

ביוסטטיסטיקה 1

פרק 21 - המשתנה המקרי הבדיד - תוחלת - שונות וסטיית תקן

תוכן העניינים

1. כללי..... 1

המשתנה המקרי הבדיד – תוחלת, שונות וסטיית תקן:

רקע:

תוחלת:

ממוצע של פונקציית ההסתברות, אם נבצע את התהליך אינסוף פעמים כמה בממוצע נקבל. התוחלת היא צפי של המשתנה המקרי.

$$\text{מגדירים תוחלת באופן הבא: } E(X) = \sum_i x_i P(x_i) = \mu$$

שונות:

תוחלת ריבועי הסטיות מהתוחלת – נותן אינדיקציה על הפיזור והסיכון של פונקציית ההסתברות.

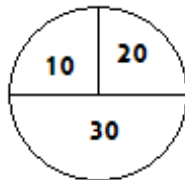
$$\text{מגדירים שונות באופן הבא: } V(X) = \sum_i (x_i - \mu)^2 P(x_i) = \sum_i x_i^2 P(x_i) - \mu^2 = \sigma^2$$

סטיית תקן:

שורש של השונות – הפיזור הממוצע הצפוי סביב התוחלת. מסמנים: $STD = \sigma$.

דוגמה:

בקזינו רולטה כמוראה בשרטוט. אדם מסובב את הרולטה וזוכה בסכום הרשום על הרולטה ב-ש. הסתברות לקבלת הסכומים השונים:



| | | | |
|-----|------|------|------|
| 30 | 20 | 10 | X |
| 0.5 | 0.25 | 0.25 | P(X) |

$$E(X) = 10 \cdot 0.25 + 20 \cdot 0.25 + 30 \cdot 0.5 = 22.5 = \mu$$

$$V(X) = \sum_i (x_i - \mu)^2 P(x_i) =$$

$$= (10 - 22.5)^2 \cdot 0.25 + (20 - 22.5)^2 \cdot 0.25 + (30 - 22.5)^2 \cdot 0.5 = 68.75 = \sigma^2$$

כדי לחשב את סטיית התקן נוציא שורש לשונות: $\sigma_x = \sqrt{V(X)} = \sqrt{68.75} = 8.29$

שאלות:

- (1) אדם משחק במשחק מזל. נגדיר את X להיות סכום הזכייה. להלן פונקציית ההסתברות של X :

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|--------|
| 40 | 20 | 0 | -30 | X |
| 0.2 | 0.3 | 0.1 | 0.4 | $P(X)$ |

מהי התוחלת, השונות וסטית התקן של X ?

- (2) בישוב מסוים שני סניפי בנק: בנק פועלים ובנק לאומי. מתוך האוכלוסייה הבוגרת בישוב, ל-50% חשבון בנק בסניף הפועלים, ל-40% חשבון בנק בסניף לאומי ול-20% מהתושבים הבוגרים אין חשבון באף אחד מהסניפים. יהי X מסי סניפי הבנק שלבוגר בישוב יש בהם חשבון. חשבו את: $E(X)$.
- (3) ידוע של-20% מהמשפחות יש חיבור לווייני בביתם. בסקר אדם מחפש לראיין משפחה המחוברת ללוויין. הוא מטלפן באקראי למשפחה וממשיך עד אשר הוא מגיע למשפחה המחוברת ללוויין. בכל מקרה הסוקר לא יתקשר ליותר מ-5 משפחות. נגדיר את X להיות מספר המשפחות שאליהן האדם יתקשר. א. בנו את פונקציית ההסתברות של X . ב. חשבו את התוחלת וסטית התקן של X .
- (4) לאדם צרור מפתחות. בצרור 5 מפתחות אשר רק אחד מתאים לדלת של ביתו. האדם מנסה את המפתחות באופן מקרי. לאחר שניסה מפתח מסוים הוא מוציא אותו מהצרור כדי שלא ישתמש בו שוב. נסמן ב- X את מספר הניסיונות עד שהדלת תפתח. א. בנו את פונקציית ההסתברות של X . ב. חשבו את התוחלת והשונות של X .

5) נתונה פונקציית ההסתברות של המשתנה המקרי X :

| | | | | |
|-----|---|-----|---|--------|
| 8 | 6 | 4 | 2 | X |
| 0.2 | | 0.3 | | $E(X)$ |

כמו כן נתון ש: $E(X) = 4.2$.

א. מצאו את ההסתברויות החסרות בטבלה.

ב. חשבו את: $V(X)$.

6) משתנה מקרי בדיד מקבל את הערכים 5 ו-0. נתון שהתוחלת של המשתנה 0 ושהשונות היא 10. מצא את פונקציית ההסתברות.

תשובות סופיות:

1) תוחלת: 2, שונות: 0.796.

2) 0.9.

3) א. ראו סרטון. ב. תוחלת: 3.36, סטיית תקן: 1.603.

4) א. ראו טבלה: ב. תוחלת: 3, שונות: 2.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|--------|
| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | X |
| 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | $P(X)$ |

5) א. ראו טבלה: ב. 5.16.

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|--------|
| 8 | 6 | 4 | 2 | X |
| 0.2 | 0.1 | 0.3 | 0.4 | $P(X)$ |

6) ראו טבלה:

| | | | |
|-----|-----|-----|--------|
| 5 | 0 | -5 | X |
| 0.2 | 0.6 | 0.2 | $P(X)$ |