

חדוא 1

פרק 5 - הפונקציה הממשית - תכונות בסיסיות ופונקציות נפוצות

תוכן העניינים

1. פונקציה - הגדרה ותכונות בסיסיות..... (ללא ספר)
2. הפונקציה הלינארית..... 1
3. הפונקציה הריבועית..... (ללא ספר)
4. הפונקציה המעריכית..... (ללא ספר)
5. הפונקציה הלוגריתמית..... (ללא ספר)
6. פונקציות מפורסמות נוספות..... (ללא ספר)
7. הזזות שיקופים מתיחות וכיווצים של פונקציה..... (ללא ספר)
8. הפונקציות הטריגונומטריות..... (ללא ספר)
9. הפונקציות הטריגונומטריות ההפוכות..... (ללא ספר)
10. הפונקציות ההיפרבוליות..... (ללא ספר)
11. הצגה פרמטרית של פונקציה..... (ללא ספר)
12. הצגה פולרית של עקום..... (ללא ספר)

הפונקציה הליניארית

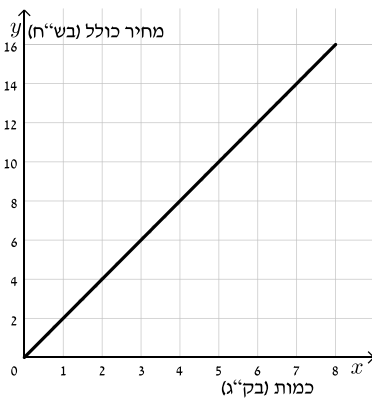
סיכום כללי

ניתן להציג תהליכים שונים באמצעות יחס ישר בין שני משתנים.

יחס זה מוצג בתור קו ישר מהצורה: $\frac{y}{x} = m$ או $y = mx$.

הפונקציה מהצורה: $y = mx$ מתאר יחס ישר בין x ל- y .

שאלות



- 1) המחיר של 1 ק"ג עגבניות הוא 2 ₪.
הקו הישר שבסרטוט מתאר את מחיר העגבניות הכולל כפונקציה של משקל העגבניות.
- מה המחיר של 3 ק"ג עגבניות?
 - מהי כמות העגבניות שניתן לקנות ב-12 ₪?
 - מהו היחס בין כמות העגבניות (בק"ג) שניתן לרכוש לבין מחירם?
 - כתוב ביטוי אלגברי שייצג את המחיר הכולל של העגבניות כתלות במשקלם.

שיפוע ישר – סיכום

ישר שמשוואתו היא $y = mx$ הוא בעל שיפוע m כאשר:

- אם $m > 0$ הישר עולה.
- אם $m < 0$ הישר יורד.
- אם $m = 0$ הישר קבוע (אינו עולה ואינו יורד).

חישוב שיפוע בשיטת המדרגות

בכל התקדמות של יחידה אחת לאורך ציר x נבדוק כמה יחידות עלינו או ירדנו לאורך ציר y . שיפוע הישר יתאים להתקדמות בציר ה- y .

שיפוע בין שתי נקודות

ניתן לחשב שיפוע בין שתי נקודות כלליות הנמצאות על ישר.

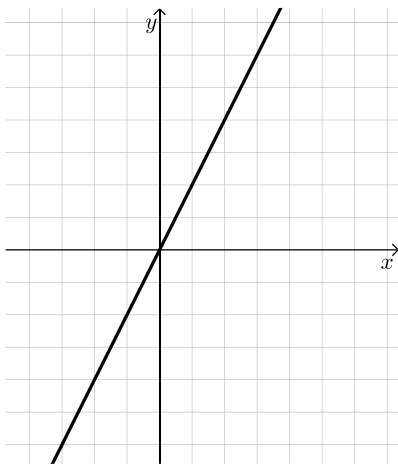
נניח ישר העובר דרך שתי נקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$.

$$\text{שיפוע הישר יחושב: } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (\text{כאשר } \Delta x \neq 0).$$

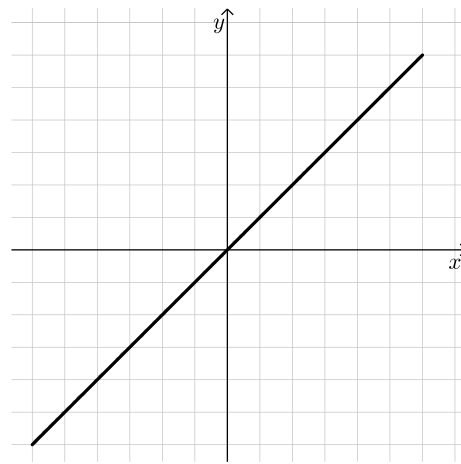
חשוב להקפיד על חיסור של אותן הנקודות במונה ובמכנה.

