

חדו"א א 9001100

פרק 5 - וקטורים אלגברים - גיאומטריה אנליטית במרחב

תוכן העניינים

1. הצגה פרמטרית של ישר 1
2. מצב הדדי בין ישרים 4
3. הצגה פרמטרית של מישור 6
4. משוואת מישור 7
5. מעברים בין הצגה פרמטרית של מישור ומשוואת מישור 8
6. מישורים המקבילים לצירים 9
7. מצב הדדי בין ישר ומישור 10
8. מצב הדדי בין מישורים 11
9. ישר חיתוך בין מישורים 12
10. חישובי זוויות שונות (ללא ספר)
11. זווית בין שני ישרים 13
12. זווית בין ישר ומישור 14
13. זווית בין שני מישורים 15
14. חישובי מרחקים (ללא ספר)
15. מרחק בין שתי נקודות במרחב 16
16. מרחק בין נקודה לישר 17
17. מרחק בין נקודה למישור 18
18. מרחק בין ישרים מקבילים 19
19. מרחק בין ישר למישור 20
20. מרחק בין מישורים מקבילים 21
21. מרחק בין ישרים מצטלבים 22
22. סיכום מרחקים (ללא ספר)

בסוף חוברת העבודה תוכלו למצוא סיכום מלא ומפורט של הנוסחאות.

הצגה פרמטרית של ישר

שאלות

- (1) האם הנקודה $A(7,0,3)$ נמצאת על הישר $\ell : \underline{x} = (4,3,0) + t(1,-1,1)$?
- (2) האם הנקודה $B(4,-2,-10)$ נמצאת על הישר $\ell : \underline{x} = t(2,-1,5)$?
- (3) מצא את הצגתו הפרמטרית של ישר במישור שעובר בנקודות $A(-5,-2)$ ו- $B(1,6)$.
- (4) מצא את הצגתו הפרמטרית של ישר במרחב שעובר בנקודות $C(3,0,-2)$ ו- $D(4,1,1)$.
- (5) מצא את הצגתו הפרמטרית של ישר במרחב שעובר בנקודה $G(2,-7,1)$ ומקביל לישר $\ell : \underline{x} = (0,3,-1) + t(-4,2,1)$.
- (6) מצא במרחב הצגה פרמטרית של ישר העובר דרך הנקודה $(1,2,3)$ ומאונך לישר $\ell : \underline{x} = (1,2,0) + s(1,-2,4)$.
- (7) ענה על הסעיפים הבאים:
- א. נתונה הצגה פרמטרית של ישר $\ell : \underline{x} = (1,2,3) + t(4,5,6)$. כתוב את ההצגה בעזרת הקואורדינאטות x, y ו- z .
- ב. נתונה הצגה של ישר בעזרת קואורדינאטות $x = 1 + 2t, y = 10, z = 4 - t$. כתוב את ההצגה הפרמטרית שלו.
- (8) מצא את הצגתו הפרמטרית של ציר ה- y במרחב.
- (9) מצא את הצגתו הפרמטרית של ישר במרחב שעובר בנקודה $M(3,-1,4)$ ומקביל לציר ה- z .
- (10) מצא את נקודת החיתוך של הישר $\ell : \underline{x} = (1,-2,6) + t(-2,1,2)$ עם המישור $[xy]$.

11 ישר עובר בנקודה $(1, -1, 4)$ וכיוונו $(4, 10, 2)$.
מי מבין הבאים מתאר את משוואת הישר:

א. $\underline{x} = (1, -1, 4) + t(4, 10, 2)$

ב. $\underline{x} = (3, 4, 5) + t(4, 10, 2)$

ג. $\underline{x} = (1, -1, 4) + t(2, 5, 1)$

ד. $\underline{x} = (5, 9, 6) + t(8, 20, 4)$

ה. כל התשובות נכונות.

12 ישר עובר דרך הנקודות $A(1, -1, 2)$ ו- $B(4, 0, 1)$.
תאר את הישר בארבע דרכים שונות:

א. משוואה וקטורית אחת.

ב. הצגה פרמטרית של 3 משוואות (נק' כללית).

ג. הצגה אלגברית.

ד. כקו חיתוך של שני מישורים.

