מבוא לאקונומטריקה

פרק 23 - מתאם סדרתי

תוכן העניינים

מתאם סדרתי:

רקע:

מתאם סדרתי עוסק במצב שבו מופרת ההנחה (מס' 6) של אי תלות בין הטעויות: $\mathrm{cov}(u_t,u_s)=0$ ונוצרת תלות סטטיסטית בין הטעויות במודל: $\mathrm{cov}(u_t,u_s)\neq 0$.
תלות כזו בין הטעויות קיימת בדרך כלל כאשר הנתונים הנאספים הם נתוני סדרות עיתיות ולא נתוני חתך בהם עסקנו עד כה. בנתוני סדרות עיתיות, מאחר ומדובר באותו הפרט הנמדד בזמנים שונים סביר שהטעויות בניבוי שלו תהיינה תלויות אחת בשנייה.

השלכות על אומדי הריבועים הפחותים (OLS):

מבין התכונות של אר״פ (ליניאריות, חוסר הטיה, עקיבות ויעילות) היחידה שמופרת כאשר קיים מתאם סידרתי היא: תכונת היעילות.
משום שתכונת היעילות היא היחידה מבין תכונות אר״פ התלויה להוכחתה בקיומה של הנחת אי התלות בין הטעויות. משום הפגיעה בתכונת היעילות, בדיקת ההשערות לא תהיה תקפה.

- שימו לב: כי במידה וקיים מתאם סידרתי חיובי בין הטעויות ולמשתנים יש מגמת זמן (X עולה או יורד עם הזמן) אומד השונות (ESS) יהיה מוטה כלפי מטה ואז נקבל: R^2, F ו-t מוטים כלפי מעלה.

מבנה המתאם הסדרתי:

מתאם סדרתי מסדר ראשון:
ההנחה היא כי יש מתאם בין הטעויות במרחק אחד, כלומר u_t תלוי ישירות רק ב-u_{t-1}: $\mathrm{cov}(u_t,u_{t-1})\neq 0$.
את המתאם בין הטעויות מסדר ראשון ניתן לנסח באופן הבא: $u_t=\rho\cdot u_{t-1}+\varepsilon_t$

כך ש:

1. $\rho\neq 0$ (כי אם $\rho=0$ אין מתאם סידרתי).
2. $-1<\rho<1$ (כי אם חורג מ-1 הטעות הולכת וגדלה עם הזמן).
3. ρ חיובי פירושו מתאם סדרתי חיובי ואילו ρ שלילי פירושו מתאם סדרתי שלילי (לא נפוץ).

4. ε_t מקיים את ההנחות הקלאסיות מאחר ומהווה סטייה מקרית לחלוטין (בניגוד ל- u_t) כך ש:

$$E(\varepsilon_t)=0$$
$$V(\varepsilon_t)=\sigma_\varepsilon^2.$$
$$\operatorname{cov}(\varepsilon_t,\varepsilon_{t-s})=0$$

המודל יכיל שתי משוואות-המשוואה העיקרית והגדרת המתאם הסדרתי (מסדר ראשון):

$$\begin{aligned}Y_t&=\alpha+\beta X_t+u_t\\ u_t&=\rho\cdot u_{t-1}+\varepsilon_t\end{aligned}.$$

מלבד α ו- β נרצה לאמוד גם את ρ.

מתאם סדרתי מסדר שני:

$u_t=\rho_1\cdot u_{t-1}+\rho_2\cdot u_{t-2}+\varepsilon_t$.

הן u_{t-1} והן u_{t-2} משפיעים ישירות על u_t.

מתאם סדרתי מסדר P:

$u_t=\rho_1\cdot u_{t-1}+\rho_2\cdot u_{t-2}+\ldots+\rho_P\cdot u_{t-P}+\varepsilon_t$.

u_t מושפע מתקופות שונות בעבר.

תכונות המתאם הסדרתי:

מכיוון שכל טעות בזמן מסוים מתואמת עם הטעות הסמוכה לה בזמן: $r_{(u_t,u_{t-s})}=\rho^s$

המתאם של u_t הולך ופוחת עם הזמן: $\rho_{u_tu_{t-1}}>\rho^2_{u_tu_{t-2}}>\rho^3_{u_tu_{t-3}}>\ldots>\rho^s_{u_tu_{t-s}}$.