(2) לפניך הגרפים של הישרים הבאים:

ii.



i.

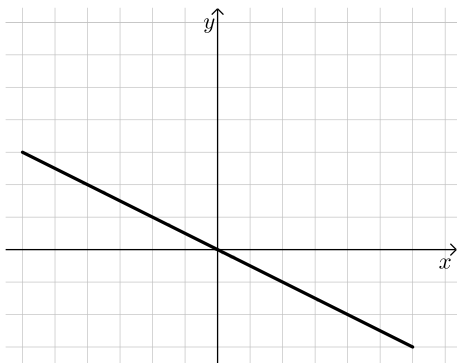


א. מצא את השיפוע של כל אחד מהם.

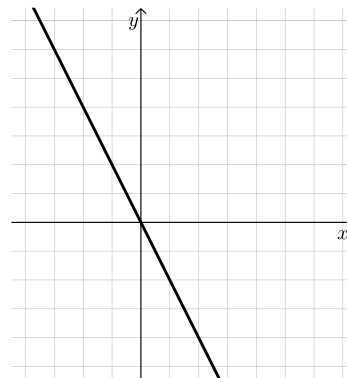
ב. רשום פונקציה מהצורה: $y = mx$ לכל אחד מהישרים.

(3) לפניך הגרפים של הישרים הבאים:

ii.

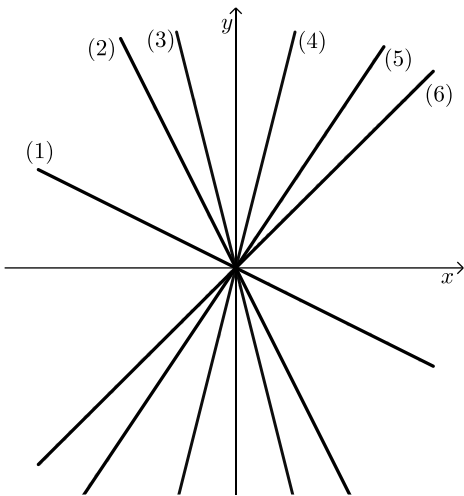


i.



א. מצא את השיפוע של כל אחד מהם.

ב. רשום פונקציה מהצורה: $y = mx$ לכל אחד מהישרים.



4) לפי 6 ישרים במערכת צירים אחת ו-6 שיפועים:

$$. 4 , -4 , 1.2 , -2 , 2 , -\frac{2}{3}$$

התאם כל שיפוע לכל ישר.

הקו הישר הכללי – סיכום

- משוואת הקו הישר הכללי היא מהצורה: $y = mx + b$ כאשר m הוא שיפוע הישר ו- b הוא האיבר החופשי כמשוואה.
- האיבר החופשי מייצג את נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- y אשר תמיד תהיה $(0, b)$.
- ישרים המקבילים זה לזה על בעלי אותו השיפוע (אותו m) ואיברים חופשיים שונים (b שונה), למשל: $y = 4x + 1$, $y = 4x - 5$.
- ישרים המקבילים לצירים הם מהצורות הבאות:
 - ישר המקביל לציר ה- x : $y = n$.
 - ישר המקביל לציר ה- y : $x = k$.

5) כתוב מהו m ומהו b במשוואות הישרים הבאות:

ב. $y = x + 6$

א. $y = 3x - 2$

ד. $y = \frac{x-3}{2}$

ג. $y = \frac{x}{3} + \frac{2}{5}$

ו. $3y - 2x + 1 = 0$

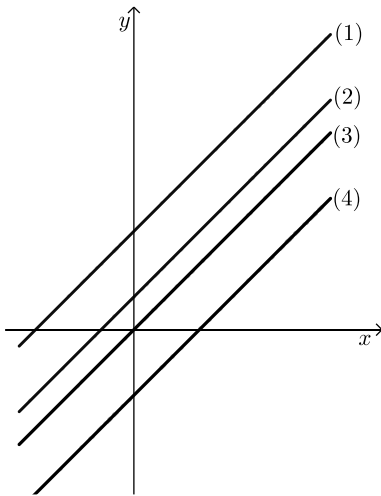
ה. $y = 3 + 2(x - 1)$

6) כתוב את משוואות הישרים הבאות:

א. ישר בעל שיפוע $m = 3$ אשר חותך את ציר ה- y בנקודה שבה $y = -1$.

