

חשמל גלים ואופטיקה

פרק 12 - נגדים זרם וצפיפות זרם

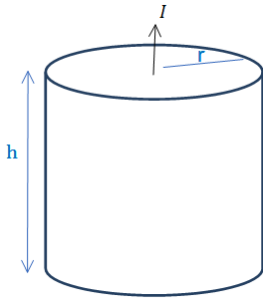
תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים.....1

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

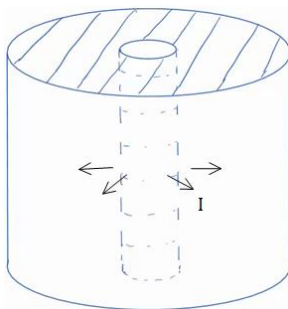
(1) נוסחה לחישוב התנגדות ודוגמה עבור נגד גלילי



גליל מלא בעל רדיוס r וגובה h עשוי מחומר בעל התנגדות סגולית משתנה $\rho = \rho_0 \frac{z}{h}$ כאשר ρ_0 נתון ו- z הוא המרחק מבסיס הגליל.

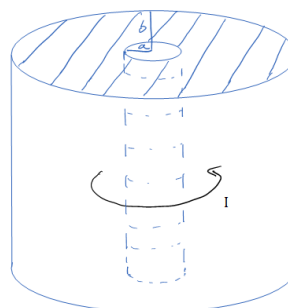
- חשב את ההתנגדות השקולה.
נתון שהזרם עובר בין הבסיסים (לאורך z) מחברים את הגליל למקור מתח נתון V_0 (המתח הוא בין בסיס אחד לבסיס שני).
ב. מצא את הזרם הכולל בגליל.
ג. מצא את צפיפות הזרם והשדה החשמלי בגליל (פתרון בסרטון הבא).

(2) זרם רדיאלי

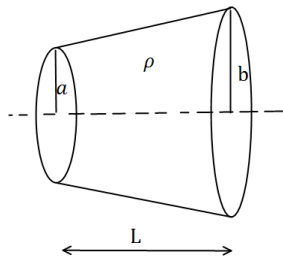


- קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.
א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון הרדיאלי.
ב. מחברים מקור מתח V_0 בין המעטפת הפנימית למעטפת החיצונית של הקליפה.
מצא את צפיפות הזרם בקליפה.
ג. מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

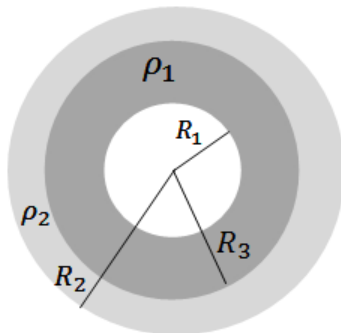
(3) זרם מעגלי בגליל



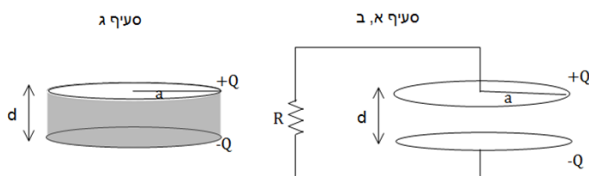
- קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.
א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון טטה (ז"א זרם מעגלי).
ב. נתון הזרם הכולל הזורם בנגד.
מצא את הצפיפות כתלות במרחק ממרכז הנגד.
ג. מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

(4) חרוט קטום

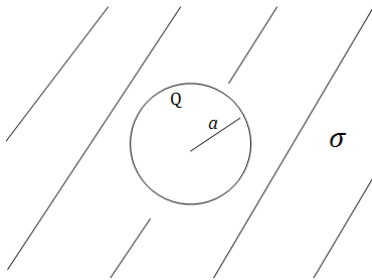
נתון חרוט קטום שאורכו L , רדיוס בסיסו הקטן a ורדיוס בסיסו הגדול b .
 בין שני הבסיסים נתון הפרש פוטנציאלים.
 ההתנגדות הסגולית של החרוט היא ρ .
 חשבו את ההתנגדות השקולה של החרוט.

(5) נגד כדורי מחולק לשני חומרים שונים

נגד בצורת קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי R_1 ורדיוס חיצוני R_2 מורכב מחומר בעל התנגדות סגולית ρ_1 בתחום $R_1 < r < R_3$ ($R_3 < R_2$) והתנגדות סגולית ρ_2 בתחום $R_3 < r < R_2$.
 א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה (זרם בכיוון רדיאלי).
 ב. מצא את צפיפות הזרם בנגד אם נתון שמחברים את הנגד למקור מתח קבוע V .
 ג. מהו השדה החשמלי בנגד?
 ד. מצא את התפלגות המטען (משטחית ונפחית) בקליפה.

