

# מכינה במתמטיקה

פרק 53 - האינטגרל המסוים, סכומי רימן

תוכן העניינים

1. האינטגרל המסוים.....1

## האינטגרל המסוים

### שאלות

חשב את האינטגרלים בשאלות 1-10 :

$$\int_1^4 (x^2 - 4x + 1) dx \quad (1)$$

$$\int_1^2 \frac{4x+1}{2x^2+x+5} dx \quad (2)$$

$$\int_0^1 x e^{-x} dx \quad (3)$$

$$\int_1^e \frac{\ln^4 x}{x} dx \quad (4)$$

$$\int_1^4 \frac{1}{x^2 + 4x + 5} dx \quad (5)$$

$$\int_0^\pi \cos^2 10x dx \quad (6)$$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{x^2} & x \geq 1 \end{cases} \text{ כאשר } \int_0^4 f(x) dx \quad (7)$$

$$\int_{-1}^4 \sqrt{4 + |x-1|} dx \quad (8)$$

$$\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx \quad (9)$$

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt[4]{\sin x}}{\sqrt[4]{\sin x} + \sqrt[4]{\cos x}} dx \quad (10)$$

**(11)** נתונה פונקציה רציפה  $f$ . הוכח:

א. אם  $f$  זוגית, אזי  $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$ .

ב. אם  $f$  אי-זוגית, אזי  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ .

חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\int_{-1}^1 (x^3 + x^5) \cos x dx \quad (12)$$

$$\int_{-4}^4 \frac{\sin x + 1}{x^2 + 1} dx \quad (13)$$

### תשובות סופיות

(1) -6

(2)  $\ln\left(\frac{15}{8}\right)$

(3)  $-2e^{-1} + 1$

(4)  $\frac{1}{5}$

(5)  $\arctan 6 - \arctan 3$

(6)  $\frac{\pi}{2}$

(7)  $\frac{17}{12}$

(8)  $\frac{2}{3}(-16 + 6^{1.5} + 7^{1.5})$

(9)  $\frac{\pi^2}{4}$

(10)  $\frac{\pi}{4}$

(11) שאלת הוכחה.

(12) 0

(13)  $2 \arctan 4$