

# חדוא לתלמידי כלכלה וניהול

פרק 13 - משפט לגראנז'

תוכן העניינים

1. הוכחת אי שוויונים בקטע  $[a,b]$  .....
2. הוכחת אי שוויונים בקטע  $[0,x]$  .....
3. הוכחת אי שוויונים עם מספרים .....
4. שאלות כלליות .....

## הוכחת אי שוויונים בקטע $[a, b]$

### שאלות

הוכח את אי השוויונים הבאים בתחום הרשום לידם:

$$(0 < a < b) \quad \frac{b-a}{b} < \ln\left(\frac{b}{a}\right) < \frac{b-a}{a} \quad (1)$$

$$(0 < a < b) \quad \frac{b-a}{2\sqrt{b}} < \sqrt{b} - \sqrt{a} < \frac{b-a}{2\sqrt{a}} \quad (2)$$

$$(0 < a < b) \quad \sqrt[n]{b} \cdot \frac{b-a}{n \cdot b} < \sqrt[n]{b} - \sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{a} \cdot \frac{b-a}{n \cdot a} \quad (3)$$

$$(1 < a < b) \quad \frac{2b(b-a)}{b^2+1} < \ln\left(\frac{b^2+1}{a^2+1}\right) < \frac{2a(b-a)}{a^2+1} \quad (4)$$

$$(1 < a < b < 3) \quad \ln b - \ln a + \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \leq \frac{1}{4}(b-a) \quad (5)$$

$$(a < b) \quad (a-b)e^{-a} < e^{-b} - e^{-a} < (a-b)e^{-b} \quad (6)$$

לתשובות מלאות בסרטוני וידאו היכנסו לאתר [www.GooL.co.il](http://www.GooL.co.il)

## הוכחת אי שוויונים בקטע $[0, x]$

### שאלות

הוכח את אי השוויונים הבאים בתחום הרשום לידם:

$$(x > 0) \quad \frac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x \quad (1)$$

$$(x > 0) \quad 1+x < e^x < 1+xe^x \quad (2)$$

לתשובות מלאות בסרטוני וידאו היכנסו לאתר [www.GooL.co.il](http://www.GooL.co.il)

## הוכחת אי שוויונים עם מספרים

### שאלות

הוכח את אי השוויונים הבאים:

$$\frac{1}{3} < \ln\left(\frac{3}{2}\right) < \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} + 1 < \sqrt{2} < 1.5 \quad (2)$$

לתשובות מלאות בסרטוני וידאו היכנסו לאתר [www.GooL.co.il](http://www.GooL.co.il)

## שאלות כלליות

### שאלות

(1) תהי  $f(x)$  פונקציה גזירה לכל  $x$ , המקיימת  $|f'(x)| \leq 5$ .  
ידוע כי  $f(1) = 3$ ,  $f(4) = 18$ .  
הוכח כי  $f(2) = 8$ .

(2) תהי  $f(x)$  פונקציה גזירה לכל  $x$ , המקיימת  $|f'(x)| \leq 7$ .  
ידוע כי  $f(1) = 3$ ,  $f(4) = 18$ .  
הוכח כי  $4 \leq f(2) \leq 10$ .

לתשובות מלאות בסרטוני וידאו היכנסו לאתר [www.GooL.co.il](http://www.GooL.co.il)