בנוסף לכך, התוחלת, השונות והשונות המשותפת של הטעויות:

$$E(u_t)=0$$
$$V(u_t)=\sigma_u^2=\frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\rho^2}$$
$$COV(u_t,u_{t-s})=\rho^s\sigma_{u_t}^2=\rho^s\frac{\sigma_s^2}{1-\rho^2}$$

מבחנים לזיהוי מתאם סדרתי:

מבחן DW (דרבין ווטסון) לקיום מתאם סדרתי מסדר ראשון:

- נניח תחילה כי אין מתאם סדרתי ונאמוד את המשוואה הראשית בשיטת OLS.
- כחלק מתוצאות האמידה נקבל ציון DW (יכול לקבל ערכים בין 0 ל-4 בלבד).
- נתבונן בטבלת DW ולפי K = מס׳ המשתנים הב״ת במודל ו-T = מס׳ התצפיות במדגם נשלוף שני ערכים: d_U ו- d_L.
- נחלק את הטווח שבין 0 ל-4 באופן הבא:

$$0 \;—\; \rho > 0 \;—\; d_L \;—\; d_U \;—\; \rho = 0 \;—\; 4-d_U \;—\; 4-d_L \;—\; \rho < 0 \;—\; 4$$

- נראה היכן נופל ציון ה-DW שהתקבל כחלק מתוצאות האמידה.
ניתן לדעת אם יש מתאם ואיזה סוג של מתאם רק אם ציון ה-DW ייפול בחלקים המודגשים באדום.

השערות: $\begin{matrix} H_0: \rho = 0 \\ H_1: \rho > 0, \rho < 0 \end{matrix}$.

חישוב הסטטיסטי: $DW_{stat} \cong 2 \cdot (1 - \hat{\rho})$.

אם אנו מקבלים ציון $\hat{\rho}$ ניתן להציב בנוסחה ולקבל DW_{stat}.

למבחן DW יש שתי בעיות עיקריות:

1. מתאים רק למתאם סדרתי מסדר ראשון.
2. יש אזורים ״מתים״ בטווח בהם לא ניתן לדעת האם יש מתאם סדרתי.

בנוסף לכך על מספר תנאים להתקיים כדי שאפשר יהיה להשתמש במבחן DW:

1. הרגרסיה כוללת חותך.
2. ה-Xים קבועים ולא משתנים.
3. אין משתנים מסבירים שהם פיגור של המשתנה המוסבר.
4. אין תצפיות חסרות באמצע.
5. אם קיים מתאם סדרתי מסדר ראשון אז הוא מהצורה: $u_t = \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t$.

מבחן LM:

לעומת מבחן DW מבחן LM מתאים גם לבחינת קיומו של מתאם סדרתי מסדרים גבוהים יותר מסדר ראשון: $\begin{array}{l} Y_t = \alpha + \beta \cdot X_t + u_t \\ u_t = \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t \end{array}$.

המודל הלא מוגבל:

(U): $Y_t = \alpha + \beta \cdot X_t + \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t$.

ניתן להתייחס לבחינת קיומו של מתאם סדרתי כהוספת משתנה מסביר: $\hat{u}_{t-1}$.

השלבים לביצוע המבחן:

- נאמוד את המודל המקורי ונחשב $\hat{u}_t$ ו- $\hat{u}_{t-1}$.
- נאמוד את רגרסיית העזר: $\hat{u}_t / x_1, x_2, ..., x_k; \hat{u}_{t-1}$.
- נחשב סטטיסטי LM: $LM_{stat} = T \cdot R^2$.
- נדחה את H_0 כאשר: $LM_{stat} > \chi^2_m$ כאשר m = סדר המתאם הסדרתי.

אם נדחה את H_0 נדע את סימנו של המתאם הסדרתי לפי המקדם של $\hat{u}_{t-1}$ ברגרסיית העזר ששווה ל- $\hat{\rho}$.

שימו לב כי אם נרצה לבדוק מתאם סדרתי מסדרים גבוהים יותר:

ההשערות: $\begin{array}{l} H_0 : \rho_1 = \rho_2 = ... = \rho_s = 0 \\ H_1 : OTHERWISE \end{array}$.

רגרסיית העזר: $\hat{u}_t / x_1, x_2, ..., x_k; \hat{u}_{t-1}, \hat{u}_{t-2}, ..., \hat{u}_{t-s}$.

