

תורת ההסתברות והסטטיסטיקה

פרק 22 - התפלגויות בדידות מיוחדות - התפלגות אחידה

תוכן העניינים

1. כללי 1

התפלגויות בדידות מיוחדות – התפלגות אחידה:

רקע:

התפלגות אחידה הינה התפלגות שבה לכל תוצאה יש את אותה הסתברות. הערכים המתקבלים בהתפלגות הם החל מ- a ועד b בקפיצות של אחד. $X \sim U(a, b)$.

פונקציית ההסתברות: $P(X = K) = \frac{1}{b-a+1}$, $K = a, a+1, \dots, b$

תוחלת: $E(X) = \frac{a+b}{2}$

שונות: $V(X) = \frac{(b-a+1)^2 - 1}{12}$

דוגמה (פתרון בהקלטה):

אדם בוחר מספר אקראי בין 1 ל-100 כולל. מהי פונקציית ההסתברות של המספר ומה הצפי שלו?

שאלות:

- (1) במשחק הלוטו 45 כדורים ממוספרים מ-1 ועד 45. נתבונן במשתנה X - המספר של הכדור הראשון שנשלף על ידי המכונה.
- חשבו את $P(X = 2)$.
 - חשבו את $P(X \leq 30)$.
 - חשבו את $P(X > 4 | X \leq 10)$.
 - חשבו את $P(X = k)$.
- (2) קוסם מבקש לבחור מספר שלם אקראי בין 1 ל-100.
- בהנחה שאין כאן מניפולציות של הקוסם, מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של המספר שיבחר?
 - הקוסם ביקש משישה אנשים לבחור מספר:
 - מה ההסתברות ששלושה מהם יבחרו מספר הגדול מ-80?
 - מה התוחלת ומהי סטיית התקן של סכום המספרים שהאנשים בחרו?
- (3) יהי X התוצאה בהטלת קובייה.
- מהי ההתפלגות של X ?
 - מה התוחלת של X ?
 - קובייה הוטלה 4 פעמים. מה התוחלת ומה השונות של סכום התוצאות ב-4 ההטלות?
- (4) בכד 10 כדורים שרק אחד בצבע אדום. כדורים הוצאו ללא החזרה עד שהתקבל הכדור האדום. מה התוחלת ומהי השונות של מספר הכדורים שהוצאו?
- (5) יש לבחור מספר אקראי בין 1 ל-50, כולל.
- מה הסיכוי שהמספר 4 יבחר?
 - מה הסיכוי שהמספר שיבחר גדול מ-20?
 - אם נבחר מספר גדול מ-20, מה ההסתברות שהוא קטן מ-28?
- (6) הוכיחו שאם: $X \sim U(a, b)$, אז מתקיים ש: $E(X) = \frac{a+b}{2}$.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } \frac{1}{45} \quad \text{ב. } \frac{30}{45} \quad \text{ג. } 0.6$$

$$(2) \quad \text{א. תוחלת: } 50.5, \text{ סטיית תקן: } 28.87$$

$$\text{ב. i. } 0.08192 \quad \text{ב. ii. תוחלת: } 303, \text{ סטיית תקן: } 70.71$$

$$(3) \quad \text{א. } X \sim U(1,6) \quad \text{ב. } 3.5 \quad \text{ג. תוחלת: } 14, \text{ שונות: } 11.66$$

$$(4) \quad \text{תוחלת: } 5.5, \text{ שונות: } 8.25$$

$$(5) \quad \text{א. } \frac{1}{50} \quad \text{ב. } \frac{30}{50} \quad \text{ג. } \frac{7}{30}$$

$$(6) \quad \text{שאלת הוכחה.}$$