13 הצג כל אחד מהישרים הבאים בעזרת משוואה וקטורית אחת:

א. $\ell: \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2t \\ z = 2 + 10t \end{cases}$

ב. $\ell: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 10t \end{cases}$

ג. $\ell: \frac{x-1}{2} = y+1 = z-4$

ד. $\ell: x-1 = y+10, z = 4$

ה. $\ell: \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x - y + 3z = 3 \end{cases}$

תשובות סופיות

(1) כן.

(2) לא.

(3) $\ell : \underline{x} = (-5, -2) + t(6, 8)$

(4) $\ell : \underline{x} = (4, 1, 1) + t(1, 1, 3)$

(5) $\ell : \underline{x} = (2, -7, 1) + s(-4, 2, 1)$

(6) $\ell : \underline{x} = (1, 2, 3) + t(2, 1, 0)$

(7) א. $x = 1 + 4t, y = 2 + 5t, z = 3 + 6t$ ב. $\ell : \underline{x} = (1, 10, 4) + t(2, 0, -1)$

(8) $\ell : \underline{x} = t(0, 1, 0)$

(9) $\ell : \underline{x} = (3, -1, 4) + t(0, 0, 1)$

(10) $(7, -5, 0)$

(11) ה

(12) א. $\ell : \underline{x} = (1, -1, 2) + t \cdot (3, 1, -1)$ ב. $\ell : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$

ג. $\ell : \frac{x-1}{3} = y+1 = 2-z$ ד. $\ell : \begin{cases} x-3y=4 \\ y+z=1 \end{cases}$

(13) א. $\underline{x} = (1, 0, 2) + t(-4, 2, 10)$ ב. $\underline{x} = (1, 4, 0) + t(1, 0, 10)$

ג. $\underline{x} = (1, -1, 4) + t(2, 1, 1)$ ד. $(x, y, z) = (1, -10, 4) + t(1, 1, 0)$

ה. $(x, y, z) = (2, 1, 0) + t(-2, -1, 1)$

מצב ההדדי בין ישרים

שאלות

- (1) מצא את המצב ההדדי בין הישרים הבאים.
 אם הם נחתכים מצא גם את נקודת החיתוך ביניהם.
 $l_1 : \underline{x} = (2, -3, 0) + t(5, -1, 2)$, $l_2 : \underline{x} = (12, -5, 4) + s(-10, 2, -4)$
- (2) מצא את המצב ההדדי בין הישרים הבאים.
 אם הם נחתכים מצא גם את נקודת החיתוך ביניהם.
 $l_3 : \underline{x} = (0, 1, -7) + t(-2, 1, 1)$, $l_4 : \underline{x} = (2, 0, -6) + s(6, -3, -3)$
- (3) מצא את המצב ההדדי בין הישרים הבאים.
 אם הם נחתכים מצא גם את נקודת החיתוך ביניהם.
 $l_5 : \underline{x} = (-3, 5, 1) + t(4, 0, -1)$, $l_6 : \underline{x} = (-1, 7, 4) + s(-1, 1, 2)$
- (4) מצא את המצב ההדדי בין הישרים הבאים.
 אם הם נחתכים מצא גם את נקודת החיתוך ביניהם.
 $l_7 : \underline{x} = (3, 0, 0) + t(2, -2, 5)$, $l_8 : \underline{x} = (0, 1, -5) + s(3, 1, -2)$
- (5) מצא את המצב ההדדי בין הישרים הבאים.
 אם הם נחתכים מצא גם את נקודת החיתוך ביניהם.
 $l_9 : \underline{x} = (-4, 1, -1) + t(3, 0, -1)$, $l_{10} : \underline{x} = s(6, 0, -2)$
- (6) מצא את המצב ההדדי בין הישרים הבאים.
 אם הם נחתכים מצא גם את נקודת החיתוך ביניהם.
 $l_{11} : \underline{x} = (2, 8, -1) + t(1, 0, 0)$, $l_{12} : \underline{x} = (-5, 8, 2) + s(2, 0, -1)$
- (7) מצא את ערכו של הפרמטר k , שבעבורו הישרים הבאים :
 $l_1 : \underline{x} = (k+1, 1-k, 6) + t(1, -2, 2)$, $l_2 : \underline{x} = (k-1, 7, -k) + s(1-k^2, k^2+2, -6)$
 א. מקבילים.
 ב. מתלכדים.
- (8) נתונות הנקודות : $A(3, -1, 5)$, $B(k, -1, 3)$, $C(-6, 3, -1)$, $D(-2, 3, k)$
 הראה כי לכל ערך של k , הישרים l_{AB} ו- l_{CD} מצטלבים.