פתרון בעיית המתאם הסדרתי – רגרסיית הפרשים (שיטת קוקרן-אורקט):

ניצור משוואה שהיא קומבינציה ליניארית של המשוואה המקורית שבה לא יהיה מתאם סדרתי ולכן ניתן יהיה לאמוד אותה בשיטת הריבועים הפחותים, האומדים יהיו יעילים וניתן יהיה לבצע בדיקת השערות.

משוואה (1): המודל בזמן t: $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$.

משוואה (2): המודל בזמן $t-1$ מוכפל ב- ρ: $\rho \cdot Y_{t-1} = \rho \cdot \alpha + \rho \cdot X_{t-1} + \rho \cdot u_t$.

החסרת משוואה (2) ממשוואה (1):

$Y_t - \rho Y_{t-1} = \alpha(1-\rho) + \beta(X_t - \rho X_{t-1}) + (u_t - \rho u_{t-1})$.

כדי לאמוד את הפרמטרים של רגרסיית ההפרשים נגדיר:

$$\begin{array}{l} Y_t^* = Y_t - \rho Y_{t-1} \\ \alpha^* = \alpha(1-\rho) \\ \beta^* = \beta \\ X_t^* = X_t - \rho X_{t-1} \\ \varepsilon_t = u_t - \rho u_{t-1} \end{array}$$

כך "נטרלנו" את המתאם הסדרתי: $u_t = \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t \Leftarrow \varepsilon_t = u_t - \rho \cdot u_{t-1}$.

ε_t מקיים את כל ההנחות הקלאסיות ולכן שונות הרגרסיה וכן שונות הפרמטרים הנאמדים לא תהיה תלויה במקדם המתאם הסדרתי.
המשוואה "המתוקנת" אותה נאמוד : $Y^* = \alpha^* + \beta^* X_t^* + \varepsilon_t$.
לאחר אמידת משוואה זו ניתן לחלץ את האומדים של הפרמטרים המקוריים : $\hat{\beta}$, $\hat{\alpha}$.
מאחר ש- ρ איננו ידוע יש צורך לאמוד אותו.

אמידת ρ בשיטת קוקרן אורקוט:
שיטת קוקרן אורקוט לאמידת ρ היא שיטה איטראטיבית – מבוססת על חזרות של תהליך מסוים עד להתכנסות.
התהליך הממוחשב נקרא אוטורגרסיה (AUTOREGRESION) מסדר ראשון, שני, שלישי וכו' (תלוי בסדר המתאם הסדרתי). התיקון למתאם הסדרתי יתבצע על ידי הרצת רגרסיה עם משתנה AR(1) (אוטו רגרסיה מסדר ראשון), AR(1) ו-AR(2) (אם מניחים קיום אוטורגרסיה מסדר שני) וכו'. אם משתנה AR מובהק זו אינדיקציה שפתרנו את הבעיה של המודל המקורי.

שאלות:

תכונות המתאם הסדרתי:

1) נתון מתאם סדרתי מסדר ראשון: $u_t = \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t$.
נתון כי: $\rho = 0.9$ וכי: $V(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2 = 1$.
מצאו את:
א. המתאם בין u_t ל- u_{t-1}.
ב. המתאם בין u_t ל- u_{t-4}. הסבר את ההבדל בין המתאמים (סעיף א' ו-ב').
ג. השונות σ_u^2.
ד. חזרו על סעיפים א' עד ג' עבור $\rho = 0.4$. הסבירו את ההבדל בין התוצאות.

מבחן DW:

2) חוקר רצה לאמוד את מחיר סגירה של מניה כפונקציה של הזמן שעובר:
$CLOSE_t = \alpha + \beta \cdot TIME_t + u_t$.
כאשר:
$CLOSE_t$ = מחיר סגירה של מניה ב-$ ביום t.
$TIME_t$ = משתנה זמן שמקבל את הערכים: $1,2,3\ldots$.
תוצאות האמידה שהתקבלו:

Dependent variable: CLOSE

Analysis of Variance

F Value	Prob>F	Mean Square	Sum of Squares	DF	Source
	55.78		-------	1	Model
			-------	151	Error
			-------	152	C Total
		0.181	R-square	---- Root MSE	
		------	Adj R-sq	---- Dep Mean	
				---- C.V.	

Parameter Estimates

T for H0: Parameter=0	Prob>|T|	Standard Error	Parameter Estimate	DF	Variable
91.047	0.0000	0.0148	1.3474	1	INTERCEP
0.0000	-7.468	0.0001	-0.00075	1	TIME

Durbin-Watson D 0.150

האם קיים מתאם סדרתי?

