1-5** חשב את הדטרמיננטה על ידי הורדת סדר (פיתוח לפי שורה/עמודה):

1) א. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ ב. $\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -7 & 3 \end{vmatrix}$ ג. $\begin{vmatrix} 4 & -1.5 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$

2) א. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 8 \\ 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$ ב. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ ג. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}$

3) א. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ ב. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 5 \\ -2 & 0 & -6 & 0 \\ 5 & 3 & -7 & 4 \\ 2 & 0 & 5 & 44 \end{vmatrix}$ ג. $\begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 & 5 \\ 1 & 7 & 2 & 4 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -1 & 1 \end{vmatrix}$

4) $\begin{vmatrix} 1 & 9 & 8 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & -5 & 0 & 2 \\ 2 & -4 & 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 7 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

5) $\begin{vmatrix} 4 & 0 & 7 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ -7 & 2 & 1 & 5 & 9 \\ 3 & 0 & 4 & 2 & -1 \\ -5 & 0 & -8 & -3 & 2 \end{vmatrix}$

בשאלות **6-7** חשב את הדטרמיננטה של המטריצות על ידי דירוג.

6) א. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ -2 & -5 & 7 & 4 \\ 3 & 5 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ ב. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & 2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & -3 \\ -1 & -2 & -1 & -1 \end{vmatrix}$ ג. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & 8 & 5 \\ 3 & -1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$

7) א. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 & 0 & -2 \\ 1 & 5 & -5 & -1 & -8 \\ -2 & -6 & 2 & 3 & 9 \\ 3 & 7 & -3 & 8 & -7 \\ 3 & 5 & 5 & 2 & 7 \end{vmatrix}$ ב. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & -2 \\ 3 & 4 & -5 & -1 & -8 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 2 & 7 \end{vmatrix}$

ג. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 & 0 & -2 \\ 1 & 5 & -5 & -1 & -8 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 7 \end{vmatrix}$

בשאלות **8-10** חשב את הדטרמיננטה על ידי שילוב של הורדת סדר ודירוג:

8) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & -3 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & -3 \\ -6 & 0 & -4 & 9 \\ 6 & 15 & -7 & -2 \end{vmatrix}$

9) $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 3 & 0 \\ 5 & 4 & 6 & 6 \\ 3 & 4 & 7 & 3 \end{vmatrix}$

10) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 & 1 \\ 6 & 12 & 10 & 3 \\ 6 & -2 & -4 & 0 \\ -6 & 7 & 7 & 0 \end{vmatrix}$

בשאלות **11-12** הראה, ללא חישוב, שהדטרמיננטה של המטריצות שווה אפס:

11) א. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 7 & 0 & 12 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ ב. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 5 & 7 & 9 \end{vmatrix}$ ג. $\begin{vmatrix} 12 & 15 & 18 \\ 13 & 16 & 19 \\ 14 & 17 & 20 \end{vmatrix}$

12) א. $\begin{vmatrix} y+z & z+x & y+x \\ x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

ב. $\begin{vmatrix} a & a+x & a+y \\ b & b+x & b+y \\ c & c+x & c+y \end{vmatrix}$

ג. $\begin{vmatrix} \sin^2 x & \cos^2 x & 1 \\ \sin^2 y & \cos^2 y & 1 \\ \sin^2 z & \cos^2 1 & 1 \end{vmatrix}$

ד. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 4 & 5 & 0 & 1 & -12 \\ -14 & 4 & 1 & -4 & 1 & 8 & 4 \\ 3 & 5 & -2 & 0 & -4 & 1 & -3 \\ -4 & 2 & 1 & 1 & 0 & 6 & -6 \\ -21 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \\ 2 & -5 & 7 & -4 & 2.5 & -1 & -1.5 \\ -11 & 2 & -6 & 9 & -1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$

בשאלות **13-15** נתון כי: $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 4$.

