

# שדות אלקטרו מגנטיים

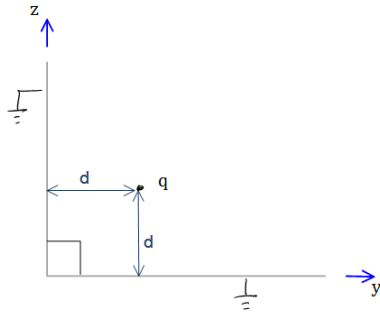
פרק 5 - מטעני דמות

תוכן העניינים

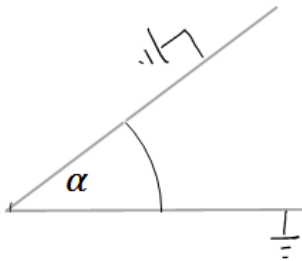
1. הרצאות ותרגילים.....1

## הרצאות ותרגילים:

### שאלות:



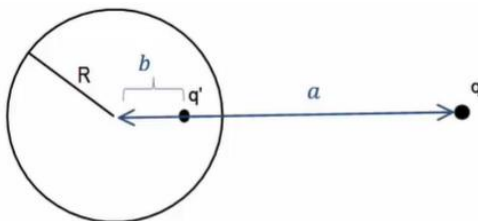
- (1) **לוחות בזווית 90 מעלות**  
 נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית ישרה. במרחק  $d$  משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען  $q$  כמתואר בשרטוט. מצא את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.



- (2) **לוחות בזווית אלפה**  
 נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית  $\alpha$ . במרחק  $d$  משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען  $q$  כמתואר בשרטוט. מצא את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

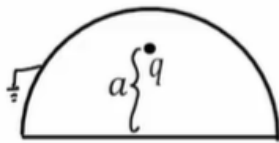
- (3) **מציאת התפלגות המטען על שפת המוליך**  
 נתון מישור אינסופי מוארק. במרחק  $z$  מעל המישור נמצא חלקיק בעל מטען  $q$ . מצא את התפלגות המטען  $\sigma$  על שפת המישור.

- (4) **כוח ואנרגיה במטעני דמות**  
 נתון מישור אינסופי מוארק ובמרחק  $z$  מעליו נמצא חלקיק בעל מטען  $q$ . מהו הכוח שמרגיש החלקיק?



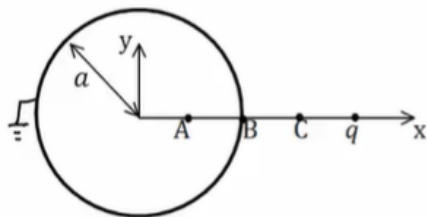
- (5) **מציאת התפלגות מטען עם ספירה**  
 נתונה ספירה מוליכה ומוארקת ברדיוס  $R$ . מול הספירה ישנו מטען נקודתי  $q$  במרחק  $a$  ממרכז הספירה. מצא את התפלגות המטען על השפה של הספירה.

**(6) מטען בתוך חצי ספירה**



מטען נקודתי  $q$  נמצא בתוך חצי ספירה כדורית, מוארקת ברדיוס  $R$ . המטען נמצא בגובה  $a$  מעל מרכז הספירה. מצא את מטעני הדמות בעזרתם נוכל לחשב את הפוטנציאל בכל המרחב.

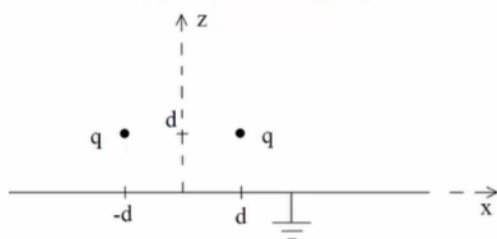
**(7) ספירה, מטען ושלוש נקודות**



קליפה כדורית ברדיוס  $a$  מוארקת. מטען  $q$  נמצא במרחק  $2a$  ממרכז הקליפה ועל ציר ה- $x$  כך ש:  $x_A = \frac{a}{2}$ ,  $x_B = a$ ,  $x_C = \frac{3a}{2}$ .

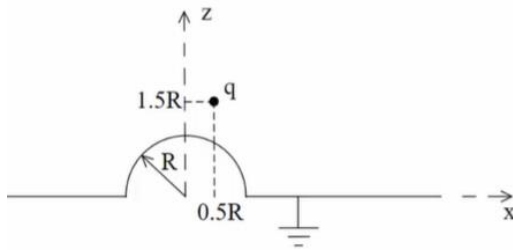
- מצא את הפוטנציאל בנקודות:  $A, B, C$ .
- מהי התפלגות המטען המשטחית בנקודה  $B$ ?
- מה הכוח הפועל על המטען  $q$ ?
- מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

**(8) שני מטענים מעל מישור**



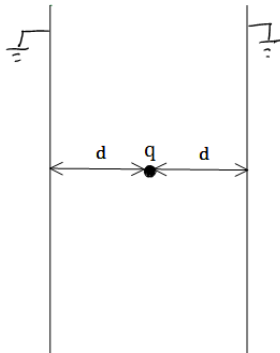
נתונים שני מטענים  $q$  במיקומים  $(d, 0, d)$  ו- $(-d, 0, d)$  מעל משטח אינסופי מוארק כבאיור.