תשובות סופיות

- (1) מתלכדים.
- (2) מקבילים.
- (3) נחתכים, $(1, 5, 0)$.
- (4) מצטלבים.
- (5) מקבילים.
- (6) נחתכים, $(1, 8, -1)$.
- (7) א. $k = 2$. ב. $k = -2$.
- (8) שאלת הוכחה.

הצגה פרמטרית של מישור

שאלות

- (1) מצא את הצגתו הפרמטרית של מישור שעובר בנקודות הבאות:
 $A(1, -4, 0)$, $B(3, 6, 2)$, $C(0, -3, 1)$.
- (2) מצא את הצגתו הפרמטרית של מישור שעובר בנקודה $Q(6, 7, -1)$,
 ומכיל את הישר $\ell : \underline{x} = (-2, -2, 5) + t(1, 0, -4)$.
- (3) נתונים שני ישרים: $\ell_1 : \underline{x} = (0, 1, -1) + t(1, 9, -3)$, $\ell_2 : \underline{x} = (2, 16, 11) + s(0, 1, -6)$.
 הראה שהישרים נחתכים ומצא את הצגה פרמטרית של המישור המכיל אותם.
- (4) מצא את הצגתו הפרמטרית של מישור שעובר בנקודה $D(5, -2, -1)$
 ומכיל את ציר ה- x .
- (5) מצא את הצגתו הפרמטרית של המישור $[xz]$.
- (6) נתונה תיבה שמידותיה מצוינות במערכת הצירים שלפניך.
 מצא את הצגתו הפרמטרית של המישור המקווקו.



תשובות סופיות

- (1) $\pi : \underline{x} = (1, -4, 0) + t(2, 10, 2) + s(-1, 1, 1)$
- (2) $\pi : \underline{x} = (-2, -2, 5) + t(1, 0, -4) + s(8, 9, -6)$
- (3) $\pi : \underline{x} = (0, 1, -1) + t(1, 9, -3) + s(0, 1, -6)$
- (4) $\pi : \underline{x} = t(1, 0, 0) + s(5, -2, -1)$
- (5) $\pi : \underline{x} = t(1, 0, 0) + s(0, 0, 1)$
- (6) $\pi : \underline{x} = (7, 0, 0) + t(0, 0, 9) + s(-7, 12, 0)$

משוואת מישור

שאלות

(1) קבע האם הנקודות הבאות נמצאות על המישור $\pi : 2x - y + 3z - 6 = 0$:

א. $D(5, 7, 1)$

ב. $E(2, -1, 1)$

(2) מצא את ערכו של k שבעבורו הנקודה $A(1, k, -1)$ נמצאת על

המישור $\pi : kx - 2y + (1+k)z + 7 = 0$.

(3) נתונה משוואת מישור $\pi : 3x + 2y - z - 9 = 0$.

מצא את נקודות החיתוך של המישור עם שלושת הצירים.

(4) נתונה משוואת מישור $\pi : 4x + y - 2z + 8 = 0$.

מצא הצגה פרמטרית של הישר שהמישור חותך מהמישור $[yz]$.

תשובות סופיות

(1) א. על המישור. ב. לא על המישור.

(2) $k = 3$

(3) $(3, 0, 0)$, $(0, 4\frac{1}{2}, 0)$, $(0, 0, -9)$

(4) $\ell : \underline{x} = (0, -8, 0) + t(0, 2, 1)$

מעבר בין הצגה פרמטרית של מישור ומשוואת מישור

שאלות

- (1) נתונה משוואת מישור: $\pi : 2x + 3z - 12 = 0$. כתוב הצגה פרמטרית של המישור.
- (2) נתונה הצגה פרמטרית של מישור: $\pi : \underline{x} = (2, -5, 0) + t(1, 0, 2) + s(0, -1, 3)$. מצא את משוואת המישור.
- (3) נתונה הצגה פרמטרית של מישור: $\pi : \underline{x} = t(-2, 2, 1) + s(3, 1, 0)$. מצא את משוואת המישור.
- (4) המישור π עובר בנקודות: $A(1, 0, -3)$, $B(2, 0, 0)$, $C(4, -1, 0)$. מצא את משוואת המישור.
- (5) ענה על הסעיפים הבאים:
- א. לפניך הנקודות הבאות: $(2, 0, 5)$, $(0, 1, -2)$, $(1, 1, 0)$.
- הראה ששלוש הנקודות אינן נמצאות על ישר אחד, ומצא הצגה פרמטרית של המישור הנקבע על ידן.
 - מצא את משוואת המישור העובר דרך שלוש הנקודות הנ"ל.
- ב. מצא שתי נקודות נוספות הנמצאות על המישור שמצאת בסעיף א'.
- ג. האם הנקודה $(4, 2, 1)$ נמצאת על המישור שמצאת בסעיף א'?