חשב:

13) $\begin{vmatrix} a & g+d & 2d \\ b & h+e & 2e \\ c & i+f & 2f \end{vmatrix}$

14) $\begin{vmatrix} 2a-3d & 2d & g+4a \\ 2b-3e & 2e & h+4b \\ 2c-3f & 2f & i+4c \end{vmatrix}$

15) $\begin{vmatrix} 0 & g+3d & 3a & a+3d \\ 0 & h+3e & 3b & b+3e \\ 0 & i+3f & 3c & c+3f \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

16) הוכח כי: $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b)$.

17) הוכח כי: $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ 1 & y & y^2 & y^3 \\ 1 & z & z^2 & z^3 \\ 1 & t & t^2 & t^3 \end{vmatrix} = (y-x)(z-x)(t-x)(z-y)(t-y)(t-z)$.

18) חשב: $\det\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & k \\ 1 & 1 & 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & k & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 & 1 & 1 \\ k & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.

בכל אחת מהשאלות **19-25**, נתונה מטריצה ריבועית מסדר n.
חשב את הדטרמיננטה של המטריצה הנתונה:

19) $a_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j = 1 \\ 0 & i = j \neq 1 \\ j & i < j \\ -j & i > j \end{cases}$

20) $a_{ij} = \begin{cases} j & i = j+1 \\ n & i = 1, j = n \\ 0 & else \end{cases}$

21) $a_{ij} = \begin{cases} 1 & i + j = n+1 \\ 0 & else \end{cases}$

22) $a_{ij} = \begin{cases} a & i = j \\ b & else \end{cases}$

23) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & n \end{pmatrix}$

24) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 3 & 3 & \cdots & 3 \\ 1 & 3 & 6 & \cdots & 6 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 3 & 6 & \cdots & 3(n-1) \end{pmatrix}$

25) $a_{ij} = \begin{cases} a & i=j \\ b & i=j+1 \\ c & j=i+1 \\ 0 & else \end{cases}$

*** בשאלה 25**:

1. מצא נוסחת נסיגה עבור הדטרמיננטה.
2. הנח כי $a=3, \quad b=1, \quad c=2$, ומצא:

א. ביטוי סגור עבור הדטרמיננטה.

ב. את הדטרמיננטה, כאשר $n=20$.

26) חשב: $\begin{vmatrix} a & b & c & d & e \\ f & g & h & i & j \\ k & l & m & n & o \\ p & q & r & s & t \\ -a-1 & 3b & c-1 & d-x & e-y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b & c & d & e \\ f & g & h & i & j \\ k & l & m & n & o \\ p & q & r & s & t \\ 2a+1 & -2b & 1 & x & y \end{vmatrix}$.

בשאלות **27-28** נתון כי A ו-B מטריצות מסדר 3, $|A|=4, |B|=2$.
חשב:

27) א. $|ABA^{-1}B^T|$ ב. $|4A^2B^3|$

28) א. $|-A^{-2}B^TA^3|$ ב. $|-2A^2A^T adjB|$

29) נתון: $(PQ)^{-1}APQ=B$.
הוכח: $|A|=|B|$.

30) נתון: A ו-B מטריצות הפיכות מסדר 4, כך ש-$2AB+3I=0$, $|A|=2$.
חשב את $|B|$.

31) נתון: A ו- B מטריצות הפיכות מסדר 3, כך ש- $B^2-2A^{-1}=0$, $A+3B=0$.
חשב את $|A|, |B|$.

32) הוכח: 1. $|A^{-1}|=\frac{1}{|A|}$ 2. $\left|adj\left(A_{nxn}\right)\right|=|A|^{n-1}$.

33) נתון כי A מטריצה אנטי-סימטרית מסדר אי-זוגי.
הוכח ש- $|A|=0$.

34) נתון: A מטריצה מסדר n , $|A|=128$, $2AB=B^TA^2$, ו- B הפיכה.
מצא את n.

35) נתון: $\det\left(A_{nxn}\right)=2,\ \det\left(B_{nxn}\right)=\frac{1}{3}$.
חשב: $\det\left|\frac{1}{3}B^{-n}A^{2n}\right|$.