- אילו מטעני שיקוף דרושים כדי לבטא פוטנציאל ושדה ב- $z > 0$ ?
- איזה כוח ירגיש המטען הימני (גודל וכיוון)? יש לנרמל  $\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d^2} = 1$  ולהגיע לתשובה מספרית.
- מהי התפלגות המטען על המוליך? ומהו המטען הכולל על המוליך?
- מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

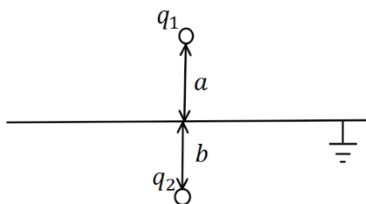


- 9) **מטען מעל חצי ספירה ולא במרכז**  
נתון חצי כדור מוליך מושלם בעל רדיוס R המונח על חצי מרחב מישור מוליך מושלם, כבאיור. מעל המוליך יש מטען q בקואורדינטה  $(0.5R, 0, 1.5R)$ .

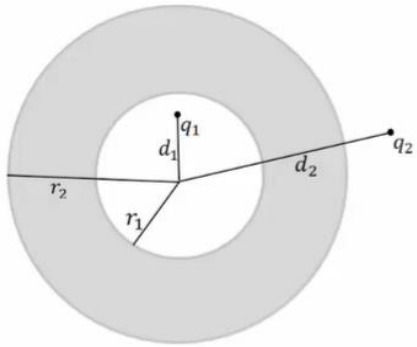
- א. מצא את גודל ומיקום מטעני השיקוף הדרושים בשביל לבטא את הפוטנציאל במרחב שמעל המבנה.  
ב. מצא את הפוטנציאל בנקודות  $(0, 0, 1.5R)$ ,  $(0, 0, 0.5R)$ .  
ג. מהי צפיפות המטען המשטחית על שפת המוליך בנקודה  $(\frac{\sqrt{3}R}{2}, 0, \frac{R}{2})$ ?  
ד. מה הכוח הפועל על המטען?  
ה. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?



- 10) **מטען בין שני לוחות אינסופיים**  
נתונים שני לוחות אינסופיים מוארקים במרחק 2d זה מזה. בדיוק באמצע ביניהם ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.  
א. מצא את פונקציית הפוטנציאל במרחב.  
ב. מצא את העבודה הדרושה לבניית המערכת.



- 11) **מטענים משני צידי מישור מוארק**  
מטען  $q_1$  נמצא במרחק a מעל מישור אינסופי מוארק. מטען  $q_2$  נמצא במרחק b מתחת למישור.  
א. מצא את השדה והפוטנציאל בכל המרחב.  
ב. מהי התפלגות המטען על המישור? ומהו המטען הכולל על המישור?



**12) קליפה עבה עם מטען בפנים ובחוץ**

נתונה קליפה כדורית עבה ומוליכה בעלת רדיוס

פנימי  $r_1$  ורדיוס חיצוני  $r_2$ .

מטען  $q_1$  נמצא במרחק  $d_1$  ממרכז הקליפה כך

ש-  $d_1 < r_1$ .

מטען  $q_2$  נמצא במרחק  $d_2$  ממרכז הקליפה כך

ש-  $d_2 > r_2$ .

המטענים לא נמצאים על אותו רדיוס.

א. מצא את הפוטנציאל בו נמצאת הקליפה.

ב. מצא את הכוח הפועל על המטען  $q_2$ .

ג. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

**13) דיפול מעל מישור**

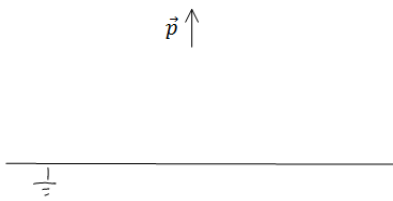
דיפול מונח במרחק  $z_0$  מלוח אינסופי מוארק.

מומנט הדיפול הוא:  $\vec{p} = (0, 0, p)$ .

א. מצא את השדה בכל המרחב.

ב. מצא את צפיפות המטען על המישור.

ג. מצא את סך המטען על המישור.



**14) ספירה נייטרלית**

מטען נקודתי  $q$  מונח במרחק  $a$  מספירה

מוליכה ברדיוס  $R$ .

הספירה אינה מוארקת ואינה מחוברת

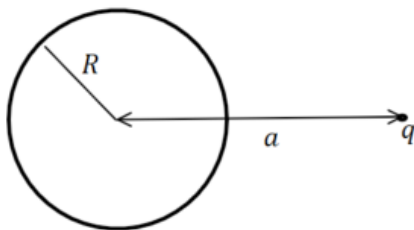
לפוטנציאל כלשהו.

ניתן להניח כי הספירה נייטרלית.

מהו הפוטנציאל על הספירה?

ומהם מטעני הדמות המתאימים לפתרון הבעיה?