תשובות סופיות

- (1) $\pi : \underline{x} = (0, 0, 4) + t(0, 1, 0) + s(6, 0, -4)$
- (2) $\pi : -2x + 3y + z + 19 = 0$
- (3) $\pi : x - 3y + 8z = 0$
- (4) $\pi : 3x + 6y - z - 6 = 0$
- (5) א. $\pi : \underline{x} = (1, 1, 0) + t(-1, 0, -2) + s(1, -1, 5)$. $-2x + 3y + z - 1 = 0$. ב. למשל: $(0, 0, 1)$, $(-0.5, 0, 0)$. ג. לא.

מישורים המקבילים לצירים

שאלות

(1) נתונה משוואת מישור: $(k+2)x + (k^2 - 2k - 3)y - 3z + k^2 - 1 = 0$.
 לאיזה ערך של k המישור מקביל לציר ה- y (ולא מכיל אותו)?

(2) פאותיו של טטראדר נמצאות על המישורים $x=0$, $y=0$, $z=0$
 ו- $x+3y+2z-6=0$. מצא את נפח הטטראדר.

תשובות סופיות

- (1) $k=3$
 (2) 6 יח"נ.

מצב הדדי בין ישר ומישור

- (1) נתונים הישר והמישור הבאים : $\ell : \underline{x} = (5, 0, 1) + t(4, 1, -2)$, $\pi : 2x - y - 3z + 6 = 0$.
 קבע את המצב ההדדי שביניהם.
 אם הישר חותך את המישור מצא גם את נקודת החיתוך.
- (2) נתונים הישר והמישור הבאים :
 $\ell : \underline{x} = (2, -1, 6) + t(-1, 1, 2)$, $\pi : x - 3y + 2z - 11 = 0$.
 קבע את המצב ההדדי שביניהם.
 אם הישר חותך את המישור מצא גם את נקודת החיתוך.
- (3) נתונים הישר והמישור הבאים : $\ell : \underline{x} = (-6, 1, 0) + t(3, 0, -1)$, $\pi : 2x + y + 6z + 11 = 0$.
 קבע את המצב ההדדי שביניהם. אם הישר חותך את המישור מצא גם את נקודת החיתוך.
- (4) נתונים הישר והמישור הבאים : $\ell : \underline{x} = (1, a, 3) + t(4, 1 - b, 0)$, $\pi : 2x - y + z - 4 = 0$.
 מצא את ערכי a ו- b בעבורם הישר מוכל במישור.

תשובות סופיות

- (1) הישר חותך, $(1, -1, 3)$.
- (2) מקבילים.
- (3) הישר מוכל.
- (4) $a = 1$, $b = -7$

מצב הדדי בין מישורים

שאלות

(1) נתונים שני מישורים. קבע את המצב ההדדי ביניהם:

א. $\pi_1 : 2x - y + 4z - 5 = 0$, $\pi_2 : 4x - 2y + 8z - 10 = 0$

ב. $\pi_3 : x + 3y - z + 1 = 0$, $\pi_4 : 3x + 9y - 3z - 8 = 0$

ג. $\pi_5 : 5x - 2y - 2z + 3 = 0$, $\pi_6 : 2x + 3y + z - 5 = 0$

(2) נתונים שני המישורים הבאים:

$\pi_1 : 2x + (k^2 + k)y - 2z + 1 = 0$, $\pi_2 : 4x + 12y - 4z + k^2 - 2 = 0$

מצא את ערכי k עבורם המישורים:

א. נחתכים ב. מקבילים ג. מתלכדים

תשובות סופיות

(1) א. מתלכדים. ב. מקבילים. ג. נחתכים.

