

# פיזיקה 1 מכניקה

פרק 19 - כבידה וכוח מרכזי -

תוכן העניינים

1. תנועה תחת כוח מרכזי וכוח הכובד..... 1
2. חוקי קפלר..... 4
3. תרגילים נוספים..... 5

## תנועה תחת כוח מרכזי וכוח הכובד:

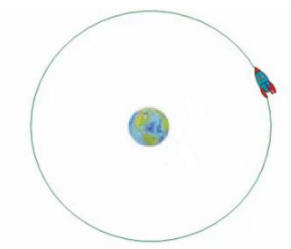
### שאלות:



#### (1) טיל יוצא מכדה"א וחוזר

טייל נורה מכדור הארץ. הטייל מתרחק מכדור הארץ וחוזר אליו בחזרה. נתון שבאיוושהי נקודה במסלול המרחק של הטייל מכדה"א הוא  $R_1$ .

- נתונה הזווית בין  $R_1$  למהירות באותו הרגע  $v_1$  היא 30 מעלות. רדיוס כדה"א הוא  $R_E$  וזווית הפגיעה של הטייל בכדה"א היא  $\theta$ .
- א. מצא את:  $v_0, v_1, v_2, \theta_0$ . (מהירות פגיעת הטייל בכדה"א).
- ב. חשב את:  $R_{\max}$  (המרחק המקסימלי של הטייל מכדה"א) ו-  $v_{\min}$  (המהירות באותה נקודה).



#### (2) חלק עף במהירות מילוט

חללית בעלת מסה  $m$  סובבת את כדה"א במסלול מעגלי ברדיוס  $R$ . ברגע מסוים החללית מתפצלת לשני חלקים. אחד החלקים בעל מסה של שלישי  $m$  עף בכיוון הרדיאלי במהירות המילוט. מצא את הרדיוס המינימלי והמקסימלי של החלק השני.

#### (3) פוטנציאל אפקטיבי

גוף בעל מסה  $m$  נע בתנועה מעגלית תחת השפעת הפוטנציאל:  $U(r) = -\frac{A}{\sqrt{r}}$ . כאשר  $A$  קבוע נתון. נתון גם התנע הזוויתי של הגוף  $L$ .

א. מצא את רדיוס המעגל.

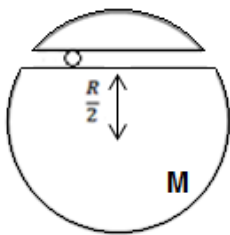
ב. מצא את מהירות הגוף.

#### (4) זמן מחזור

גוף בעל מסה  $m$  נע בקו ישר (מימד אחד) תחת הפוטנציאל:  $U(x) = B|x|$ . נתון כי המרחק המקסימלי אליו מגיע הגוף הוא  $A$ .

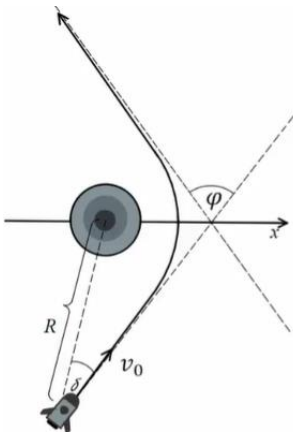
א. מצא את ערך האנרגיה הכללית של הגוף.

ב. מצא את זמן המחזור.



**(5) גוף זז במנהרה במרחק מהמרכז**

גוף נע במנהרה הנמצאת במרחק  $\frac{R}{2}$  ממרכז כדור בעל מסה  $M$ .  
הגוף מתחיל ממנוחה בקצה המנהרה ואין חיכוך.  
מצא את מיקום הגוף כפונקציה של הזמן.



**(6) מדידת מסה של חור שחור**

חור שחור הינו גוף שמימי כבד מאוד.

