

# מתמטיקה למוסמך במינהל עסקים 91415

פרק 25 - פונקציות בשני משתנים - קיצון ואוכף - ממן 17

תוכן העניינים

1. קיצון ואוכף לפונקציה של שני משתנים..... 1

## קיצון ואוכף לפונקציה של שני משתנים

### שאלות

עבור כל אחת מהפונקציות בשאלות 1-7,

מצא נקודות קריטיות וסווג אותן למקסימום, מינימום או אוכף:

$$f(x, y) = 8x^3 + 12xy + 3y^2 - 18x \quad (1)$$

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 20 \quad (2)$$

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy + 4 \quad (3)$$

$$f(x, y) = 3x - x^3 - 2y^2 + y^4 \quad (4)$$

$$f(x, y) = e^{4y-x^2-y^2} \quad (5)$$

$$f(x, y) = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y \quad (6)$$

$$f(x, y) = \frac{x^2y^2 - 8x + y}{xy} \quad (7)$$

$$z = x^3 + y^3 - 3xy + 4 \quad (8)$$

מצא את משוואות המישורים המשיקים האופקיים למשטח.

(9) מבין כל התיבות הפתוחות שנפחן 32 סמ"ק, חשב את ממדי התיבה ששטח הפנים שלה הוא מינימלי.

(10) יצרן מוכר מחשבוני, בארץ ובסין.

עלות הייצור של מחשבון בארץ היא \$6 ועלות ייצור מחשבון בסין היא \$8.

מנהל השיווק אומד את הביקוש  $Q_1$  למחשבון בארץ, ואת הביקוש  $Q_2$

$$\text{למחשבון בסין, על ידי: } Q_1 = 116 - 30P_1 + 20P_2, \quad Q_2 = 144 + 16P_1 - 24P_2$$

כיצד צריכה החנות לקבוע את מחירי המחשבוני,  $P_1$  ו-  $P_2$ ,

על מנת למקסם את הרווח? מהו רווח זה?

**11** נתונה הפונקציה  $f(x, y) = x^2 + y^2 + axy$ .

א. הוכח שהנקודה  $(0, 0)$ , היא נק' קריטית.

ב. בעזרת מבחן הנגזרת השנייה, קבע עבור אילו ערכים של  $a$ , הנקודה מסעיף א' היא מקסימום, מינימום, אוסף, או שלא ניתן לדעת.

### תשובות סופיות

- 1)  $(-0.5, 1)$  אוסף;  $(1.5, -3)$  מינימום.
- 2)  $(1, 2)$  מינימום;  $(-1, -2)$  מקסימום;  $(-1, 2)$ ,  $(1, -2)$  אוסף.
- 3)  $(0, 0)$  אוסף;  $(1, 1)$  מינימום.
- 4)  $(-1, -1)$ ,  $(-1, 1)$  מינימום;  $(1, 0)$  מקסימום;  $(1, -1)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(-1, 0)$  אוסף.
- 5)  $(0, 2)$  מקסימום.
- 6)  $(4, 4)$  מקסימום.
- 7)  $(-0.5, 4)$  מקסימום.
- 8)  $z = 4$ ,  $z = 3$
- 9) רוחב 4 ס"מ, אורך 4 ס"מ, גובה 2 ס"מ.
- 10)  $P_1 = 10\$$ ,  $P_2 = 12\$$  רווח מקסימלי 288\$.
- 11) א. שאלת הוכחה. ב. עבור  $a = -2$ ,  $a = 2$ , לא ניתן לדעת;  $a < -2$ ,  $a > 2$  אוסף;  $-2 < a < 2$  מינימום.