(2) א. $k \neq 2, -3$ ב. $k = -3$ ג. $k = 2$

ישר חיתוך בין מישורים

שאלות

(1) נתונים שני מישורים נחתכים: $\pi_1 : 4x + y - 2z + 2 = 0$, $\pi_2 : 2x - y + z + 10 = 0$. מצא הצגה פרמטרית של ישר החיתוך שבין המישורים.

(2) נתונים שני מישורים נחתכים: $\pi_3 : 8x + 2y - 3z + 2 = 0$, $\pi_4 : 2x - 3y + z + 4 = 0$. מצא הצגה פרמטרית של ישר החיתוך שבין המישורים.

(3) נתונים שני מישורים נחתכים: $\pi_5 : 3x - 3y + z + 2 = 0$, $\pi_6 : 5x - 2z + 20 = 0$. מצא הצגה פרמטרית של ישר החיתוך שבין המישורים.

(4) נתונים שני מישורים נחתכים: $\pi_7 : x - 2y - z + 6 = 0$, $\pi_8 : z - 2 = 0$. מצא הצגה פרמטרית של ישר החיתוך שבין המישורים.

(5) מצא הצגה פרמטרית של ישר החיתוך של המישור $\pi : 6x - 5y + z + 18 = 0$ עם המישור $[xz]$.

(6) נתונים שני מישורים: $\pi_1 : x - 3y + 2z - 1 = 0$, $\pi_2 : 4x + y - z - 6 = 0$. מצא הצגה פרמטרית של ישר המקביל לשני המישורים ועובר בראשית.

תשובות סופיות

$$\ell : \underline{x} = (-2, 6, 0) + t(2, 16, 12) \quad (1)$$

$$\ell : \underline{x} = (0, 2, 2) + t(1, 2, 4) \quad (2)$$

$$\ell : \underline{x} = (0, 4, 10) + t\left(4, 7\frac{1}{3}, 10\right) \quad (3)$$

$$\ell : \underline{x} = (0, 2, 2) + t(4, 2, 0) \quad (4)$$

$$\ell : \underline{x} = (-3, 0, 0) + t(3, 0, -18) \quad (5)$$

$$\ell : \underline{x} = t(1, 9, 13) \quad (6)$$

זווית בין שני ישרים

שאלות

- (1) מצא את הזווית שבין זוגות הישרים הבאים:
- א. $\ell_1 : \underline{x} = (4, 0, 0) + t(6, 8, 1)$, $\ell_2 : \underline{x} = s(-4, 2, -4)$
- ב. $\ell_1 : \underline{x} = (10, 17, -18) + t(3, 0, -6)$, $\ell_2 : \underline{x} = (6, 5, 4) + s(0, 4, 0)$
- (2) מצא את הזווית שבין ישר העובר דרך הנקודות $A(3, 4, 6)$, $B(6, 0, -2)$ וישר העובר דרך הנקודות: $C(6, 5, 1)$, $D(-1, 4, 2)$ וקבע מה המצב ההדדי ביניהם.
- (3) נתונות הנקודות $A(1, -3, 0)$, $B(4, 2, -1)$, $C(3, -1, 2)$.
- א. מצא הצגה פרמטרית של ישר במרחב העובר דרך הנקודות:
1. A ו-B.
2. B ו-C.
3. A ו-C.
- ב. מי מבין הנקודות $D(4, 2, -1)$ ו- $E(7, 7, -3)$ נמצאת על הישר AB שמצאת בסעיף הקודם?
- ג. חשב את הזווית שבין הישר AB והישר BC.
- (4) נתון מישור שמשוואתו: $3x - 4y + 6 = 0$. הנקודות $A(x, 6, 1)$, $B(-2, y, -1)$ נמצאות על המישור והנקודה C נמצאת על מישור $[yz]$ ומקימת: $z_C = 11$. מצא את שיעורי הנקודה C, אם ידוע כי קוסינוס הזווית שבין הישרים AB ו-AC הוא: $\sqrt{\frac{13}{76}}$.