תשובות סופיות

1) א. $ad-bc$ ב. 29 ג. -1
2) א. -1 ב. -3 ג. -14
3) א. 24 ב. 234 ג. -300
4) 9
5) 6
6) א. 0 ב. 0 ג. 3
7) א. 24 ב. 44 ג. 104
8) 120
9) 114
10) 6
11) פתרונות באתר: www.GooL.co.il
12) פתרונות באתר.
13) -8
14) 16
15) 9
16) הוכחה.
17) הוכחה.
18) $(k-1)^4(k+4)$
19) $n!$
20) $(-1)^{n-1}n!$
21) $(-1)^{\frac{n(3n+1)}{2}}$
22) $(a-b)^{n-1}[a+(n-1)b]$
23) 1
24) $2\cdot 3^{n-2}$
25) 1. $D_n=aD_{n-1}-bcD_{n-2}$, $D_2=a^2-bc$, $D_3=a^3-2abc$

2. א. $D_n=2^{n+1}-1$ ב. $D_{20}=2^{21}-1$
26) 0
27) א. 4 ב. 2^{13}
28) א. -8 ב. -2^{11}
29) הוכחה.

30) $\frac{81}{32}$

31) $|A|=18, |B|=-2/3$

32) הוכחה.

33) הוכחה.

34) 7

35) 4^n

כלל קרמר

שאלות

בשאלות **1-3** פתור את מערכות המשוואות בעזרת כלל קרמר:

1) $$\begin{aligned} x+2y&=5\\ 3x+4y&=11 \end{aligned}$$

2) $$\begin{aligned} x+z&=3\\ 4x+y+8z&=21\\ 2x+3z&=8 \end{aligned}$$

3) $$\begin{aligned} x+2z+5t&=8\\ -2x-6y&=-8\\ 5x+3y-7z+4t&=5\\ 2x+5y+44z&=51 \end{aligned}$$

4) נתונה מערכת המשוואות:
$$\begin{aligned} kx+y+z+t+r&=1\\ x+ky+z+t+r&=1\\ x+y+kz+t+r&=1\\ x+y+z+kt+r&=1\\ x+y+z+t+kr&=1 \end{aligned}$$

א. עבור איזה ערך של k למערכת פתרון יחיד?

ב. עבור איזה ערך של k למערכת פתרון יחיד שבו $x=\frac{1}{2}$?

ג. האם קיים k עבורו למערכת פתרון יחיד שבו $x=\frac{1}{5}$?

ד. הוכח שאם למערכת פתרון יחיד, אז בהכרח מתקיים ש- $x=y=z=t=r$.

5) יהיו A,B מטריצות ממשיות מסדר $n\times n$.
עבור כל אחת מהטענות הבאות קבע האם היא נכונה או לא.

א. אם למערכת ההומוגנית $Ax=0$ קיים פתרון יחיד, אז ייתכן ש- $A^2=0$.

ב. אם למערכת ההומוגנית $\left(A^tA\right)x=0$ קיים פתרון יחיד, אז $|A|=0$.

ג. אם למערכת ההומוגנית $(AB)x=0$ קיים פתרון יחיד, אז ייתכן ש- $|A|=0$.

תשובות סופיות

1) $x=1,\ y=2$

2) $x=1,\ y=1,\ z=2$

3) $x=y=z=t=1$

4) א. $k\neq 1,\ k\neq -4$ ב. $k=-2$ ג. לא. ד. הוכחה.

5) א. לא נכונה. ב. לא נכונה. ג. לא נכונה.

מטריצה צמודה קלאסית ומטריצה הפוכה

שאלות

בשאלות **1-3** חשב את הצמודה הקלסית $adj(A)$, ובעזרתה את A^{-1} :

1) $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

2) $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

3) $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

4) נתון: $A=\begin{pmatrix} -9 & 26 & -1 & 14 & 10 \\ 13 & -7 & 87 & 4 & 0 \\ 71 & 35 & 3 & 0 & 0 \\ 17 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

א. חשב: $(adjA)_{1,5}$.

ב. חשב: $(A^{-1})_{1,5}$.

5) הוכח שאם $|A|=1$ וכל איברי A הם מספרים שלמים,
אזי כל איברי A^{-1} גם הם מספרים שלמים.

