

פיזיקה 1 מכניקה

פרק 1 - מבוא מתמטי -

תוכן העניינים

1. A	(ללא ספר)
2.	מעברי יחידות
3.	סינוס קוסינוס ומה שביניהם
4.	נגזרות ואינטגרלים בסיסיים
5.	אינטגרל כפול ומשולש
6.	קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאלים
7.	צפיפות
8.	צפיפות אינפיטיסימלית
9.	חשבון דיפרנציאלי

מעברי יחידות:

שאלות:

(1) דוגמה 1

נתון: $A = 2\text{km}$, $B = 10\text{gr}$.

מצא את $C = A \cdot B$ ביחידות של m.k.s.

(2) דוגמה 2

נתון: $A = 2\text{m}^2$, $B = 3\text{gr}$, $C = 5\text{c.m} \cdot \text{s}$.

חשב את הגדלים הבאים ביחידות של m.k.s:

א. $D = 2 \cdot A$

ב. $E = \frac{5 \cdot B \cdot C}{A}$

(3) מעבר יחידות בחזקות

מצא את הגדלים הבאים ביחידות של ס"מ:

א. $A = 1\text{m}^2$

ב. $B = 1\text{m}^3$

(4) סנטימטר בשלישית

הבע את הערכים הנ"ל ביחידות של c.m^3 :

א. 5.2m^3

ב. 320mm^3

ג. 0.0054km^3

(5) ליטר, דוגמה

הבע את הגדלים הבאים ב-Liter:

א. 5m^3

ב. 5mm^3

תשובות סופיות:

(1) $20\text{m} \cdot \text{kg}$

(2) א. 4m^2

(3) א. 10^4cm^2

(4) א. $5.2 \cdot 10^6\text{cm}^3$

(5) א. $5 \cdot 10^3\text{Liter}$

ב. $37.5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{sec} \cdot \text{kg}}{\text{m}}$

ב. 10^6cm^3

ב. 0.32cm^3 ג. $5.4 \cdot 10^{12}\text{cm}^3$

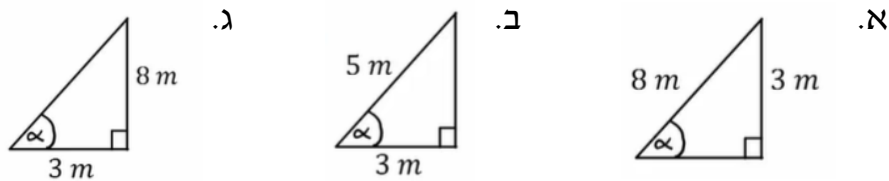
ב. $5 \cdot 10^{-6}\text{Liter}$

סינוס קוסינוס ומה שביניהם:

שאלות:

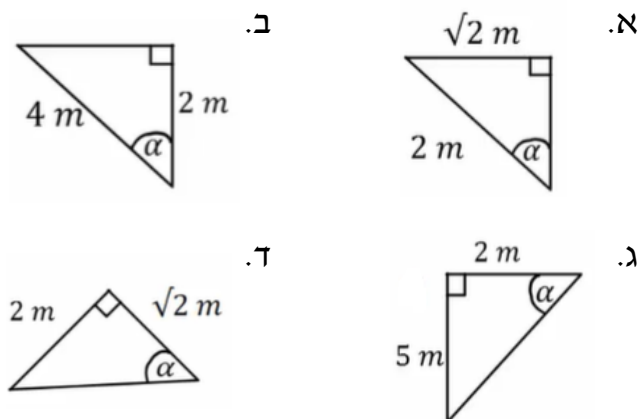
(1) דוגמה 1- חישוב אלפא

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:

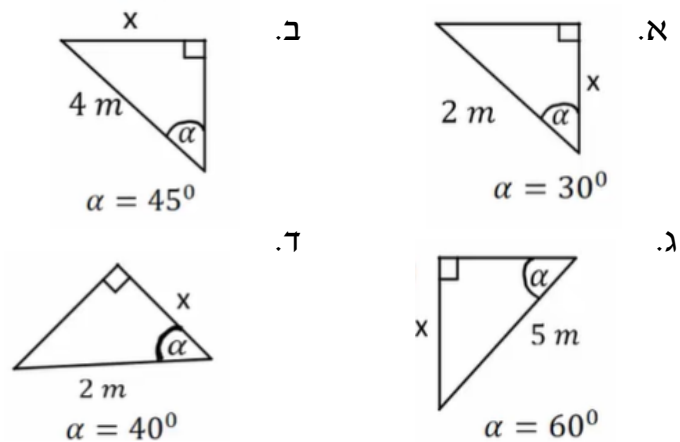


(2) דוגמה 2- משולשים שמסורטטים אחרת

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:



(3) דוגמה 2- מציאת ניצבים



תשובות סופיות:

- (1) א. $\alpha = 22^\circ$ ב. $\alpha = 53^\circ$ ג. $\alpha = 69^\circ$
- (2) א. $\alpha = 45^\circ$ ב. $\alpha = 60^\circ$ ג. $\alpha = 68.2^\circ$ ד. $\alpha = 55^\circ$
- (3) א. $\sqrt{3m}$ ב. $2\sqrt{2m}$ ג. $\frac{5\sqrt{3m}}{2}$ ד. $1.53m$

נגזרות ואינטגרלים בסיסיים:

שאלות:

1 דוגמה 1

חשב את הנגזרות הבאות:

א. $y = 5x^4$, $\frac{dy}{dx} = ?$

ב. $y = ax^5$, $\frac{dy}{dx} = ?$

ג. $y = 5x + 2x^{18}$, $\frac{dy}{dx} = ?$

ד. $f(x) = 8x^2 + 2$, $\frac{df}{dx} = ?$

ה. $y = 6t^2$, $\frac{dy}{dt} = ?$

ו. $x = 5t^3$, $\frac{dx}{dt} = ?$

ז. $x = 5t^4 + t^3 + 4$, $\frac{dx}{dt} = ?$

ח. $f(t) = At^6 + Bt + C$, $\frac{df}{dt} = ?$

2 דוגמה 2

חשב את הנגזרות הבאות:

א. $y = (5x^4 + 2)(5x + 2x^{18})$, $\frac{dy}{dx} = ?$

ב. $y = Ax^5(B + Cx^3)$, $\frac{dy}{dx} = ?$

ג. $y = 5x + 2x^2(4x + 5x^5)$, $\frac{dy}{dx} = ?$

ד. $y = (5t^2 + 1)(2t + 27 + 5t^3)$, $\frac{dy}{dt} = ?$

ה. $x = (2t^3 + 7)(4t + 3 + 6t^2)$, $\frac{dx}{dt} = ?$

(3) דוגמה 3-נגזרת פנימית

חשב את הנגזרות הבאות :

א. $y = (x+2)^4$, $\frac{dy}{dx} = ?$

ב. $y = 5(8x^2 + x)^5$, $\frac{dy}{dx} = ?$

ג. $y = 5t + 2(5t^4 + 4)^{14}$, $\frac{dy}{dx} = ?$

ד. $f(t) = 8(5t^4 + t^3 + 4)^2 + 2$, $\frac{df}{dt} = ?$

(4) דוגמה 4-כלל שרשרת

חשב את הנגזרות הבאות :

א. $y = (x+2)^4$, $x = 2t$, $\frac{dy}{dt} = ?$

ב. $y = 5(8x^2 + x)^5$, $x = 5t^4 + 4$, $\frac{dy}{dt} = ?$

ג. $y = 5x + 2(5x^4 + 4)^{14}$, $x = 3t^2 + t$, $\frac{dy}{dt} = ?$

ד. $y = x^2$, $x = t^2$, $\frac{dy}{dt} = ?$

(5) דוגמה 1-אינטגרלים בסיסיים

חשב את האינטגרלים הבאים :

א. $\int x^7 dx$

ב. $\int x dx$

ג. $\int dx$

ד. $\int 3dx$

ה. $\int 7x^4 dx$

ו. $\int (5x^2 + 3) dx$

ז. $\int (8x^7 + 5x) dx$

ח. $\int Ax^7 dx$

ט. $\int (Ax^7 + Bx) dx$

(6) דוגמה 2-אינטגרל מסוים
 חשב את האינטגרלים הבאים :