TABLE 12 Cutoff Points for the Distribution of the Durbin-Watson Test Statistic

Let d_α be the number such that $P(d < d_\alpha) = \alpha$, where the random variable d has the distribution of the Durbin-Watson statistic under the null hypothesis of no autocorrelation in the regression errors. For probabilities $\alpha = .05$ and $\alpha = .01$, the tables show, for numbers of independent variables, K, values d_L and d_U such that $d_L \le d_\alpha \le d_U$, for numbers n of observations.

$\alpha = .05$

n	K = 1		2		3		4		5	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
15	1.08	1.36	0.95	1.54	0.82	1.75	0.69	1.97	0.56	2.21
16	1.10	1.37	0.98	1.54	0.86	1.73	0.74	1.93	0.62	2.15
17	1.13	1.38	1.02	1.54	0.90	1.71	0.78	1.90	0.67	2.10
18	1.16	1.39	1.05	1.53	0.93	1.69	1.82	1.87	0.71	2.06
19	1.18	1.40	1.08	1.53	0.97	1.68	0.86	1.85	0.75	2.02
20	1.20	1.41	1.10	1.54	1.00	1.68	0.90	1.83	0.79	1.99
21	1.22	1.42	1.13	1.54	1.03	1.67	0.93	1.81	0.83	1.96
22	1.24	1.43	1.15	1.54	1.05	1.66	0.96	1.80	0.86	1.94
23	1.26	1.44	1.17	1.54	1.08	1.66	0.99	1.79	0.90	1.92
24	1.27	1.45	1.19	1.55	1.10	1.66	1.01	1.78	0.93	1.90
25	1.29	1.45	1.21	1.55	1.12	1.66	1.04	1.77	0.95	1.89
26	1.30	1.46	1.22	1.55	1.14	1.65	1.06	1.76	0.98	1.88
27	1.32	1.47	1.24	1.56	1.16	1.65	1.08	1.76	1.01	1.86
28	1.33	1.48	1.26	1.56	1.18	1.65	1.10	1.75	1.03	1.85
29	1.34	1.48	1.27	1.56	1.20	1.65	1.12	1.74	1.05	1.84
30	1.35	1.49	1.28	1.57	1.21	1.65	1.14	1.74	1.07	1.83
31	1.36	1.50	1.30	1.57	1.23	1.65	1.16	1.74	1.09	1.83
32	1.37	1.50	1.31	1.57	1.24	1.65	1.18	1.73	1.11	1.82
33	1.38	1.51	1.32	1.58	1.26	1.65	1.19	1.73	1.13	1.81
34	1.39	1.51	1.33	1.58	1.27	1.65	1.21	1.73	1.15	1.81
35	1.40	1.52	1.34	1.58	1.28	1.65	1.22	1.73	1.16	1.80
36	1.41	1.52	1.35	1.59	1.29	1.65	1.24	1.73	1.18	1.80
37	1.42	1.53	1.36	1.59	1.31	1.66	1.25	1.72	1.19	1.80
38	1.43	1.54	1.37	1.59	1.32	1.66	1.26	1.72	1.21	1.79
39	1.43	1.54	1.38	1.60	1.33	1.66	1.27	1.72	1.22	1.79
40	1.44	1.54	1.39	1.60	1.34	1.66	1.29	1.72	1.23	1.79
45	1.48	1.57	1.43	1.62	1.38	1.67	1.34	1.72	1.29	1.78
50	1.50	1.59	1.46	1.63	1.42	1.67	1.38	1.72	1.34	1.77
55	1.53	1.60	1.49	1.64	1.45	1.68	1.41	1.72	1.38	1.77
60	1.55	1.62	1.51	1.65	1.48	1.69	1.44	1.73	1.41	1.77
65	1.57	1.63	1.54	1.66	1.50	1.70	1.47	1.73	1.44	1.77
70	1.58	1.64	1.55	1.67	1.52	1.70	1.49	1.74	1.46	1.77
75	1.60	1.65	1.57	1.68	1.54	1.71	1.51	1.74	1.49	1.77
80	1.61	1.66	1.59	1.69	1.56	1.72	1.53	1.74	1.51	1.77
85	1.62	1.67	1.60	1.70	1.57	1.72	1.55	1.75	1.52	1.77
90	1.63	1.68	1.61	1.70	1.59	1.73	1.57	1.75	1.54	1.78
95	1.64	1.69	1.62	1.71	1.60	1.73	1.58	1.75	1.56	1.78
100	1.65	1.69	1.63	1.72	1.61	1.74	1.59	1.76	1.57	1.78

3) המודל הינו: $\begin{matrix} Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t \\ u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \end{matrix}$.

u_t - הפרעה מקרית קלאסית.