6) נתון ש-A מטריצה משולשית תחתונה והפיכה.
הוכח ש-A^{-1} משולשית תחתונה.

7) נתון ש-A הפיכה.
הוכח שגם $adj(A)$ וגם A^T הפיכות.

8) נתון: A,B הפיכות. C,D לא הפיכות.
האם המטריצות הבאות הפיכות:

א. $C+D$ ב. $A+B$ ג. AD ד. CD ה. AB

9) מצא את ערכי k עבור המטריצה הבאה לא הפיכה: $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 7 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3k & 0 & 0 \\ -7k^2 & 2 & 4k & k & 9+k \\ 3 & 0 & 4 & 2 & -1 \\ -5 & 0 & -8 & -3 & 2 \end{pmatrix}$.

10) ידוע ש- A,B מטריצות ריבועיות מאותו סדר ו- $B\neq 0$.
הוכח או הפרך כל אחת מהטענות הבאות:
א. אם $AB=0$, אז $A=0$.
ב. אם $|AB|=0$, אז $A=0$.
ג. אם $|AB|=0$, אז $|A|=0$.
ד. אם $AB=0$, אז $|A|=0$.

11) נתונות שתי מטריצות $B_{5\times 3}$, $A_{3\times 5}$.
הוכח או הפרך את הטענות הבאות:
א. $|AB|=|BA|$
ב. $adj(AB)\neq adj(BA)$

12) אם B מתקבלת ממטריצה $A_{3\times 3}$ על ידי כפל העמודה הראשונה ב-4,
אז $|adj(A)\cdot B|$ שווה ל:
א. $4^3|A|^3$
ב. $4^3|B|^3$
ג. $4|B|^3$
ד. $4|A|^3$

13) נתונה מטריצה ריבועית $A=(a_{ij})$ מסדר $n\geq 3$ המקיימת $a_{ij}=i+j-1$.
הוכח או הפרך כל אחת מהטענות הבאות:
א. $|A|=4$
ב. A הפיכה.
ג. $adj(A)=0$
ד. $|A|=0$

14) אם G היא הצורה המדורגת של מטריצה ריבועית A , אז:
א. בהכרח $\det(A)=\det(G)$ וגם $adj(A)=adj(G)$.
ב. בהכרח $\det(A)=\det(G)$, אך ייתכן ש $adj(A)\neq adj(G)$.
ג. ייתכן ש- $\det(A)\neq\det(G)$, אך בהכרח $adj(A)=adj(G)$.
ד. אף תשובה אינה נכונה.

15) תהי $A=\left(a_{ij}\right)$ מטריצה ריבועית מסדר $n\geq 2$, כך ש- $a_{ij}=\begin{cases} i & i=j \\ 1 & i\neq j \end{cases}$.

לכל $1\leq i,j\leq n$, אז בהכרח מתקיים:

א. $|A|=n!-1$

ב. A הפיכה.

ג. $adj\left(A\right)$ לא הפיכה.

ד. אם $n=4$, אז $|Adj(A)|>214$.

16) תהי A מטריצה ריבועית מסדר $n\geq 4$.
הוכח או הפרך כל אחת מהטענות הבאות:

א. אם $rank\left(A\right)=n-2$, אז בהכרח $adj\left(A\right)=0$.

ב. אם A אנטי-סימטרית, אז בהכרח $adj\left(A\right)$ אנטי-סימטרית.

ג. אם $adj\left(A\right)=0$, אז בהכרח $A=0$.

17) A מטריצה ריבועית, B מתקבלת מ- A ע"י הכפלת השורה הראשונה פי 4,
אז $adjB$ מתקבלת מ- $adjA$ ע"י:

א. הכפלת השורה הראשונה פי 4.

ב. הכפלת כל שורה פרט לראשונה פי 4.

ג. הכפלת העמודה הראשונה פי 4.

ד. הכפלת כל עמודה פרט לראשונה פי 4.

ה. אף תשובה אינה נכונה.

18) תהי A מטריצה ריבועית מסדר 5 המקיימת $|Adj\left((-1+i)A\right)|=i$.

חשב $|\det(A)|$.