ב. ישר בעל שיפוע -5 שפוגש את ציר ה- y כאשר $y = 6$.

ג. ישר קבוע שחותך את ציר ה- y ב-4.



7) התאם בין הגרפים למשוואות הישרים:

א. $y = x + 3$

ב. $y = x + 1$

ג. $y = x$

ד. $y = x - 2$

מציאת משוואת ישר – סיכום

שיפוע ישר לפי שתי נקודות

שיפוע ישר העובר דרך שתי נקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$ יחושב: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (כאשר $\Delta x \neq 0$).

משוואת ישר

ניתן למצוא משוואת ישר מהצורה $y = mx + b$ כאשר נתונות שתי נקודות הנמצאות עליו לפי השלבים הבאים:

- מציאת הפרמטר m (שיפוע הישר) לפי: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

- מציאת הפרמטר b (האיבר החופשי) ע"י הצבת m ואחת מן הנקודות הנתונות במשוואת הישר.

לחילופין ניתן לבצע את שתי הפעולות יחד לפי הנוסחה: $y - y_1 = m(x - x_1)$.

חישוב שיפוע בין שתי נקודות

8) חשב את השיפוע של ישר העובר דרך הזוגות הבאים:

א. $(0, 4)$, $(8, 0)$ ב. $(0, 0)$, $(3, -4)$

ג. $(1, 8)$, $(7, -9)$ ד. $(\frac{2}{3}, 2)$, $(1\frac{1}{3}, 5)$

מציאת משוואת ישר באמצעות נקודה ושיפוע

9) מצא את משוואת הישרים הבאות :

- א. שיפועו 3 והוא עובר דרך הנקודה $(2, 8)$.
- ב. שיפועו -0.5 והוא עובר דרך הנקודה $(0, -7)$.
- ג. שיפועו 0 והוא עובר דרך הנקודה $(-1, -3)$.
- ד. שיפועו $-\frac{5}{8}$ והוא עובר דרך הנקודה $(-8, 2)$.
- ה. שיפועו 1 והוא עובר דרך ראשית הצירים.

10) מצא משוואת ישר המקביל לישר $y = 3x - 1$ וחותך את ציר ה- y בנקודה $(0, 4)$.

11) מצא משוואת ישר המקביל לישר $y = -4x + 9$ ועובר דרך הנקודה $(-5, 7)$.

12) מצא משוואת ישר המקביל לישר $5y - 4x + 9 = 0$ ועובר דרך ראשית הצירים.

מציאת משוואת ישר באמצעות שתי נקודות

13) מצא את משוואות הישרים העוברים דרך הנקודות הבאות :

- א. $(1, 8)$, $(3, 6)$.
- ב. $(-4, -6)$, $(0, 6)$.

14) ענה על הסעיפים הבאים :

- א. מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודות $(2, -6)$ ו- $(5, 3)$.
- ב. מצא את משוואת הישר המקביל לישר שמצאת בסעיף הקודם ועובר דרך הנקודה $(-1, 10)$.

חיוביות ושליליות של קו ישר – סיכום

חיתוך של פונקציה קווית עם הצירים

- כדי למצוא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה הקווית $y = mx + b$ עם ציר ה- y יש להציב $x = 0$ במשוואתה. מתקבל: $y = b$, כלומר: $(0, b)$ היא נקודת החיתוך של הפונקציה הקווית עם ציר ה- y .
- כדי למצוא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה הקווית עם ציר ה- x יש להציב $y = 0$. זו היא נקודת האפס של הפונקציה.

חיתוך בין פונקציות קוויות

כדי למצוא את נקודת החיתוך בין שתי פונקציות קוויות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש להשוות את משוואותיהם: $f(x) = g(x)$ ולהציב את ערך ה- x המתקבל כפתרון באחת המשוואות כדי לקבל את ערך ה- y של נקודת החיתוך.

תחומי חיוביות ושליליות של פונקציה

- תחום החיוביות של פונקציה הוא אוסף כל ערכי ה- x המקיימים: $f(x) > 0$.
 - תחום השליליות של פונקציה הוא אוסף כל ערכי ה- x המקיימים: $f(x) < 0$.
- ניתן למצוא תחומי חיוביות ושליליות ע"י ידיעת נקודת האפס של הפונקציה תחילה.

