אנליזה וקטורית 104033

פרק 10 - נוסחת טיילור לפונקציה של שני משתנים והדיפרנציאל השלם

תוכן העניינים

1. נוסחת טיילור לפונקציה של שני משתנים.. 1
2. הדיפרנציאל השלם - נוסחת הקירוב הליניארי... 3

נוסחת טיילור לפונקציה של שני משתנים

שאלות

פתח את הפונקציות בשאלות **1-4** לטור טיילור עד סדר שני סביב הנקודה (a,b) :

1) $f(x,y)=x^2y+3y-2$ $\quad$ $(a,b)=(1,2)$

2) $f(x,y)=(1+y)\ln(1+x-y)$ $\quad$ $(a,b)=(0,0)$

3) $f(x,y)=e^{4y-x^2-y^2}$ $\quad$ $(a,b)=(0,0)$

4) $f(x,y)=\sqrt[3]{\frac{x^2-y}{x+y^2}}$ $\quad$ $(a,b)=(2,1)$

5) בעזרת התוצאה של שאלה **2**, חשב בקירוב את $\ln(1.5)$.

6) בעזרת התוצאה של שאלה **3**, חשב בקירוב את e^3.

7) בעזרת התוצאה של שאלה **4**, חשב בקירוב את $\sqrt[3]{2}$.

תשובות סופיות

1) $f(x,y)=6+4(x-1)+4(y-2)+2(x-1)^2+2(x-1)(y-2)$

2) $f(x,y)=x-y-\frac{1}{2}x^2+2xy-\frac{3}{2}y^2$

3) $f(x,y)=1+4y-x^2+14y^2$

4) $f(x,y)=1+\frac{1}{3}(x-2)-\frac{1}{3}(y-1)-\frac{7}{81}(x-2)^2+\frac{1}{9}(x-2)(y-1)$

5) $\frac{3}{8}$

6) 19

7) $\frac{101}{81}$

הדיפרנציאל השלם – נוסחת הקירוב הליניארי

שאלות

1) חשב בקירוב: $\ln\left(0.01^2+0.99^2\right)$.

2) בעזרת הדיפרנציאל השלם, מצא בקירוב את הערך של $\sqrt[4]{15.09+(0.99)^2}$.

3) מחשבים את הנפח של גליל על סמך תוצאות המדידה של רדיוסו וגובהו.
ידוע שהשגיאה היחסית במדידת הרדיוס אינה עולה על 2%,
ושהשגיאה היחסית במדידת הגובה אינה עולה על 4%.
הערך את השגיאה היחסית המקסימלית האפשרית בנפח המחושב.

4) נתונות שתי צלעות במלבן $a=10\text{cm},\quad b=24\text{cm}$.
חשב את השינוי המדויק ואת השינוי המקורב (בעזרת דיפרנציאל) של אורך
אלכסון המלבן אם את הצלע a יאריכו ב- 4mm ואת הצלע b יקצרו ב- 1mm.

5) מודדים את האורך של תיבה, את רוחבה ואת גובהה.
השגיאה היחסית בכל מדידה אינה עולה על 5%.
הערך את השגיאה היחסית המקסימלית האפשרית באורך של אלכסון התיבה,
המחושב לפי תוצאות המדידה.

תשובות סופיות

1) $\cong -0.01$

2) $2\frac{7}{3200}$

3) 8%

4) שינוי מדויק: 0.06472, שינוי מקורב: 0.06153.

5) 5%