

# מבחן פטור במתמטיקה

פרק 21 - הוכחות של משפטים נבחרים בקורס

תוכן העניינים

1. הוכחות של משפטים נבחרים ..... 1

## הוכחות של משפטים נבחרים

הוכח את המשפטים הבאים:

### גזירות גוררת רציפות

אם הפונקציה  $f(x)$  גזירה בנקודה  $x_0$ , אזי היא רציפה בנקודה זו.

### כלל השרשרת

תהי  $y = g(x)$  פונקציה גזירה בנקודה  $x$ , ותהי  $f(g(x))$  גזירה בנקודה  $g(x)$ . אזי הפונקציה המורכבת  $f(g(x))$  גזירה בנקודה  $x$ , ומתקיים

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

### כלל לופיטל

נניח ש- $g$  ו- $f$  פונקציות גזירות ובעלות נגזרות רציפות בנקודה  $x_0$ ,

ונניח כי  $f(x_0) = g(x_0) = 0$  וכן  $g'(x_0) \neq 0$ , אז  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

### משפט לגראנז'

אם הפונקציה  $f(x)$

א. רציפה בקטע הסגור  $[a, b]$ ,

ב. גזירה בקטע הפתוח  $(a, b)$ ,

אז קיימת נקודה  $a < b < c$ , כך ש- $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ .

### משפט פרמה

נניח ש- $f$  פונקציה המוגדרת בתחום המכיל את הנקודה  $x_0$ .  
 אם  $f$  גזירה בנקודה  $x_0$  וגם  $x_0$  נקודת מקסימום מקומית, אז  $f'(x_0) = 0$ .

### משפט רול

אם הפונקציה  $f(x)$

א. רציפה בקטע הסגור  $[a, b]$ ,

ב. גזירה בקטע הפתוח  $(a, b)$ ,

ג. מקיימת  $f(a) = f(b)$ ,

אז קיימת נקודה  $a < b < c$ , כך ש- $f'(c)$ .

### נגזרת הפונקציה ההפוכה

תהי  $y = f(x)$  פונקציה הפיכה ורציפה בסביבת הנקודה  $x_0$ .

אם  $f(x)$  גזירה בנקודה  $x_0$  וגם  $f'(x_0) \neq 0$ , אז גם הפונקציה ההפוכה שלה,

$$x = g(y), \text{ פונקציה גזירה בנקודה } y_0 = f(x_0), \text{ ומתקיים השוויון } g'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}.$$

להוכחות המלאות היכנסו לאתר [GooL.co.il](http://GooL.co.il)