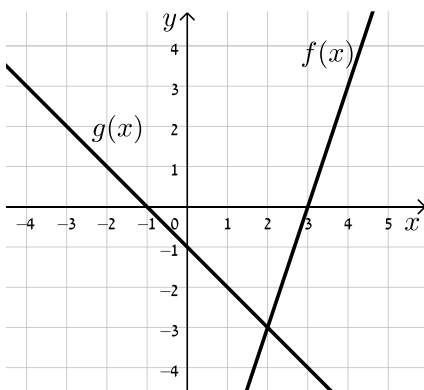
15 מצא את נקודות החיתוך של כל ישר עם הצירים:

א. $y = 2x + 5$

ב. $y = 3x - 1$

16 נתונה הפונקציה: $f(x) = 3x - 4$.

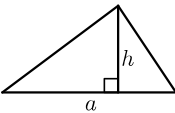
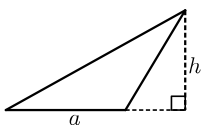
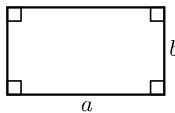
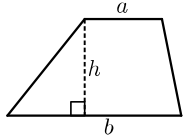
- א. מצא את הנקודה שבה: $f(x) = 0$.
- ב. מצא את התחום שבו $f(x) > 0$ ואת התחום שבו $f(x) < 0$.
- ג. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y .
- ד. סרטט את הפונקציה במערכת צירים והראה את התחומים שמצאת.

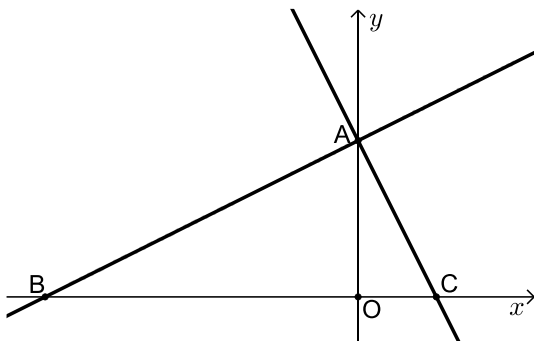


- 17** לפניך שני גרפים של פונקציות קוויות. (הרווח בין השנתות מתאר יחידה אחת).
- א. מהן נקודות האפס של כל פונקציה?
 - ב. מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$?
 - ג. מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$?
 - ד. מהי נקודת החיתוך של הפונקציות?
 - ה. מהו התחום בו $f(x) > g(x)$ ומהו התחום בו $f(x) < g(x)$.

חישובי שטחים עם הפונקציה הקווית – סיכום

שטחים של משולשים ומרובעים

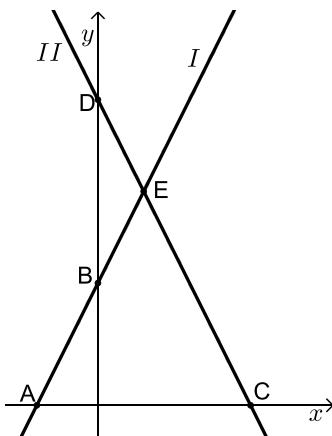
| שם הצורה | איור | אופן החישוב |
|-----------------|--|---------------------------|
| משולש |  | $S = \frac{a \cdot h}{2}$ |
| משולש קהה זווית |  | $S = \frac{a \cdot h}{2}$ |
| מלבן |  | $S = a \cdot b$ |
| טרפז |  | $S = \frac{(a+b)h}{2}$ |



18 בסרטוט שלפניך מתוארים הגרפים

של הפונקציות: $f(x) = \frac{1}{2}x + 4$ ו- $g(x) = -2x + 4$.