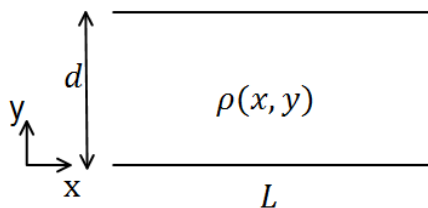
(6) צפיפות זרם בתוך לוח של קבל לוחות

קבל לוחות עגולים טעון במטען Q ומחובר לנגד. רדיוס הלוחות הוא a והמרחק בין הלוחות הוא $d \ll a$,
 התנגדות הנגד היא R .
 א. מצא את הזרם במעגל.
 ב. מצא את צפיפות הזרם על פני לוח הקבל.
 הדרכה: הנח כי צפיפות המטען על הקבל תמיד אחידה.
 חשב את הזרם שיוצא מחלק הלוח בין r כלשהו ל- a .
 חשוב איזו סוג של צפיפות ישנה על הלוח.
 מצא את הצפיפות ע"י חלוקה של הזרם בחדך.
 ג. בסעיף זה הנגד לא קיים, במקומו ממלאים את הקבל בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה. חזור על סעיפים א' ו-ב'.


(7) קליפה טעונה מוליכה בתוך נגד

קליפה מוליכה (מוליכות אידיאלית) ברדיוס a
 נמצאת בתוך חומר אינסופי עם מוליכות סגולית σ .
 נתון כי המטען על הקליפה ב- $t=0$ הוא Q .
 א. מצא את המטען על הקליפה כפונקציה של הזמן.

ב. מצא את צפיפות הזרם ואת השדה החשמלי בנגד.


(8) התנגדות תלויה באורך וברוחב

נתונים שני לוחות מקבילים בעלי
 ממדים $L \times L$, המרוחקים זה מזה
 מרחק d , אשר ביניהם הפרש פוטנציאלים
 $(L \gg d)$.

בין שני הלוחות ישנו חומר מוליך בעל
 התנגדות סגולית $\rho(x, y)$.

חשבו את ההתנגדות בשני המקרים הבאים:

א.
$$\rho = \rho_0 \sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)$$

ב.
$$\rho = \rho_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)}{\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)}$$

תשובות סופיות:

$$E = \rho_0 \frac{z}{h} \frac{I}{\pi r^2} \hat{z}, \quad \vec{J} = \frac{I}{\pi r^2} \hat{z} \quad \text{ג.} \quad I = \frac{V_0}{R_T} \quad \text{ב.} \quad R_T = \frac{\rho_0 h}{2\pi r^2} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$E = \frac{\rho V_0}{R_T 2\pi r h} \hat{r} \quad \text{ג.} \quad \vec{J} = \frac{V_0}{R_T 2\pi r h} \hat{r} \quad \text{ב.} \quad R_T = \frac{\rho}{2\pi h} \ln \frac{b}{a} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\vec{E} = \rho \cdot \vec{J} \quad \text{ג.} \quad \vec{J} = \frac{V_T}{\rho 2\pi r} \hat{\theta} \quad \text{ב.} \quad R_T = \frac{1}{\frac{h}{2\pi\rho} \ln \frac{b}{a}} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$R = \frac{\rho L}{\pi ab} \quad (4)$$

$$\vec{J}_{(r)} = \frac{I}{4\pi r^2} \hat{r} \quad \text{ב.} \quad R_T = \frac{\rho_1}{4\pi} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_3} \right) + \frac{\rho_2}{4\pi} \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \rho_1 \frac{I}{4\pi r^2} \hat{r} & R_1 < r < R_3 \\ \rho_2 \frac{I}{4\pi r^2} \hat{r} & R_3 < r < R_2 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$\tilde{\rho} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{(R_1)} = \epsilon_0 \rho_1 \frac{I}{4\pi R_1^2} - 0, \quad \tilde{\sigma}_{(R_3)} = \frac{I \epsilon_0}{4\pi R_3^2} (\rho_2 - \rho_1), \quad \tilde{\sigma}_{(R_2)} = -\epsilon_0 \frac{I}{4\pi R_2^2} \rho_2 \quad \text{ד.}$$

$$k = \frac{a^2 - r^2}{2\pi r a^2} \frac{Q}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{ב.} \quad I = \frac{Q}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$\vec{J} = \frac{I}{\pi a^2} \hat{z}, \quad k = 0! \quad , \quad I = \frac{Q}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{J} = \frac{\sigma q(t)}{\epsilon_0 4\pi r^2} \hat{r}, \quad \vec{E} = \frac{kq(t)}{r^2} \hat{r} \quad \text{ב.} \quad q(t) = Q e^{-\frac{\sigma}{\epsilon_0} t} \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$R_T = \frac{\rho_0 d}{L^2} \quad \text{ב.} \quad R = \frac{2\rho_0 d}{\pi L^2} \quad \text{א.} \quad (8)$$