19) נתון כי A מטריצה ריבועית מסדר n.
הוכח את הטענות הבאות:

א. A הפיכה $\Leftrightarrow$ $Adj(A)$ הפיכה.

ב. $Adj\left(A^{-1}\right)=\left(Adj(A)\right)^{-1}$

ג. $|Adj(A)|=|A|^{n-1}$

תשובות סופיות

1) $adj(A)=\begin{pmatrix}4 & -2\\ -3 & 1\end{pmatrix},\quad A^{-1}=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 1.5 & -0.5\end{pmatrix}$

2) $adj(A)=A^{-1}=\begin{pmatrix}8 & -1 & -3\\ -5 & 1 & 2\\ -10 & 1 & 4\end{pmatrix}$

3) $adj(A)=\begin{pmatrix}0 & 0 & -1 & 1\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 1 & -1\\ 1 & 0 & -1 & 0\end{pmatrix},\ A^{-1}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1 & -1\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & -1 & 1\\ -1 & 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$

4) א. 240 ב. 0.5

5) הוכחה.

6) הוכחה.

7) הוכחה.

8) א. לא ניתן לדעת. ב. לא ניתן לדעת. ג. לא הפיכה.
ד. לא הפיכה. ה. הפיכה.

9) אם ורק אם $k=0$.

10) הוכחה.

11) הוכחה.

12) ד

13) הוכחה.

14) ד

15) ד

16) הוכחה.

17) ד

18) $2^{\frac{-5}{2}}$

19) הוכחה.

שימושי הדטרמיננטה

שאלות

1) א. חשב את שטח המקבילית שקדקודיה:

1. $(0,0),(5,2),(6,5),(11,6)$
2. $(-1,0),(0,5),(1,-4),(2,1)$

ב. חשב את נפח המקבילון שקדקודיו: $(0,0,0),(1,0,-2),(1,2,4),(7,1,0)$.

ג. מצא משוואת מישור העובר דרך הנקודות: $(1,1,-1),\ (-1,3,1),\ (3,3,-2)$.

ד. חשב את שטח המשולש שקדקודיו: $(1,2),(3,4),(5,8)$.

<u>הערה</u>: בכל אחד מהסעיפים בתרגיל זה עליך להשתמש בדטרמיננטות.

תשובות סופיות

1) א.1. 13. א.2. 14 ב. 22 ג. $3x-y+4z+2=0$ ד. 2

תרגילי תיאוריה מתקדמים

שאלות

1) אם B מתקבלת ממטריצה A 3×3, ע"י כפל העמודה הראשונה ב-7,
אז $|adj(A)B|$ היא:

א. $|A|^3$

ב. $|B|^3$

ג. $|A||B|^2$

ד. $|A|^2|B|$

2) A,B מטריצות ריבועיות מאותו סדר, $B\neq0$, אז:

א. אם $AB=0$, אז $A=0$.

ב. אם $AB=0$, אז $|A|=0$.

ג. אם $|AB|=0$, אז $A=0$.

ד. אם $|AB|=0$, אז $|A|=0$.

ה. אף תשובה אינה נכונה.

3) B מטריצה 5×3, A מטריצה 3×5, אז בהכרח:

א. $\det(AB)=\det(BA)$

ב. $rank(AB)=rank(BA)$

ג. $rank(AB)\neq rank(BA)$

ד. $adj(AB)\neq adj(BA)$

ה. אף תשובה אינה נכונה.

4) A מטריצה ריבועית, B מתקבלת מ-A ע"י הכפלת השורה הראשונה פי 7,
אז $adjB$ מתקבלת מ-$adjA$ ע"י:

א. הכפלת השורה הראשונה פי 7.

ב. הכפלת כל שורה פרט לראשונה פי 7.

ג. הכפלת העמודה הראשונה פי 7.

ד. הכפלת כל עמודה פרט לראשונה פי 7.

ה. אף תשובה אינה נכונה.

5) יהיו A,B מטריצות ממשיות מסדר $n\times n$. אז בהכרח מתקיים:

א. אם למערכת ההומוגנית $(AB)x=0$ קיימים שני פתרונות שונים,
אז בהכרח $|A|=0$.