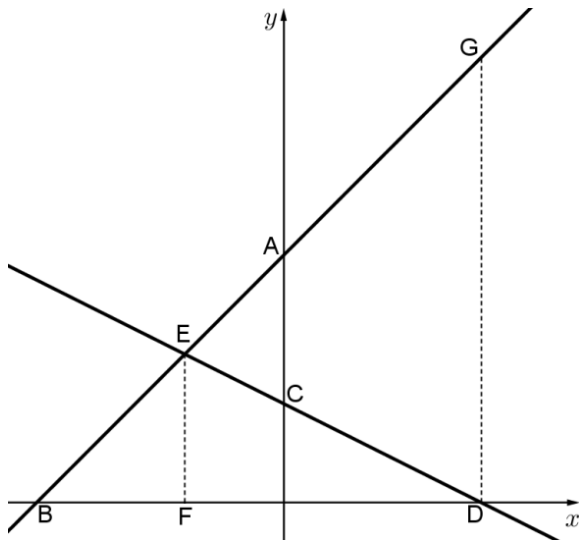
- מצא את שיעורי נקודת המפגש של שתי הפונקציות (הנקודה A).
- מצא את נקודות החיתוך של כל פונקציה עם ציר ה- x (הנקודות B ו-C).
- מצא את אורך הקטע BC ואת אורך הקטע AO.
- חשב את $S_{\triangle ABC}$.



19 נתונים הישרים: $y = 2x + 4$ ו- $y = -2x + 10$

המתוארים באיור הבא:

- התאם לכל משוואה את הישר המתאים ונמק.
- מצא את שיעורי הנקודות A, B, C, D, E.
- מצא את שטחי המשולשים ACE ו-BDE.



20 בסרטוט שלפניך מתוארים הישרים AE ו-DE.

משוואת הישר DE היא $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

נתון כי: 3 יחידות אורך $EF =$

(מקביל לציר ה-y) וכן: $A(0,5)$.

א. חשב את שיעורי הנקודה E.

ב. מצא את משוואת הישר AE.

ג. חשב את שיעורי הנקודות B ו-D.

ד. נתון כי DG מקביל לציר ה-y.

חשב את שטח הטרפז EFDG.

תשובות סופיות

- (1) א. 6 טו ב. 6 ק"ג ג. 2:1 ד. $y = 2x$
- (2) א. i. $m = 1$ ב. $y = x$ א. ii. $m = 2$ ב. $y = 2x$
- (3) א. i. $m = -2$ ב. $y = -2x$ א. ii. $m = -\frac{1}{2}$ ב. $y = -\frac{1}{2}x$
- (4) $m_{(1)} = -\frac{2}{3}$, $m_{(2)} = -2$, $m_{(3)} = -4$, $m_{(4)} = 4$, $m_{(5)} = 2$, $m_{(6)} = 1$
- (5) א. $m = 3, b = -2$ ב. $m = 1, b = 6$ ג. $m = \frac{1}{3}, b = \frac{2}{5}$
- (6) א. $y = 3x - 1$ ב. $y = -5x + 6$ ג. $y = 4$
- (7) א. (1) ב. (2) ג. (3) ד. (4)
- (8) א. -0.5 ב. $-\frac{4}{3}$ ג. 4.5 ד. $-2\frac{5}{6}$
- (9) א. $y = 3x + 2$ ב. $y = -\frac{1}{2}x - 7$ ג. $y = -3$ ד. $y = -\frac{5}{8}x - 3$
- (10) $y = x$
- (11) $y = 3x + 4$
- (12) $y = -4x - 13$
- (13) א. $y = -x + 9$ ב. $y = 3x + 6$
- (14) א. $y = 3x - 12$ ב. $y = 3x + 13$
- (15) א. $(0, 5), (-2.5, 0)$ ב. $(0, -1), (\frac{1}{3}, 0)$
- (16) א. $(\frac{4}{3}, 0)$ ב. $f(x) > 0: x > \frac{4}{3}$, $f(x) < 0: x < \frac{4}{3}$ ג. $(0, -4)$ ד. לאיור מלא עיין בסרטון.
- (17) א. $f(x): (3, 0)$; $g(x): (-1, 0)$ ב. חיובית: $x > 3$, שלילית: $x < 3$ ג. חיובית: $x < -1$, שלילית: $x > -1$ ד. $(2, -3)$ ה. $f(x) > g(x)$ עבור: $x > 2$, ו- $f(x) < g(x)$ עבור: $x < 2$
- (18) א. $(0, 4)$ ב. $B(-8, 0), C(2, 0)$ ג. $AO = 4, BC = 10$ ה. 20 יח"ש.



19 א. $I: y = 2x + 4$, $II: y = -2x + 10$

ב. $A(-2, 0)$, $B(0, 4)$, $C(5, 0)$, $D(0, 10)$, $E(1.5, 7)$

ג. $S_{ACE} = 24.5$ יח"ש, $S_{BDE} = 4.5$ יח"ש.

20 א. $E(-2, 3)$ ב. $y = x + 5$ ג. $B(-5, 0)$, $D(4, 0)$

ד. 36 יחידות שטח.