

# השלמה פרונטלית באלגברה ליניארית

פרק 4 - מרחבים וקטורים

תוכן העניינים

1. צירופים ליניאריים, פרישה ליניארית ותלות ליניארית.....1

## צירופים לינאריים, פרישה לינארית ותלות לינארית

### שאלות

בשאלות 1-7 נתונים הווקטורים הבאים :

$$u_1 = (4, 1, 1, 5), \quad u_2 = (0, 11, -5, 3), \quad u_3 = (2, -5, 3, 1), \quad u_4 = (1, 3, -1, 2)$$

- (1) א. האם  $u_1$  הוא צירוף לינארי של  $u_4$  ?  
 ב. האם  $u_1$  שייך ל-  $Sp\{u_4\}$  ?  
 ג. האם הקבוצה  $\{u_1, u_4\}$  תלויה לינארית?
- (2) א. האם  $u_3$  הוא צירוף לינארי של  $u_1$  ו-  $u_2$  ?  
 ב. האם  $u_3$  שייך ל-  $Sp\{u_1, u_2\}$  ?  
 ג. האם הקבוצה  $\{u_1, u_2, u_3\}$  תלויה לינארית?  
 במידה וכן, רשום כל וקטור בקבוצה כצירוף לינארי של הווקטורים האחרים.
- (3) א. האם  $u_4$  הוא צירוף לינארי של  $u_1$  ו-  $u_2$  ?  
 ב. האם  $u_4$  שייך ל-  $Sp\{u_1, u_2\}$  ?  
 ג. האם הקבוצה  $\{u_1, u_2, u_4\}$  תלויה לינארית?  
 במידה וכן, רשום כל וקטור בקבוצה כצירוף לינארי של הווקטורים האחרים.
- (4) נתון  $v = (4, 12, k, -2k)$ .  
 א. מה צריך להיות ערכו של  $k$ , על מנת שהווקטור  $v$  יהיה צירוף לינארי של  $u_1$  ו-  $u_2$  ?  
 ב. מה צריך להיות ערכו של  $k$ , על מנת שהווקטור  $v$  יהיה שייך ל-  $Sp\{u_1, u_2\}$  ?  
 ג. מה צריך להיות ערכו של  $k$ , על מנת שהקבוצה  $\{u_1, u_2, v\}$  תהיה תלויה לינארית?
- (5) נתון  $v = (a, b, c, d)$ .  
 א. מה התנאים על  $a, b, c, d$ , על מנת שהווקטור  $v$  יהיה צירוף לינארי של  $u_1$  ו-  $u_2$  ?  
 ב. מה התנאים על  $a, b, c, d$ , על מנת שהווקטור  $v$  יהיה שייך ל-  $Sp\{u_1, u_2\}$  ?  
 ג. מה התנאים על  $a, b, c, d$ , על מנת שהקבוצה  $\{u_1, u_2, v\}$  תהיה תלויה לינארית?

(6) הבע את הווקטור  $v = (10, 8, 0, 14)$  כצירוף לינארי של  $u_1, u_2$  ו- $u_3$ .  
 בכמה אופנים ניתן לעשות זאת?

(7) הבע את הווקטור  $v = (7, 10, -2, 11)$  כצירוף לינארי של  $u_1, u_2, u_3$  ו- $u_4$ .  
 בכמה אופנים ניתן לעשות זאת?

### תשובות סופיות

- (1) א. לא. ב. לא. ג. לא.
- (2) א. כן. ב. כן. ג. כן,  $u_2 = u_1 - 2u_3$ ,  $u_1 = 2u_3 + u_2$ .
- (3) א. כן. ב. כן. ג. כן,  $u_2 = 4u_4 - u_1$ ,  $u_1 = 4u_4 - u_2$ .
- (4) א+ב+ג.  $k = -4$
- (5)  $a = 5t + 3s$ ,  $b = 4t - 13s$ ,  $c = 7s$ ,  $d = 7t$
- (6) אינסוף,  $v = 2u_1 + u_2 + u_3$ .
- (7) אינסוף,  $v = \frac{7}{4}u_1 + \frac{3}{4}u_2$ .