תשובות סופיות

- (1) א. 78.521° ב. 90°
- (2) 63.37° . הישרים מצטלבים.
- (3) א. 1. $\ell : \underline{x} = (1, -3, 0) + t(3, 5, -1)$ א. 2. $\ell : \underline{x} = (4, 2, -1) + t(-1, -3, 3)$
- א. 3. $\ell : \underline{x} = (1, -3, 0) + t(2, 2, 2)$ ב. הנקודה D. ג. 35.477°
- (4) C(0, 28.45, 11) או C(0, 2, 11)

זווית בין ישר ומישור

שאלות

- (1) מצא את הזווית שבין הישר והמישור הבאים:
 $\ell : \underline{x} = (-2, 0, 5) + t(-2, 1, 2)$, $\pi : 3x - 2y + 2z + 9 = 0$
- (2) נתונות הנקודות $A(1, -1, 2)$, $B(0, 2, -1)$, $C(1, 2, 5)$, $D(-7, 3, -1)$.
 מצא את הזווית בין הישר העובר בנקודות A ו-D ובין המישור ABC.
- (3) נתונה פירמידה משולשת SABC, שמשוואת הבסיס ABC שלה היא: $2x + y - 2z - 6 = 0$. קדקוד הפירמידה הוא $S(3, 1, -2)$.
 מצא את הזווית בין המקצוע הצדדי SB לבסיס הפירמידה,
 אם נתון כי שיעורי הקדקוד B מקיימים: $x_B = z_B = -1$.

תשובות סופיות

- (1) 18.87°
 (2) 44.83°
 (3) 14.9°

זווית בין שני מישורים

שאלות

- (1) מצא את הזווית שבין המישורים הבאים : $\pi_1 : 4x + 3y + z - 12 = 0$ ו- $\pi_2 : 4x - 7y + 5z + 3 = 0$.
- (2) נתונה פירמידה משולשת ABCD, שקדקודיה הם : $A(0, 2, -5)$, $B(3, -1, 1)$, $C(7, -1, -5)$, $D(3, 2, 0)$. מצא את הזווית בין הפאה הצדדית ABD לבסיס הפירמידה ABC.
- (3) מצא את הזווית בין מישור שמשוואתו $3x + 5y - z + 4 = 0$ למישור $[xz]$.

תשובות סופיות

- (1) 90°
- (2) 87.539°
- (3) 32.312°

מרחק בין שתי נקודות במרחב

שאלה

- (1) נתונות הנקודות: $A(2, 4, -5)$, $B(0, -2, 6)$ ו- $C(k, -1, 13-k)$.
מצא ערכי k עבורם המשולש ABC יהיה שווה-שוקיים: $AB = AC$.

תשובה

- (1) $k = 8$ או $k = 12$.

מרחק בין נקודה לישר

שאלות

- (1) מצא את המרחק שבין הנקודה $A(13, -1, -19)$ לישר $\ell : \underline{x} = t(2, 0, -7)$.
- (2) נתונות הנקודות $A(1, 6, -1)$, $B(2, -1, 0)$, $C(6, -4, 0)$.
חשב את שטח המשולש ABC .
- (3) על הישר $\ell : \underline{x} = (5, -2, 0) + t(0, 1, -1)$ מונחת הצלע AB של ריבוע $ABCD$.
אחד מקודקודי הריבוע הוא $D(5, 4, 2)$. מצא את שיעורי הקדקוד B
(שתי אפשרויות).

תשובות סופיות

- (1) $\sqrt{54}$
- (2) 12.75 יח"ש.
- (3) $B(5, -4, 2)$ או $B(5, 4, -6)$.

מרחק בין נקודה למישור

שאלות

- (1) מצא את מרחקו של המישור $4x - 2y - 4z + 15 = 0$ מראשית הצירים.
- (2) מצא משוואת מישור המאונך לישר $\ell : \underline{x} = (1, -8, 3) + t(3, -2, 1)$ ונמצא במרחק $\sqrt{14}$ מהנקודה $A(4, 5, -9)$.
- (3) נתונים ישר ומישור: $\pi : 2x + 4y - 4z + 15 = 0$, $\ell : \underline{x} = (7, 19, -3) + t(3, 14, -4)$. מצא את הנקודות שעל הישר שמרחקן מהמישור הוא 6.5.

תשובות סופיות

- (1) $2\frac{1}{2}$
- (2) $\pi : 3x - 2y + z - 7 = 0$ או $\pi : 3x - 2y + z + 21 = 0$
- (3) $(1, -9, 5)$ או $(4, 5, 1)$

מרחק בין ישרים מקבילים

שאלות

(1) נתונות הנקודות $A(15,0,-4)$, $B(12,-5,2)$, $C(6,1,4)$, $D(12,11,-8)$.

א. מצא את המצב ההדדי בין הישר העובר בנקודות A ו-B

ובין הישר העובר בנקודות C ו-D.