א. $\int_0^2 x^5 dx$

ב. $\int_1^5 4dx$

ג. $\int_{-1}^3 7x^4 dx$

ד. $\int_0^4 (2x^2 + 4) dx$

ה. $\int_{-1}^2 (Ax^7 + Bx) dx$

(7) דוגמה 3-אינטגרל של פונקציות נוספות
 חשב את האינטגרלים הבאים :

א. $\int_0^\pi \sin x dx$

ב. $\int_0^\pi \cos(2x) dx$

ג. $\int e^{3x} dx$

ד. $\int_0^5 2e^{-3x} dx$

ה. $\int_3^5 \frac{1}{x} dx$

ו. $\int \frac{1}{x^2} dx$

ז. $\int e^{ax} dx$

תשובות סופיות:

- (1) א. $20x^3$ ב. $5a \cdot x^4$ ג. $5 + 36x^{17}$ ד. $16x$ ה. $12 \cdot t$
- ו. $15t^2$ ז. $20t^3 + 3t^2$ ח. $6At^5 + B$
- (2) א. $20x^3 \cdot (5x + 2x^{18}) + (5x^4 + 2)(5 + 36x^{17})$ ב. $5Ax^4(B + Cx^3) + 3ACx^7$
- ג. $5 + 4x \cdot (4x + 5x^5) + 2x^2(4 + 25x^4)$
- ד. $(10t)(2t + 27 + 5t^3) + (5t^2 + 1)(2 + 0 + 15t^2)$
- ה. $(6t^2 + 0)(4t + 3 + 6t^2) + (2t^3 + 7)(4 + 0 + 12t)$
- (3) א. $4(x + 2)^3 \cdot 1$ ב. $25(8x^2 + x)^4(16x + 1)$ ג. $5 + 560(5t^4 + 4)^{13}$
- ד. $16(5t^4 + t^3 + 4)(20t^3 + 3t^2)$
- (4) א. $8(2t + 2)^3$ ב. $500t^3(8(5t^4 + 4)^2 + 5t^4 + 4) \cdot (16(5t^4 + 4) + 1)$
- ג. $(5 + 2 \cdot 14(5x^4 + 4)^{13} \cdot (5 \cdot 4x^3 + 0)) \cdot (3 + 2t + 1)$ ד. $4t^3$
- (5) א. $\frac{x^8}{8} + C$ ב. $\frac{x^2}{2} + C$ ג. $x + C$ ד. $3x$ ה. $\frac{7x^5}{5} + C$
- ו. $x^8 + \frac{5}{2}x^2 + C$ ח. $A \cdot \frac{x^8}{8} + C$ ט. $A \frac{x^8}{8} + B \frac{x^2}{2} + C$
- (6) א. 10.67 ב. 16 ג. 341.6 ד. 58.67 ה. $31.875A + 1.5B$
- (7) א. 2 ב. 0 ג. $\frac{e^{3x}}{3} + C$ ד. $\frac{2}{3}$ ה. $\ln\left(\frac{5}{3}\right)$
- ו. $-\frac{1}{x} + C$ ז. $\frac{e^{ax}}{a}$

אינטגרל כפול ומשולש:

שאלות:

פתור את האינטגרלים הבאים:

- (1) אינטגרל משולש – דוגמה 1

$$\int_1^2 \int_0^2 \int_0^3 (zx^2 + 3y) dy dx dz$$
- (2) דוגמה 1

$$\int_0^3 \int_0^2 3 \cdot x^3 y^2 dx dy$$
- (3) דוגמה 2

$$\int_1^2 \int_0^3 (x^2 + 2y) dx dy$$
- (4) דוגמה 3

$$\int_0^2 \int_1^3 (x^2 + y) dy dx$$
- (5) דוגמה 4

$$\int_0^1 \int_0^2 x \cdot z^2 dx dz$$
- (6) דוגמה 5

$$\int_1^5 \int_0^4 2 \cdot y^3 dy dz$$
- (7) דוגמה 6

$$\int_0^{2\pi} \int_0^3 r^2 dr d\theta$$
- (8) דוגמה 7

$$\int_a^b \int_0^c 4 \cdot x^2 y dx dy$$
- (9) דוגמה 8

$$\int_a^b \int_0^c (4z + r^2) dr dz$$
- (10) דוגמה 9

$$\int_0^{2\pi} \int_0^R 4a \cdot r^2 dr d\theta$$
- (11) דוגמה 10

$$\int_0^{2\pi} \int_0^R 4yr^2 dr d\theta$$
- (12) דוגמה 11

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$$

תשובות סופיות:

(1) 39

(2) 108

(3) 18

(4) 13.33

(5) $\frac{2}{3}$

(6) 512

(7) 56.55

(8) $\frac{4c^3}{3} \left(\frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2} \right)$

(9) $2cb^2 + \frac{c^3}{3}b - 2ca^2 - \frac{a^3}{3}$

(10) $\frac{4aR^3}{3} 2\pi$

(11) $\frac{8\pi yR^3}{3}$

(12) $4\pi r^2$

קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאליים:

שאלות:

(1) דוגמה-זווית בין וקטורים

נתונים שני וקטורי מיקום:

הוקטור הראשון, $\vec{r}_1$, נתון בקואורדינטות כדוריות כך ש:

$$r = 2m, \theta = 0^\circ, \varphi = 30^\circ$$

הוקטור השני, $\vec{r}_2$, נתון בקואורדינטות גליליות כך ש:

$$r = 1m, \theta = 120^\circ, z = 2m$$

א. חשב את אורכו של כל וקטור.

ב. חשב את הזווית בין הוקטורים.

(2) שטח מעגל

חשב שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

(3) חישוב נפח גליל

חשב נפח גליל באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות גליליות.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \alpha = 48.5^\circ \quad \text{ב.} \quad |\vec{r}_1| = 2m, |\vec{r}_2| = \sqrt{5}m \quad \text{א.}$$

$$(2) \quad S = \pi R^2$$

$$(3) \quad V = \pi R^2 h$$

צפיפות:

שאלות:

(1) דיסקה עם חור

- א. מצא את הצפיפות של דיסקה בעלת רדיוס R ומסה M ?
- ב. בדיסקה קדחו חור ברדיוס r .
מצא את המסה שהוצאה מהדיסקה.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } \frac{M}{\pi R^2} \quad \text{ב. } M \left(\frac{r}{R} \right)^2$$

צפיפות אינפיטיסימלית:

שאלות:

(1) מוט עם צפיפות לא אחידה

חשב את המסה הכוללת של מוט בעל אורך L וצפיפות מסה $\lambda(x) = \lambda_0 \frac{x}{L}$ כאשר x הוא המרחק מהקצה השמאלי של המוט והפרמטרים: λ_0 , L הם קבועים.

תשובות סופיות:

$$\frac{\lambda_0 L}{2} \quad (1)$$

חשבון דיפרנציאלי:

שאלות:

(1) נגזרת סתומה**

נתונה הפונקציה הבאה: $f(x, y) = y^{\sin x} + 6y + e^{x^2+y^2} = 0$

מצא את: $\frac{dy}{dx}$

(2) אלמנט אורך בהחלפת קואורדינטות**

נתונות קואורדינטות חדשות: $r' = \frac{1}{r^2}$, $\theta' = \frac{1}{2}\theta$

כאשר r ו- θ הם הקואורדינטות הפולריות.
מצא את גודלו של אלמנט אורך dl כפונקציה של הקואורדינטות החדשות.

תשובות סופיות:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{(\ln y)(\cos x)(y^{\sin x}) + 2xe^{x^2+y^2}}{\sin x \cdot y^{(\sin x-1)} + 6 + 2ye^{(x^2+y^2)}} \quad (1)$$

$$dl^2 = \frac{1}{4}r'^{-3}dr'^2 + \frac{1}{r'}4d\theta'^2 \quad (2)$$