

סטטיסטיקה לתואר שני במדרשת פיינברג

פרק 13 - סטטיסטיקה תיאורית - מדדי אסימטריה

תוכן העניינים

1. מדד צידוד המבוסס על המומנט השלישי של ציוני התקן 1

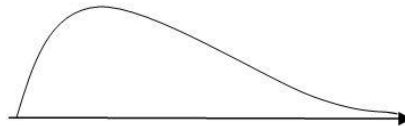
מדד אסימטריה (צידוד) המבוסס על המומנט השלישי של ציוני התקן:

רקע:

המטרה היא למדוד עד כמה ההתפלגות היא אסימטרית. צידוד (או באנגלית skewness) הוא מידת האסימטריה של ההתפלגות.

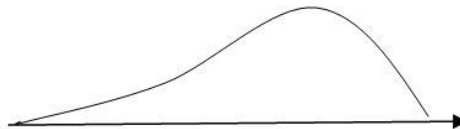
התפלגות אסימטרית חיובית/ימנית:

רוב התצפיות נמצאות בערכים הנמוכים וככל שהערכים גדלים יש פחות ופחות מקרים.



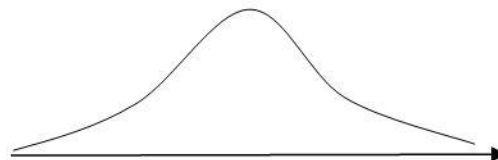
התפלגות אסימטרית שלילית/שמאלית:

רוב התצפיות נמצאות בערכים הגבוהים וככל שהערכים קטנים יש פחות ופחות מקרים.



התפלגות סימטרית פעמונית:

מתקיים שרוב התצפיות במרכז ההתפלגות וככל שהערכים מתרחקים מהמרכז יש פחות מקרים באופן סימטרי.



המדד הבא, נקרא **מדד פישר-פירסון** לאסימטריה. הוא רלבנטי לבדיקת אסימטריה בהתפלגות חד-שיאית, כלומר עם שכיח אחד, והוא בעצם המומנט השלישי של ציוני התקן.

ציון תקן של תצפית מוגדר להיות לפי הנוסחה הבאה: $Z_i = \frac{X_i - \bar{X}}{S}$

ציון תקן של תצפית ה- i נותנת בכמה סטיות תקן התצפית סוטה מהממוצע. המומנט השלישי של ציוני התקן הוא בעצם הממוצע של ציוני התקן שהם מועלים

בחזקה שלישית. כלומר, הממד הוא: $SKE = \frac{\sum Z_i^3}{n}$

אם ההתפלגות היא סימטרית פעמוניתית יתקבל: $SKE = 0$

אם ההתפלגות היא אסימטרית ימנית יתקבל: $SKE > 0$

אם ההתפלגות היא אסימטרית שמאלית יתקבל: $SKE < 0$

ככל שהמדד יותר קרוב בערכו לאפס, נגיד שההתפלגות יותר סימטרית וככל שהמדד מתרחק מהאפס נאמר שההתפלגות היא יותר אסימטרית.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

בבניין 10 דירות. ספרו בכל דירה את מספר המחשבים שיש בה. להלן התוצאות שהתקבלו:

מספר דירה	מספר מחשבים
1	5
2	7
3	5
4	3
5	2
6	6
7	0
8	5
9	1
10	4

חשבו את מדד האסימטריה על סמך המומנט השלישי של ציוני התקן. האם ההתפלגות היא אסימטרית ולאיזה כיוון הצידוד?

שאלות:

- (1) במחקר שנערך על 300 נערים ונערות בדקו כמה המילים שהם מקלידים ביום. להלן התוצאות שהתקבלו:

מספר המילים	מספר הנערים והנערות
0-200	90
200-400	88
400-600	50
600-800	40
800-1000	25
1000-1200	7

- א. חשבו את הממוצע וסטיית התקן של ההתפלגות (הסתמכו על אמצע כל מחלקה בחישוב).
 ב. חשבו לכל מחלקה את ציון התקן שלה.
 ג. חשבו את מדד האסימטריה של פישר-פירסון.
- (2) בשכבה שלוש כיתות לימוד. להלן נתונים לגבי התפלגות הציונים בכל כיתה:

הכיתה	1	2	3
SKE	0.7	0	-1

- א. דרגו את הכיתות לפי מידת האסימטריה.
 ב. באיזו כיתה רוב הסטודנטים קיבלו ציונים גבוהים יחסית לשאר הכיתה?
- (3) נתון שעבור נתונים מסוימים התקבל: $SKE = 1$. איזה מהמשפטים הבאים נכון?
 א. ההתפלגות היא סימטרית.
 ב. ההתפלגות היא אסימטרית שלילית.
 ג. ההתפלגות היא עם זנב שמאלי.
 ד. ההתפלגות היא עם זנב ימני.
- (4) בהתפלגות מסוימת התקבל שהטווח הוא 0. מה ניתן להגיד על מדד skewness?
 א. 0.
 ב. 1.
 ג. 0.5.
 ד. המדד אינו מוגדר במקרה זה.

- (5) בהתפלגות מספר ימי האשפוז במחלקה מסוימת התקבל שממוצע ציוני התקן הוא אפס. מהי התשובה הנכונה בהכרח לגבי ההתפלגות?
- אסימטרית ימנית.
 - אסימטרית שמאלית.
 - סימטרית פעמונית.
 - אף אחת מהתשובות אינה נכונה בהכרח.

תשובות סופיות:

- (1) א. ממוצע: 395.3, סטיית תקן: 275.4.
 ב. להלן טבלה:
 ג. 0.375.

מספר המילים	מספר הנערים והנערות	ציון תקן למחלקה
0-200	90	-1.072
200-400	88	-1.060
400-600	50	0.380
600-800	40	1.106
800-1000	25	1.833
1000-1200	7	2.559

- (2) א. כיתה 3 < כיתה 2 < כיתה 1.
 ב. כיתה 3.
 (3) ד'.
 (4) ד'.
 (5) ד'.