ב. מצא את המרחק בין הישרים מסעיף א'.

(2) 4 צלעות של מרובע מונחות על הישרים:

$$l_1: \underline{x} = (2, 0, -1) + t(1, -2, 1) \quad , \quad l_2: \underline{x} = (-8, -1, 19) + s(-4, 1, 6)$$

$$l_3: \underline{x} = (-2, 7, -11) + r(-2, 4, -2) \quad , \quad l_4: \underline{x} = (-2, 1, 5) + q(4, -1, -6)$$

א. הוכח כי המרובע הוא מלבן.

ב. מצא את שטח המלבן.

תשובות סופיות

(1) א. מקבילים. ב. $\sqrt{76}$ יח"א.

(2) א. הוכחה. ב. $\sqrt{824}$ יח"ש.

מרחק בין ישר למישור

שאלות

- (1) נתונה משוואת מישור: $4x - z + 6 = 0$.
- א. מצא את המצב ההדדי בין ציר ה- y ובין המישור הנתון.
 ב. מצא את המרחק בין ציר ה- y ובין המישור הנתון.
- (2) נתונים ישר ומישור: $\pi: 3x + 12y - 4z + k - 10 = 0$, $l: \underline{x} = (1, k - 1, 5) + t(4, -2, -3)$.
- א. הוכח שהישר מקביל למישור או מוכל בו.
 ב. מצא את ערכו של הפרמטר k שעבורו המרחק בין הישר למישור הוא 1.

תשובות סופיות

(1) א. הישר מקביל למישור. ב. $\frac{6}{\sqrt{17}}$

(2) א. הוכחה. ב. $k = 2, 4$

מרחק בין מישורים מקבילים

שאלות

- (1) נתונה משוואת מישור: $\pi: 3x - 4y + 5z - 10 = 0$. מצא משוואת מישור המקביל למישור הנתון והנמצא במרחק $\sqrt{8}$ ממנו.
- (2) נתונים שני מישורים מקבילים: $\pi_1: x - 2y - 2z + 6 = 0$, $\pi_2: x - 2y - 2z - 12 = 0$. מצא את משוואת המישור המקביל לשני המישורים הנתונים והנמצא במרחק שווה משניהם.
- (3) נתונים שישה מישורים:
 $\pi_1: 2x + y - 2z - 11 = 0$, $\pi_2: x + 2y + 2z + 5 = 0$, $\pi_3: 2x - 2y + z + 3 = 0$
 $\pi_4: 2x + y - 2z + 7 = 0$, $\pi_5: x + 2y + 2z - 1 = 0$, $\pi_6: kx + qy + z + p = 0$
 מצא את ערכי הפרמטרים k, q, p שעבורם ששת המישורים יוצרים תיבה שנפחה 60 יחידות נפח.
- (4) כדור שמרכזו בנקודה $O(3, 8, -1)$ חסום בקובייה שבסיסה התחתון מונח על מישור שמשוואתו $12x + 4y - 3z - 6 = 0$. מצא את משוואת המישור עליו מונח הבסיס העליון של הקובייה.

תשובות סופיות

- (1) $\pi_1: 3x - 4y + 5z + 10 = 0$, $\pi_2: 3x - 4y + 5z - 30 = 0$
- (2) $\pi_3: x - 2y - 2z - 3 = 0$
- (3) $k = 2, q = -2, p = 18, -12$
- (4) $12x + 4y - 3z - 136 = 0$

מרחק בין ישרים מצטלבים

שאלות

- (1) נתונים שני הישרים הבאים: $l_1 : \underline{x} = (-3, 2, 6) + t(-4, 1, 2)$ ו- $l_2 : \underline{x} = (0, 2, -7) + s(1, 0, -1)$. הראה שהישרים מצטלבים ומצא את המרחק שביניהם.
- (2) נתונים שני הישרים המצטלבים הבאים: $l_1 : \underline{x} = (-1, 0, 5) + t(1, 1, -2)$ ו- $l_4 : \underline{x} = (2, -1, 9) + s(6, -1, 0)$. מצא את המרחק שביניהם.
- (3) מצא את מרחק הישר $l : \underline{x} = (4, -2, -1) + t(-1, 1, 6)$ מציר ה- z .

תשובות סופיות

- (1) $\frac{10}{\sqrt{6}}$ יח"א.
- (2) 1.567 יח"א.
- (3) $\sqrt{2}$ יח"א.