כדי למדוד את המסה  $M$  של חור שחור הנמצא במרחק גדול מאוד  $R$  מאתנו ובמנוחה ביחס אלינו, יורים לעברו טיל בעל מסה  $m$  הקטנה מאוד ביחס למסת החור.

המהירות ההתחלתית של הטיל היא  $v_0$  והיא מוסטת בזווית  $\delta$  קטנה מאוד לכיוון המדויק אל החור.

מכשור שנמצא על הטיל יכול להורות לנו מה הזווית  $\phi$  אליו הוסט הטיל לאחר זמן רב ביחס לזווית ממנה התחיל. ניתן להניח כי האנרגיה הפוטנציאלית במרחק  $R$  זניחה.

א. מהי האקסצנטריות של מסלול הטיל סביב החור השחור? מהו סוג המסלול? (מעגל, אליפסה או היפרבולה).

ב. מהי הזווית של מהירות הטיל לאחר שהתרחק מאוד מהחור ביחס לציר ה- $x$ ?

ג. מצא קשר בין הזווית של סעיף ב' ל- $\phi$  ובטא את מסת החור באמצעות:

$m, R, v_0, \delta, \phi$ .

## תשובות סופיות:

(1) ראה סרטון.

(2) ראה סרטון.

$$r_0 = \left( \frac{2L^2}{mA} \right)^{\frac{2}{3}} \text{ א. (3)}$$

$$v = \frac{L}{m \left( \frac{2L^2}{mA} \right)^{\frac{2}{3}}} \text{ ב.}$$

$$T = 8A \sqrt{\frac{2B}{m}} \text{ ב.}$$

$$E(x_{\max}) = 0 + B \cdot A \text{ א. (4)}$$

$$x(t) = -\frac{\sqrt{3}}{2} R \cos \left( \sqrt{\frac{GM}{R^3}} t \right) \text{ (5)}$$

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \left( \frac{v_0^2 R \sin \delta}{GM} \right)^2}, \text{ א. היפרבולה, (6)}$$

$$\cos \theta = -\frac{1}{\varepsilon} \text{ ב.}$$

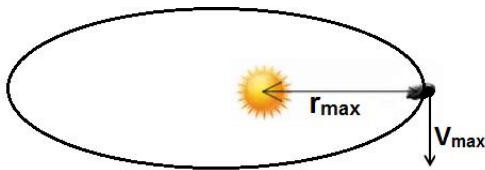
$$M = \frac{1}{G} v_0^2 R \sin \delta \tan \frac{\varphi}{2} \text{ ג.}$$

## חוקי קפלר:

### שאלות:

#### (1) מציאת זמן מחזור

גוף נע סביב השמש במסלול אליפטי כך שמהירותו המקסימאלית ומרחקו המינימלי מהשמש נתונים. נתון גם שטח האליפסה שעושה הגוף. מצא את זמן המחזור של הגוף.

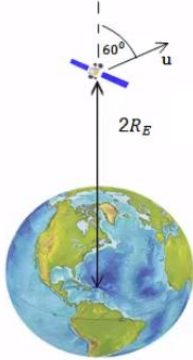


### תשובות סופיות:

$$T = \left( \frac{r_{\min} v_{\max}}{2S} \right)^{-1} \quad (1)$$

## תרגילים נוספים:

### שאלות:



- 1) לוויין נכנס למסלול אליפטי**  
 לוויין נורה אנכית מפני כדה"א.  
 הלוויין מגיע לשיא גובה של  $2R_E$ .  
 ברגע זה ניתנת לו מהירות בכיוון  $60^\circ$  מעלות עם האנך לכדור הארץ שגודלה  $u$ .  
 (התעלם מסיבוב ותנועת כדור הארץ).  
 א. מצא תנאי על המהירות  $u$  כך שהלוויין ישאר במסלול סגור.  
 ב. מצא תנאי נוסף על  $u$  כך שהלוויין לא יפגע בכדור הארץ.