רמז: השתמש בחוק שימור המטען.



## תשובות סופיות:

$$\varphi = \frac{kq}{r_1} - \frac{kq}{r_2} \quad (1)$$

ראה סרטון (2)

$$\sigma = -kq\varepsilon_0 \frac{2d}{(r^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

$$F = -\frac{q^2}{(2d)^2} \quad (4)$$

$$E(r, \theta) = \frac{kq(r - a \cos \theta)}{(r^2 + a^2 - 2ra \cos \theta)^{\frac{3}{2}}} + \frac{-kq \left( r \left( \frac{a}{R} \right)^2 - a \cos \theta \right)}{\left( R^2 + \left( \frac{ra}{R} \right)^2 - 2ra \cos \theta \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (5)$$

ראה סרטון (6)

$$\vec{F} = \frac{2kq^2}{qa^2} (-\hat{x}) \quad \text{ג} \quad \sigma_B = \varepsilon_0 \left( -\frac{3kq}{a^2} \right) \quad \text{ב} \quad \varphi_A = \varphi_B = 0, \varphi_C = \frac{3kq}{2a} \quad \text{א} \quad (7)$$

$$U = \frac{-kq^2}{6a} \quad \text{ד} \quad (8)$$

$$-0.338\hat{z} + 0.162\hat{x} \quad \text{ב} \quad (-d, 0, d), (d, 0, -d) \quad \text{א} \quad (8)$$

$$Q_T = -2q, \quad \sigma = -\frac{1}{2\pi} qd \left( \frac{1}{((x-d)^2 + y^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{((x+d)^2 + y^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad \text{ג} \quad (9)$$

$$U = \frac{-kq^2}{\sqrt{2} \cdot 2d} \quad \text{ד} \quad (9)$$

$$q_3 = \sqrt{\frac{2}{5}}q, \vec{r}_3 = \left( \frac{R}{5}, 0, -\frac{3}{5}R \right), q_4 = -q, \vec{r}_4 = (0.5R, 0, -1.5R) \quad \text{א} \quad (9)$$

$$\frac{kq}{R^2} 1.04\varepsilon_0 \quad \text{ג} \quad 0 : (0, 0, 0.5R), \varphi \approx 0.71 \frac{kq}{R} : (0, 0, 1.5R) \quad \text{ב} \quad (9)$$

$$U = \frac{kq^2}{2R} (-0.7) \quad \text{ה} \quad \vec{F} = \frac{kq^2}{R^2} (-0.2, 0, -0.64) \quad \text{ד} \quad (9)$$

$$\frac{kq^2}{2d} (-\ln(2)) \quad \text{ב} \quad V_T = \frac{k(-1)^n q}{((x-2dn)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{א} \quad (10)$$

$$\sigma_T = \frac{-1}{2\pi} \left( \frac{q_1 a}{(r^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{q_2 b}{(r^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad \text{ב.} \quad E_{wp} = \frac{kq_1}{|r_+|^2} \hat{r}_+ + \frac{-kq_1}{|r_-|^2} \hat{r}_- \quad \text{א. (11)}$$

$$\vec{F} = \frac{-k \frac{r_2}{d_2} q_2^2 \hat{r}}{\left(d_2 - \frac{r_2^2}{d_2}\right)^2} + \frac{k \left(q_1 + \frac{r_2 q_2}{d_2}\right) q_2 \hat{r}}{d_2^2} \quad \text{ב.} \quad \varphi_2(r_2) = \frac{kq_1}{r_2} + \frac{kq_2}{d_2} \quad \text{א. (12)}$$

$$U = \frac{1}{2} \left[ \frac{-k \frac{r_2}{d_2} q_2^2}{\left(d_2 - \frac{r_2^2}{d_2}\right)} + \frac{k \left(q_1 + \frac{r_2 q_2}{d_2}\right) q_2}{d_2} - \frac{kq_1^2 \cdot \frac{r_1}{d_1}}{\left(\frac{r_1^2}{d_1} - d_1\right)} + \frac{kq_1^2}{r_2} + \frac{kq_1 q_2}{d_2} \right] \quad \text{ג.}$$

$$\vec{E}_T = \frac{k(3p(z-z_0)r, 0, -pr^2 + 2p(z-z_0)^2)}{\left(r^2 + (z-z_0)^2\right)^{\frac{5}{2}}} + \frac{k(3p(z+z_0)r, 0, -pr^2 + 2p(z+z_0)^2)}{\left(r^2 + (z+z_0)^2\right)^{\frac{5}{2}}} \quad \text{א. (13)}$$

$$\text{ג. } \sigma(r) = \frac{(-2pr^2 + 4pz_0^2)}{4\pi(r^2 + z_0^2)^{\frac{5}{2}}} \quad \text{ב.}$$

$$\varphi = \frac{kq}{a} \quad \text{פוטנציאל על הספירה: (14)}$$

מטעני הדמות הם:  $q' = -q \frac{R}{a}$  במיקום  $b = \frac{R^2}{a}$ ,  $q' = q \frac{R}{a}$  במרכז