

טורים והתמרות

פרק 8 - מבוא לטופולוגיה

תוכן העניינים

1. מבוא לטופולוגיה.....1

מבוא לטופולוגיה

שאלות

(1) נתונה הפונקציה $f(x, y) = \sqrt{5 - x^2 - y^2} + \ln(4y - x^2)$.

- א. מצא את תחום ההגדרה D של הפונקציה.
- ב. שרטט סקיצה של הקבוצה D .
- ג. האם הקבוצה חסומה?
- ד. האם הקבוצה קשירה?
- ה. רשמו את כל הנקודות הפנימיות של הקבוצה.
- ו. האם הקבוצה פתוחה?
- ז. מהי שפת הקבוצה? רשמו שתי נקודות שפה של הקבוצה: אחת אשר נמצאת בקבוצה ואחת אשר אינה נמצאת בקבוצה. הערה: נקודת שפה של קבוצה נקראת גם נקודה גבולית של הקבוצה.
- ח. האם הקבוצה סגורה?
- ט. האם הפונקציה $f(x, y)$ חסומה בקבוצה D ?
- י. האם הפונקציה רציפה ב- D ?

(2) נתונה הפונקציה $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 4} + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה D של הפונקציה.
- ב. שרטט סקיצה של הקבוצה D .
- ג. האם הקבוצה חסומה?
- ד. האם הקבוצה קשירה?
- ה. רשמו את כל הנקודות הפנימיות של הקבוצה.
- ו. האם הקבוצה פתוחה?
- ז. מהי שפת הקבוצה? רשמו שתי נקודות שפה של הקבוצה: אחת אשר נמצאת בקבוצה ואחת אשר אינה נמצאת בקבוצה.
- ח. האם הקבוצה סגורה?
- ט. האם הפונקציה $f(x, y)$ חסומה בקבוצה D ?
- י. האם הפונקציה רציפה ב- D ?

(3) נתונה הפונקציה $f(x, y) = \sqrt{-x^2 + y^2 + 1} + \frac{x+y}{x-y}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה D של הפונקציה.
 ב. שרטט סקיצה של הקבוצה D .
 ג. האם הקבוצה חסומה?
 ד. האם הקבוצה קשירה?
 ה. רשמו את כל הנקודות הפנימיות של הקבוצה.
 ו. האם הקבוצה פתוחה?
 ז. מהי שפת הקבוצה? רשמו שתי נקודות שפה של הקבוצה:
 אחת אשר נמצאת בקבוצה ואחת אשר אינה נמצאת בקבוצה.
 ח. האם הקבוצה סגורה?
 ט. האם הפונקציה $f(x, y)$ חסומה בקבוצה D ?
 י. האם הפונקציה רציפה ב- D ?

תשובות סופיות



א. (1) $D = \left\{ (x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 5, y > \frac{1}{4}x^2 \right\}$. ב.

ג. הקבוצה חסומה. ד. הקבוצה קשירה.

ה. כל הנקודות ב-D למעט הנקודות: $C = \left\{ (x, y) \mid x^2 + y^2 = 5, -2 < x < 2 \right\}$

ו. הקבוצה אינה פתוחה.

ז. $\partial D = \underbrace{\left\{ (x, y) \mid x^2 + y^2 = 5, -2 < x < 2 \right\}}_C \cup \underbrace{\left\{ (x, y) \mid 4y = x^2, -2 < x < 2 \right\}}_E$

ח. נק' שפה ששייכת לקבוצה. (0,0) נק' שפה שאינה שייכת לקבוצה.

ט. הקבוצה אינה סגורה. הפונקציה לא חסומה בקבוצה.

י. הפונקציה רציפה בכל תחום הגדרתה.



א. (2) $D = \left\{ (x, y) \mid x^2 + y^2 \geq 4, x > 0 \right\}$. ב.

ג. הקבוצה לא חסומה. ד. הקבוצה קשירה.

ה. כל הנקודות ב-D למעט הנקודות $C = \left\{ (x, y) \mid x^2 + y^2 = 4, -2 < y < 2 \right\}$

ו. הקבוצה איננה פתוחה.

ז. $\partial D = \underbrace{\left\{ (x, y) \mid x^2 + y^2 = 4, -2 < y < 2 \right\}}_C \cup \underbrace{\left\{ (x, y) \mid x = 0, |y| > 2 \right\}}_E$

ח. נק' שפה ששייכת לקבוצה. (2,0) נק' שפה שאינה שייכת לקבוצה.

ט. הקבוצה אינה סגורה. הפונקציה לא חסומה בקבוצה D.

י. הפונקציה רציפה בכל תחום הגדרתה.



א. (3) $D = \left\{ (x, y) \mid x^2 - y^2 \leq 1, y \neq x \right\}$. ב.

ג. הקבוצה לא חסומה. ד. הקבוצה לא קשירה.

ה. כל הנקודות ב-D פנימיות למעט הנקודות: $\left\{ (x, y) \mid x^2 - y^2 = 1 \text{ or } y = x \right\}$

ו. הקבוצה איננה פתוחה.

ז. $\partial D = \underbrace{\left\{ (x, y) \mid x^2 - y^2 = 1 \right\}}_C \cup \underbrace{\left\{ (x, y) \mid y = x \right\}}_E$

ח. נק' שפה ששייכת לקבוצה. (0,0) נק' שפה שאינה שייכת לקבוצה.

ט. הקבוצה אינה סגורה. הפונקציה $f(x, y)$ לא חסומה בקבוצה D.

י. הפונקציה היא פונקציה אלמנטרית ולכן רציפה בכל תחום הגדרתה.