ב. אם קיים פתרון שונה מ-0 למערכת ההומוגנית $(AB)x=0$,
אז למערכת ההומוגנית $(BA)x=0$ קיים פתרון שונה מ-0.

ג. אם למערכת ההומוגנית $Ax=0$ קיים פתרון יחיד, אז ייתכן ש- $A^2=0$.

ד. אם למערכת ההומוגנית $(A^tA)x=0$ קיים פתרון יחיד,
אז השורות של A תלויות ליניארית.

ה. אף תשובה אינה נכונה.

6) תהיינה A,B מטריצות ריבועיות ממשיות מסדר $n\geq 4$. אזי בהכרח מתקיים:

א. אם $rank(A)=n-2$, אז בהכרח $adj(A)=0$.

ב. אם A אנטי-סימטרית, אז בהכרח $adj(A)$ אנטי-סימטרית.

ג. אם $adj(A)=0$, אז בהכרח $A=0$.

ד. אף תשובה אינה נכונה.

7) תהא $A=(a_{ij})$ מטריצה ריבועית מסדר $n\geq 3$, כך ש- $a_{ij}=i+j-1$.
אז בהכרח מתקיים:

א. $|A|=2$

ב. $|A|=0$

ג. עמודות A בלתי-תלויות ליניארית.

ד. $adj(A)=0$

ה. אף תשובה אינה נכונה.

8) תהא A מטריצה ריבועית מסדר 5, ונניח ש- $|adj((-1+i)A)|=i$,
אז **הערך המוחלט של הדטרמיננטה** שווה ל:

א. $\sqrt[4]{2}$

ב. $-3i$

ג. 0

ד. $\dfrac{\sqrt{2}}{8}$

ה. אף תשובה אינה נכונה.

9) נניח A,B מטריצות מסדר גודל $n\times n$ המקיימות $A^2-2AB=I_n$.
אז בהכרח מתקיים:
א. B הפיכה.
ב. $|A|=0$
ג. למערכת $ABx=0$ פתרון יחיד.
ד. $AB=BA$
ה. אף תשובה אינה נכונה.

10) אם G היא הצורה המדורגת של מטריצה ריבועית A, אז:
א. בהכרח $\det(A)=\det(G)$ וגם $adj(A)=adj(G)$.
ב. בהכרח $\det(A)=\det(G)$, אך ייתכן ש $adj(A)\neq adj(G)$.
ג. ייתכן ש- $\det(A)\neq\det(G)$, אך בהכרח $adj(A)=adj(G)$.
ד. אף תשובה אינה נכונה.

11) תהי $A=(a_{ij})$ מטריצה ריבועית מסדר $n\geq 2$, כך ש- $a_{ij}=\begin{cases} i & i=j \\ 1 & i\neq j \end{cases}$.
לכל $1\leq i,j\leq n$, אז בהכרח מתקיים:
א. $|A|=n!-1$
ב. $|A|\neq 0$
ג. עמודות A בלתי-תלויות ליניארית.
ד. $adj(A)=0$
ה. אף תשובה אינה נכונה.

12) יהיו A,B מטריצות ממשיות מסדר $n\times n$. אז בהכרח מתקיים:
א. אם למערכת ההומוגנית $(AB)x=0$ קיים פתרון יחיד, אז ייתכן ש- $|A|=0$.
ב. אם קיים פתרון שונה מ- 0 למערכת ההומוגנית $(AB)x=0$,
אז למערכת ההומוגנית $Ax=0$ קיים פתרון שונה מ- 0.
ג. אם למערכת ההומוגנית $Ax=0$ קיים פתרון יחיד, אז ייתכן ש- $A^2=0$.
ד. אם למערכת ההומוגנית $(A^tA)x=0$ קיים פתרון יחיד, אז השורות של A בלתי-תלויה ליניארית.
ה. אף תשובה אינה נכונה.

תשובות סופיות

1) ד	2) ב	3) ד	4) ד	5) ב
6) א	7) ב	8) ד	9) ד	10) ד
11) ג	12) ד			