מתמטיקה א

פרק 11 - מציאת מספר הפתרונות של משוואה (משפטי קושי ורול)

תוכן העניינים

1. מציאת מספר הפתרונות של משוואה 1
2. משפט רול 3

מציאת מספר הפתרונות של משוואה

שאלות

הוכח שלמשוואות בשאלות **1-3** יש בדיוק פתרון אחד:

1) $x^3+4x-1=0$

2) $x^2=-\ln x$

3) $-4x^3+21x^2-48x+28=0$

4) נתונה המשוואה $ax^3+bx^2+cx+d=0$ ונתון כי $b^2<3ac$.
מהו מספר הפתרונות של המשוואה? הוכח את תשובתך.

עבור כל אחת מהמשוואות **5-6**, מצא את מספר הפתרונות ופתור אותה:

5) $e^{x-1}=x$

6) $\ln(x+5)-4=x$

הוכח שלמשוואות בשאלות **7-9** יש בדיוק שני פתרונות:

7) $e^x-5x=0$ **8)** $4x^3+5x-\frac{1}{x}=0$ **9)** $1+4x^4=8x^3$

בכל אחת מהמשוואות **10-12**, מצא קשר בין הפרמטרים, על מנת שלמשוואות יהיה בדיוק פתרון אחד (הנח שכל הפרמטרים שונים מאפס):

10) $ax^2+bx+c=0$

11) $ax^3+bx^2+cx+d=0$

12) $(n>4,\ odd)\ ax^n+bx^{n-2}+cx^{n-4}-d=0$

כתב ופתר – גיא סלומון ©

תשובות סופיות

1) שאלת הוכחה.

2) שאלת הוכחה.

3) שאלת הוכחה.

4) פתרון יחיד.

5) $x=1$

6) $x=-4$

7) שאלת הוכחה.

8) שאלת הוכחה.

9) שאלת הוכחה.

10) $b^2-4ac=0$

11) $4b^2-12ac<0$

12) $b^2(n-2)^2-4anc(n-4)<0$

משפט רול

1) בדוק האם הפונקציה הנתונה, $f(x)$ בקטע הנתון, מקיימת את תנאי משפט רול, ומצא את כל ערכי c המקיימים את מסקנת משפט רול:

א. $f(x)=x^3-3x^2+2x \qquad [0,2]$

ב. $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-2} \qquad [-1,1]$

2) נתון ש- $f(x)=\dfrac{1}{(x-3)^2}$.

הראה ש- $f(1)=f(5)$, אך אין נקודה c, כך ש- $f'(c)=0$.

האם הדבר סותר את משפט רול? נמק.

3) הוכח שלמשוואה $x^2+x^3+5x=1$ יש לפחות פתרון אחד, ולכל היותר פתרון אחד.

4) נתון כי f גזירה פעמיים.

נתון כי f פונקציה זוגית שיש לה מינימום מקומי בנקודה $x_0=2$.

הוכח כי יש שתי נקודות בהן הנגזרת השנייה מתאפסת.

תשובות סופיות

1) א. כן, $\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}-1$. ב. כן, $2-\sqrt{3}$.

2) לא, מכיוון שהפונקציה לא רציפה בנקודה $x=3$.

3) שאלת הוכחה.

4) שאלת הוכחה.