### 2) יקום דו מימדי

ביקום דו מימדי פועל כוח שמרכזו בנקודה  $(x_0, y_0)$

וגודלו:  $\frac{k}{\left((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2\right)^{\frac{3}{4}}}$ . כיוון הכוח הוא תמיד לכיוון מרכזו.

א. האם הכוח הוא כוח משמר? אם כן, מצא את האנרגיה הפוטנציאלית של הכוח.

חשב את העבודה שמבצע הכוח על מסה  $M$  אשר נעה בין הנקודה  $(x_1, y_1)$  לבין הנקודה  $(x_2, y_2)$ .

ב. מסה  $M$  נמצאת במיקום  $(Bx_0, By_0)$  ויש לה מהירות:  $\vec{v} = A(\hat{x} + \hat{y})$ .

מה תהיה מהירות המסה כשהמרחק בינה לבין מרכז הכוח יהיה  $d$ ?  
 ( $A, B, d$  גדולים מאפס).

ג. מסה  $M$  נמצאת במרחק  $r_1$  ממרכז הכוח.

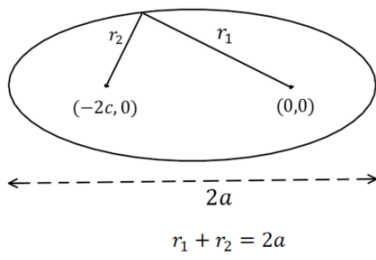
למסה מהירות  $v_1$  וידוע שהמסה נמצאת בשיווי משקל בכל זמן.

מצא קשר בין  $v_1$  לבין  $r_1$ .

ד. פצצה בעלת מסה  $M$  מסתובבת סביב מרכז הכוח וברגע שגודל המהירות שלה הוא  $v_2$  והמרחק שלה הוא  $r_2$ , כיוון המהירות מאונך לכיוון המיקום שלה ביחס למרכז הכוח. באותו הרגע הפצצה מתפוצצת לשני חלקים אחד בגודל  $m$  והשני בגודל  $M-m$ .

החלק  $M-m$  ממשיך באותו כיוון מהירות כמו לפני הפיצוץ.

מה צריכה להיות מהירות החלק  $m$  על מנת שהחלק  $M-m$  יהיה במרחק קבוע ממרכז הכוח לאחר הפיצוץ והלאה?



**(3) פיתוח משוואת האליפסה**

באליפסה סכום המרחקים של כל נקודה משני המוקדים של האליפסה הוא קבוע ושווה ל-  $2a$  (רוחב האליפסה).

נתונה אליפסה שהמוקדים שלה נמצאים בנקודות  $(0, 0)$  ו-  $(-2c, 0)$ .

הראו כי משוואת האליפסה היא:  $r(\theta) = \frac{r_0}{1 + \varepsilon \cos \theta}$  כאשר  $\varepsilon = \frac{c}{a}$

$$r_0 = \frac{(a^2 - c^2)}{a}$$

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } |u| < \sqrt{\frac{GM}{R_E}} \quad \text{ב. } \sqrt{\frac{GM}{2R_E}} < |u| < \sqrt{\frac{GM}{R_E}}$$

$$(2) \quad \text{א. משמר, } U(r') = -2kr'^{-\frac{1}{2}}, \text{ כאשר } r' = \left( (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$W = 2k \left[ \left( (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 \right)^{-\frac{1}{4}} - \left( (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 \right)^{-\frac{1}{4}} \right]$$

$$\text{ג. } v_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} r_1^{-\frac{1}{4}} \quad \text{ב. } v = \left( 2A^2 - \frac{4k}{m} \left[ d^{-\frac{1}{2}} - (B-1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (x_0^2 + y_0^2)^{-\frac{1}{4}} \right] \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{ד. אחורה } u_2 = \frac{1}{m}(M-m) \sqrt{\frac{k}{m}} r_1^{-\frac{1}{4}} - \frac{M}{m} v_1$$

(3) הוכחה.