

# אנליזה מתקדמת

פרק 10 - המשפט היסודי של החדו"א (גזירת האינטגרל)

תוכן העניינים

1. המשפט היסודי של החדו"א (גזירת האינטגרל)..... 1

## המשפט היסודי של החדו"א (גזירת האינטגרל)

### שאלות

בשאלות 1 ו-2, על סמך המשפט היסודי של החדו"א, הוכח כי אם  $f(x)$  רציפה וגם  $a(x)$  ו- $b(x)$  גזירות, אזי:

$$I(x) = \int_a^{b(x)} f(t) dt \Rightarrow I'(x) = f(b(x))b'(x) \quad (1)$$

$$I(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} f(t) dt \Rightarrow I'(x) = f(b(x))b'(x) - f(a(x))a'(x) \quad (2)$$

גזור את הפונקציות בשאלות 3-6:

$$I(x) = \int_1^{x^3} \frac{\ln t}{t^2} dt \quad (4)$$

$$I(x) = \int_2^x e^{-t^2} dt \quad (3)$$

$$I(x) = \int_{x^3}^{x^2} \frac{dt}{\sqrt{1+t^4}} \quad (6)$$

$$I(x) = \int_2^{x^3+x} t \ln t dt \quad (5)$$

חשב את הגבולות בשאלות 7-9:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x}{x-4} \int_4^x e^{t^2} dt \quad (9)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^3} \int_0^{x^2} \sin \sqrt{t} dt \quad (8)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \frac{t dt}{\cos t}}{\sin^2 x} \quad (7)$$

(10) חקור את הפונקציה  $F(x) = \int_0^x (t+1)^4 (t-1)^{10} dt$ , לפי הפירוט הבא:

תחום הגדרה, נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה, נקודות פיתול ותחומי קמירות וקעירות.

### תשובות סופיות

(1) שאלת הוכחה.

(2) שאלת הוכחה.

(3)  $I'(x) = e^{-x^2}$

(4)  $I'(x) = \frac{\ln(x)^3}{(x^3)^2} \cdot 3x^2$

(5)  $I'(x) = (x^3 + x)(3x^2 + 1)\ln(x^3 + x)$

(6)  $I'(x) = \frac{2x}{\sqrt{1+x^8}} - \frac{3x^2}{\sqrt{1+x^{12}}}$

(7)  $\frac{1}{2}$

(8)  $\frac{2}{3}$

(9)  $4e^{16}$

(10) תחום הגדרה: כל  $x$ .נקודות קיצון: אין קיצון, עולה לכל  $x$ .נקודות פיתול:  $x = -1, 1, -\frac{3}{7}$ .תחומי קמירות:  $x > 1$ ,  $-1 < x < -\frac{3}{7}$ .תחומי קעירות:  $-\frac{3}{7} < x < 1$ ,  $x < -1$ .