

# שדות אלקטרומגנטיים

פרק 11 - קוואזיסטטיקה

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים.....1

## הרצאות ותרגילים:

### שאלות:

#### 1) שני לוחות ומקור זרם

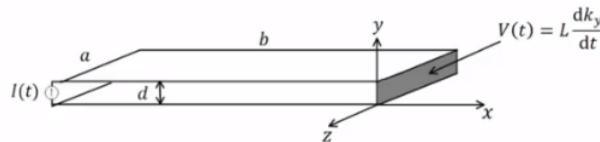
נתון התקן העשוי משני לוחות מוליכים אידיאליים בגודל  $a \times b$  ומרחק  $d$  ביניהם. בצד אחד של הלוחות ישנו מקור זרם המספק זרם:  $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$ . בצד השני הלוחות מחוברים על יד דופן בעלת תכונות השראתיות כך שעל הדופן מתקיים:  $V(t) = L \frac{dk_y}{dt}$ . נתון כי על פני המקור לזרם מסדר גבוה.

כמו כן:  $b \gg a \gg d$  וניתן להניח שהשדות מחוץ להתקן מתאפסים.

- חשב את השדות מסדר אפס בתוך ההתקן.
- חשב את התיקונים מסדר ראשון לשדות.
- מהי צפיפות המטען המשטחית על פני הלוח התחתון?
- חשב את התיקון מסדר שני לצפיפות הזרם המשטחית בלוח התחתון.
- השווה את  $k^{(2)}$  ל- $k^{(0)}$  ותן תנאי לכונות הקירוב הקוואזיסטטי

$$\left( \frac{L}{\mu_0 d} \gg b \right) \text{ (ניתן להניח)}$$

- חשב את הווקטור פויינטינג בהתקן עד סדר ראשון.
- הראה כי משפט פויינטינג בצורתו הדיפרנציאלית מתקיים בתוך ההתקן עד סדר ראשון.



#### 2) גיזרה גלילית

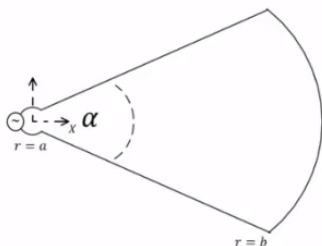
מקור זרם  $I(t)$  מחובר למבנה שחתכו מתואר באיור. המבנה מורכב משני לוחות מוליכים ב- $a < r < b$ ,  $\theta = \pm \frac{\alpha}{2}$ , וחלק מקליפה גלילית מוליכה ב- $r = b$ ,  $-\frac{\alpha}{2} \leq \theta \leq \frac{\alpha}{2}$ . הרדיוס הפנימי  $a$  הינו קטן מאוד. עומק המבנה בציר  $z$  הוא  $l$  כך ש- $l \gg b$  ולכן ניתן להזניח את התלות של השדה ב- $z$ . הנח שהשדות מחוץ למבנה מתאפסים.

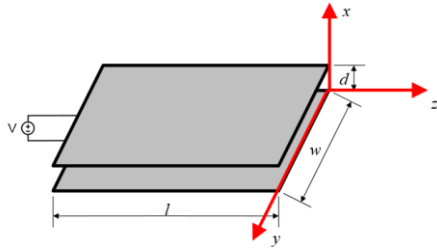
$$\text{א. חשב את: } \vec{H}^{(0)}(r, \theta, t)$$

ב. חשב את ההשראות ומתח ההדקים של המבנה.

ג. חשב את:  $\vec{E}^{(1)}(r, \theta, t)$ , הנח  $E$  בכיוון  $\hat{\theta}$  בלבד.

ד. חשב את מתח ההדקים מתוך ערכו של  $E$  ב- $r = a$  והראה כי התוצאה זהה למה שקיבלת בסעיף ב'.

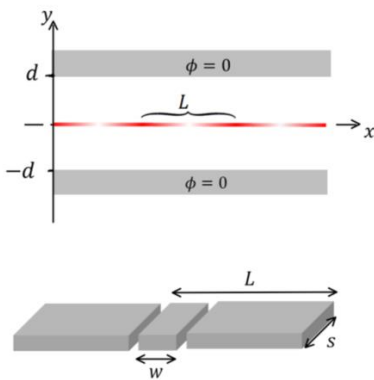




**(3) התכנסות למשוואת מקסוול**

נתונים שני לוחות מקבילים במרחק  $d$  זה מזה. אורך הלוחות הוא  $l$  ורוחבם  $w$  כאשר  $d \ll l, w$ . בין הלוחות בנקודה  $z = -l$ , מחובר מקור מתח, התנהגות המקור ב-  $z = 0$  היא:  $V(t) = A \cos(\omega t)$ . ללא תיקונים מסדר גבוה. פתור את הסעיפים הבאים בקירוב הקוויזיסטטי.

- א. מצא את  $\vec{E}^{(0)}, \vec{H}^{(0)}$ .
- ב. מצא את  $\vec{E}^{(1)}, \vec{H}^{(1)}$ .
- ג. מצא את הזרם הכולל  $I$  והמתח בנקודה  $z = -l$ . הוכח כי בסדר ראשון ההתקן מתנהג כקבל לוחות ומצא את הקיבול.
- ד. מצא את  $\vec{E}^{(2)}, \vec{H}^{(2)}$ .
- ה. מצא את הזרם הכולל  $I$  והמתח בנקודה  $z = -l$ . מהו מעגל התמורה של ההתקן בסדר שני?
- ו. מצא את  $\vec{E}^{(3)}, \vec{H}^{(3)}$ .
- ז. הסק באינדוקציה מהו הפתרון מסדר  $n$  כלשהו.
- ח. הראה שהפתרון מתכנס לפתרון משוואות מקסוול המלאות.