$T = 100$ וידוע כי:

$u_t = 0.9 u_{t-1}$

$d_L = 1.57$

$d_U = 1.65$

האם קיים מתאם סדרתי ברמת מובהקות של 5%?

מבחן LM:

4) עבור הדוגמא הקודמת – ניבוי מחיר סגירה של מניה כפונקציה של הזמן:

$CLOSE_t = \alpha + \beta \cdot TIME + u_t$.

נבחן את קיומו של מתאם סדרתי מסדר ראשון באמצעות מבחן LM.

נאמוד את רגרסיית העזר: $u_t = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot TIME_t + \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t$.

תוצאות האמידה שהתקבלו:

Dependent variable: RES

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	Prob>F	F Value
Model	2	-------			
Error	150	--------			
C Total	152	-------			

Root MSE	------	R-square	0.855
Dep Mean	----	Adj R-sq	------
C.V.	-----		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate
INTERCEP	1	-.000096
TIME	1	1.16331E-05
RES1	1	0.927172

א. האם קיים מתאם סדרתי?

ב. מהו ערכו של המתאם הסדרתי הנאמד?

ג. מהו כיוונו של המתאם הסדרתי באוכלוסייה?

תיקון המתאם הסדרתי:

5) סטודנט הניח כי במודל: $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$ קיים מתאם סדרתי מסדר ראשון בשאריות כך שמתקיים: $u_t = 0.7u_{t-1} + \varepsilon_t$ ולכן במקום לאמוד את המודל המקורי אמד את המודל: $Y_t - 0.7Y_{t-1} = \alpha(1-0.7) + \beta(X_t - 0.7X_{t-1}) + u_t$.
הסטודנט טען כי במודל החדש לא קיים מתאם סדרתי.
טענת הסטודנט: נכונה / לא נכונה / לא ניתן לדעת

6) נמשיך עם הדוגמא של ניבוי מחיר סגירה של מניה כפונקציה של הזמן: $CLOSE_t = \alpha + \beta \cdot TIME + u_t$.
נניח כי קיים מתאם סדרתי מסדר ראשון בנתונים.
תוצאות האמידה בשיטת אוטורגרסיה מסדר ראשון מוצגות להלן:

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	1.333			
TIME	1	-0.0006			
(1)AR	1	0.927			0.000

Durbin-Watson D 2.235

א. בדקו האם נפתרה בעיית המתאם הסדרתי.
ב. מהי המשוואה לאמידת מחיר הסגירה הצפוי ביום המסחר הבא?

תרגול מסכם:

7) נאמד הקשר שבין הכנסה לתצרוכת לתקופה ינואר 1994 עד דצמבר 1997 (T=48).
המודל הינו: $C_t = \alpha + \beta Y_t + u_t$.
בניסיון לבדוק האם מתקיים קשר מהסוג הבא: $u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \rho_3 u_{t-3} + \varepsilon_t$.
נאמדה המשוואה הבאה: $\hat{u}_t = \gamma_1 \hat{u}_{t-1} + \gamma_2 \hat{u}_{t-2} + \gamma_3 \hat{u}_{t-3} + \gamma_4 Y_t + \omega_t$.
תוצאות האמידה מוצגות להלן:

Depended Variable: RES

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	-54.709	710.85	-0.076	0.939
RESID1	1	0.705	0.152	4.631	0.000
RESID2	1	-0.0066	0.188	-0.035	0.972
RESID3	1	-0.337	0.167	-2.012	0.051
Y	1	0.0027	0.032	0.085	0.932

Durbin-Watson D 1.954

נתון בנוסף כי: $R^2 = 0.479$.

א. הרגרסיה המופיעה בפלט לעיל נועדה לבדיקת: ________________.
על ידי מבחן: ____________________.
ההשערות הינן: ____________________.
גודל הסטטיסטי למבחן הינו (רשמו תוצאה מספרית): ____________.
המסקנה המתקבלת היא: ______________________.

