אינפי 2

פרק 33 - משפט סטוקס (גרין במרחב)

תוכן העניינים

1. משפט סטוקס 1

משפט סטוקס

שאלות

בשאלות **1-3** בדוק שמשפט סטוקס אכן מתקיים.
כלומר, חשב את האינטגרל $\iint_S (\text{curl}\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}ds$, ואת האינטגרל $\oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$,
והראה שהם שווים זה לזה (ראה הערת סימון בעמוד הבא).

1) $\mathbf{F}=2z\mathbf{i}+3x\mathbf{j}+5y\mathbf{k}$; S חלק הפרבולואיד $z=4-x^2-y^2$, שבו $z\geq 0$.

2) $\mathbf{F}=\left(x^2+y-4\right)\mathbf{i}+\left(-3xy\right)\mathbf{j}+\left(2xz+z^2\right)\mathbf{k}$; S הוא שפת חצי כדור שמרכזו בראשית, רדיוסו 4 והוא נמצא מעל המישור xy .

3) $\mathbf{F}=(y+z)\mathbf{i}-xz\mathbf{j}+y^2\mathbf{k}$; S הוא משטח התחום בשמינית הראשונה, החסום על ידי המישורים $y=2,\ 2x+z=6$, ושאינו כלול

א. במישור xy .

ב. במישור $y=2$.

ג. במישור $2x+z=6$.

4) חשב את האינטגרל $\oint_C x^2dx+4xy^3dy+y^2xdz$, כאשר C עקומה בצורת מלבן מ-$(0,0,0)$ ל-$(0,3,3)$, משם ל-$(1,3,3)$ ומשם ל-$(1,0,0)$.

5) חשב את האינטגרל $\oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$, כאשר $\mathbf{F}=\left(x+y^2\right)\mathbf{i}+\left(y+z^2\right)\mathbf{j}+\left(z+x^2\right)\mathbf{k}$;
ו-C היא שפת המשולש, שקדקודיו הם $(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)$,
וכיוונה הפוך לכיוון השעון (במבט מלמעלה, מהכיוון החיובי של ציר ה-z).

6) חשב את $\iint_S (\nabla\times\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}dS$, כאשר $\mathbf{F}=yz\mathbf{i}+xz\mathbf{j}+xy\mathbf{k}$; ו-S הוא החלק של הכדור $x^2+y^2+z^2=4$, הכלוא בתוך הגליל $x^2+y^2=1$, ומעל למישור xy .

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

7) חשב את $\iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} dS$, כאשר $\mathbf{F} = (x-z)\mathbf{i} + (x^3+yz)\mathbf{j} - 3xy^2\mathbf{k}$;

ו- S הוא משטח החרוט $z = 2 - \sqrt{x^2+y^2}$, מעל למישור- xy .

הערת סימון

לפי סטוקס, בהינתן שדה וקטורי $\mathbf{F}(x,y,z) = f(x,y,z)\mathbf{i} + g(x,y,z)\mathbf{j} + h(x,y,z)\mathbf{k}$,

מתקיים: $\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_S (\text{curl}\mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} dS$.

ניסוחים נוספים של משפט סטוקס:

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_S (\text{curl}\mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} dS$$

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_S (\text{Rot}\mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} dS$$

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} dS$$

$$\oint_C f dx + g dy + h dz = \iint_S \left((h_y - g_z)\mathbf{i} + (f_z - h_x)\mathbf{j} + (g_x - f_y)\mathbf{k} \right) \cdot \mathbf{n} dS$$

תשובות סופיות

1) הערך המשותף הוא 12π .
2) הערך המשותף הוא -16π .
3) הערך המשותף הוא: א. -6 ב. -9 ג. -18
4) -90
5) -1
6) 0
7) 12π

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©