**(4) קרן אלקטרונים משטחית בין שני מוליכים**

קרן משטחית של אלקטרונים נמצאת על מישור  $xz$  ונעה בכיוון ציר  $x$  במהירות  $v$ . צפיפות המטען של האלקטרונים בקרן היא:

$$\eta(x) = \eta_0 + \eta_1 \cos\left(\frac{2\pi}{L}(x - vt)\right)$$

הקרן עוברת בין שני מוליכים הנמצאים בגובה  $\pm d$ . בהנחה ש-  $v \ll c$  ניתן להשתמש בקירוב הקוויזיסטטי "ולקהפיא את הבעיה" כלומר להתייחס לזמן כפרמטר קבוע בחישוב השדות.

- א. מצא את הפוטנציאל בין המוליכים על ידי פתרון משוואת לפלאס מתחת ומעל הקרן.
- ב. מצא את השדה החשמלי בין המוליכים.
- ג. מבודדים מהלוח העליון חתיכה ברוחב  $L$ , מתוך החתיכה חותכים חתיכה נוספת ברוחב  $w$ . מחברים בין שתי החתיכות באמצעות נגד  $R$  שהתנגדותו נמוכה מאוד (ניתן להניח שהפוטנציאל בשתי החתיכות עדיין אפס) מצא את המטען הכולל בחתיכה ברוחב  $w$  וההספק שהולך לאיבוד לחום בנגד. הנח עומק החתיכה הוא  $s$  וכי  $s \ll L$ .

## תשובות סופיות:

$$\cdot E_y^{(1)} = \mu_0 \frac{\dot{I}}{a} \left( x + \frac{L}{\mu_0 d} \right), H^{(1)} = 0 \quad \text{ב.} \quad \cdot \vec{H}^{(0)} = -k\hat{z} = -\frac{I}{a} \hat{z}, \vec{E}^{(0)} = 0 \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\cdot K_x^{(2)} = -\frac{\varepsilon_0 \mu_0 \ddot{I}}{a} \left( \frac{x^2}{2} + \frac{Lx}{\mu_0 d} + \frac{Lb}{\mu_0 d} - \frac{b^2}{2} \right) \quad \text{ד.} \quad \cdot \eta^{(1)} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\dot{I}}{a} \left( x + \frac{L}{\mu_0 d} \right) \quad \text{ג.}$$

$$\vec{S} = \frac{\mu_0 \dot{I}}{Q^2} \left( x + \frac{L}{\mu_0 d} \right) (-\hat{x}) \quad \text{ו.} \quad \cdot \lambda \gg \frac{L}{\mu_0 d} \quad \text{ה.}$$

ז. הוכחה.

$$\cdot L = \frac{\mu_0 \alpha (b^2 - a^2)}{2l} \quad \text{ב.} \quad \cdot \vec{H}^{(0)} = -\frac{I}{l} \hat{z} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\cdot V = \frac{\mu_0 \dot{I}}{2l} (b^2 - a^2) \alpha \quad \text{ד.} \quad \cdot E_\theta = \frac{\mu_0 \dot{I}}{2l} \left( r - \frac{b^2}{r} \right) \quad \text{ג.}$$

$$\cdot \vec{E}^1 = 0, \vec{H}_y^{(1)} = \frac{\varepsilon_0 \dot{V}}{d} z, K_z = -\frac{\varepsilon_0 \dot{V}}{d} z \quad \text{ב.} \quad \cdot \vec{E}^{(0)} = -\frac{V}{d} \hat{x}, \vec{H}^{(0)} = 0 \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\cdot E_x^{(2)} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\ddot{V}}{2d} z^2, H^{(2)} = 0 \quad \text{ד.} \quad \cdot I = \frac{\varepsilon_0 l w}{d} \dot{V}, C = \frac{\varepsilon_0 l w}{d} \quad \text{ג.}$$

$$\cdot E^{(3)} = 0, H_y^{(3)} = -\varepsilon_0^2 \mu_0 \frac{\ddot{V}}{2d} \frac{z^3}{3} \quad \text{ו.} \quad \cdot V^2 = \frac{\mu_0 l d}{2w} \ddot{I}, I^2 = 0 \quad \text{ה.}$$

ז. הוכחה.

ז. ראה סרטון.

$$\cdot \phi_1 = \frac{\eta_0}{2\varepsilon_0} (d+y) + \frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \sinh(k(y+d)) \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$\cdot \phi_2 = \frac{\eta_0}{2\varepsilon_0} (d-y) - \frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \sinh(k(y-d))$$

$$\cdot k = \frac{2\pi}{L}, \varphi = -Vt \quad \text{כאשר}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \sinh(k(y-d)) \hat{x} + \quad \text{ב.}$$

$$\left( \frac{\eta_0}{2\varepsilon_0} + \frac{\eta_1}{2\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \cosh(k(y-d)) \right) \hat{y}$$

$$\vec{E}_1 = \frac{-\eta_1}{2k\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \sinh(k(y+d)) \hat{x} +$$

$$\left( \frac{-\eta_0}{2\varepsilon_0} - \frac{\eta_1}{2\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \cosh(k(y+d)) \right) \hat{y}$$

$$\cdot I_0 = \frac{5\omega k v \eta_1}{2 \cosh(kd)} \quad \text{כאשר} \quad q \approx -5 \left( \frac{\eta_0 \omega}{2} + \frac{\eta_1 \omega \cos k\varphi}{2 \cosh(kd)} \right), \bar{\rho} = \frac{1}{2} I_0^2 R \quad \text{ג.}$$