בהנחה כי קיים מתאם סדרתי מסדר שלישי בנתונים נאמד מחדש הקשר שבין ההכנסה לתצרוכת בהתאם לשיטתם של קוקרן ואורקוט.
תוצאות האמידה מוצגות להלן:

Depended Variable:C

Parameter Estimates

		Error	:T for H0 Parameter=0	Standard	Prob>|T	Parameter Estimate	DF	Variable
|		1128.38	-1.864		0.069	-2103.53	1	INTERCEP
		0.0510	14.086		0.000	0.71944	1	Y
AR(1)	1		0.7070	0.1525		4.634	0.000	
AR(2)	1		-0.0064	0.1889		-0.034	0.972	
AR(3)	1		-0.3282	0.1669		-1.966	0.0562	
Durbin-Watson D		1.954						

ב. רשמו את המשוואה המתוקנת המשמשת לעריכת תחזיות.

8) חוקר רצה לאמוד את עקומת הביקוש לטיסות לאירופה.
לרשותו נתונים שבועיים לאורך 3 שנים (52 שבועות).
נסמן:
Y_t - מספר כרטיסי הטיסה לאירופה שנמכרו בשבוע t.
p_t - מחיר ממוצע ב-$ של הכרטיסים שנמכרו בשבוע t.
החוקר אמד את המודל: $Y_t = e^{\alpha} \cdot P_t^{\beta_1} \cdot P_{t-1}^{\beta_2} \cdot e^{u_t}$.
וקיבל לאחר הטרנספורמציה הלוגריתמית: $R^2 = 0.81$.
לבדיקת ההשערה כי קיים מתאם סדרתי בנתונים מסדר ראשון הוא חישב את ערכי $\hat{u}_t$ ולאחר מכן חישב את הרגרסיה: $u_t = \gamma_0 + \gamma_1 \ln P_t + \gamma_2 \ln P_{t-1} + \gamma_3 u_{t-1} + v_t$.
מקדם ההסבר המרובה ברגרסיה זו הוא 0.282.

א. נסח את ההשערה ובחן אותה בר"מ של 0.05.

החוקר מניח שיש מתאם סדרתי מסדר ראשון.
לאחר תיקון Cochrane-Orcutt התקבל: $\ln\hat{Y}_t = 7.3 - 0.2\ln P_t + 0.4\ln P_{t-1}$, $\hat{\rho} = 0.2$.
הניחו שהשבוע ובשבוע שעבר מחיר ממוצע של כרטיס היה $500.
השבוע נמכרו 6,185 כרטיסים. בשבוע הבא צפוי מחיר של $400.

ב. כמה כרטיסים יימכרו?

החוקר גם מנסה לקבוע האם בנתונים אלה קיים מתאם מסדר שני.

ג. רשמו את המשוואה הנוספת שעליו לאמוד.

במשוואה הנוספת התקבל מתאם מרובה השווה ל-0.12.

ד. מהי המסקנה בר"מ של 0.05?

תשובות סופיות:

1) א. $r_{(u_t,u_{t-1})}=0.9$. ב. $r_{(u_t,u_{t-4})}=0.6561$. ג. $\sigma_u^2=5.263$.

ד. $\sigma_u^2=1.19$, $r_{(u_t,u_{t-4})}=0.0256$, $r_{(u_t,u_{t-1})}=0.4$.

2) יש עדות לכך.

3) יש עדות לכך.

4) א. יש עדות לכך. ב. $\hat{\rho}=0.927$. ג. חיובי.

5) לא נכונה.

6) ראו סרטון.

7) א. קיומו של מתאם סדרתי מסדר שלישי בנתונים.

LM.

$$\begin{aligned} &H_0:\rho_1=\rho_2=\rho_3=0 \\ &H_1:OTHERWISE \end{aligned}.$$

$LM_{stat}=22.99$.

יש עדות לכך.

ב. $\hat{C}_t=-2103.53+0.719\cdot Y_t+0.707\cdot\hat{u}_{t-1}-0.0064\cdot\hat{u}_{t-2}-0.328\cdot\hat{u}_{t-3}$.

8) א. $\begin{aligned} &H_0:\rho=0 \\ &H_1:\rho\neq 0 \end{aligned}$, יש עדות לכך. ב. $Y_{t+1}=5,568$.

ג. $u_t=\gamma_0+\gamma_1\ln P_t+\gamma_2\ln P_{t-1}+\gamma_3 u_{t-1}+\gamma_4 u_{t-2}+\omega_t$. ד. אין עדות לכך.