

מתמטיקה ב לכלכלנים

פרק 23 - כלל השרשרת בפונקציות של מספר משתנים

תוכן העניינים

1. כלל השרשרת בפונקציות של מספר משתנים.....1

כלל השרשרת בפונקציות של מספר משתנים

בתרגילים בפרק זה, הנח שכל הנגזרות הרשומות קיימות.

שאלות

(1) נתון: $x = 2u - v$, $y = u^2 + v^2$, $z = \ln(x^2 - y^2)$

חשב: z_u , z_v

(2) נתון: $v = 4t + k$, $u = t^2 + 4m$, $z = e^{u-v}$

חשב: z_t , z_m , z_k

(3) נתון: $z = f(x^2 - y^2)$

הוכח: $y \cdot z_x + x \cdot z_y = 0$

(4) נתון: $z = f(xy)$

הוכח: $x \cdot z_x - y \cdot z_y = 0$

(5) נתון: $z = f\left(\frac{x}{y}\right)$

הוכח: $x \cdot z_x + y \cdot z_y = 0$

(6) נתון: $z = f(x - y, y - x)$

הוכח: $z_x + z_y = 0$

(7) נתון: $w = f(x - y, y - z, z - x)$

הוכח: $w_x + w_y + w_z = 0$

(8) נתון: $z = y \cdot f(x^2 - y^2)$

הוכח: $\frac{1}{x} z_x + \frac{1}{y} z_y = \frac{z}{y^2}$

$$(9) \text{ נתון: } z = xy + xf\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\text{הוכח: } x \cdot z_x + y \cdot z_y = xy + z$$

$$(10) \text{ נתון: } u(x, y, z) = x^2 \cdot f\left(\frac{y}{x}, \frac{z}{x}\right)$$

$$\text{הוכח: } xu_x + yu_y + zu_z = 2u$$

$$(11) \text{ נתון: } h(x, y) = f(y + ax) + g(y - ax)$$

$$\text{הוכח: } h_{xx} = a^2 \cdot h_{yy}$$

תשובות סופיות

$$(1) \quad z_u = \frac{1}{x^2 - y^2} \cdot 2x \cdot 2 + \frac{1}{x^2 - y^2} (-2y) \cdot 2u$$

$$(2) \quad z_t = e^{u-v} (1) \cdot 2t + e^{u-v} (-1) \cdot 4, \quad z_m = e^{u-1} (1) \cdot 4, \quad z_k = e^{u-v} (-1) \cdot 1$$

שאר השאלות הן שאלות הוכחה, לפתרונות מלאים היכנסו לאתר GooL.co.il