

# מבוא לסטטיסטיקה והסתברות

פרק 17 - קומבינטוריקה - כלל המכפלה

תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

## קומבינטוריקה – כלל המכפלה:

**רקע:**

**כלל המכפלה:**

כלל המכפלה הוא כלל שבאמצעותו אפשר לחשב את גודל המאורע או גודל מרחב המדגם.

אם לתהליך יש  $k$  שלבים:  $n_1$  אפשרויות לשלב הראשון,  $n_2$  אפשרויות לשלב השני...  $n_k$  אפשרויות לשלב  $k$ :

מספר האפשרויות לתהליך כולו יהיה:  $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdots n_k$

למשל, כמה אפשרויות יש למשחק בו מטילים קובייה וגם מטבע? (הסבר בהקלטה)

$$n_1 = 6, n_2 = 2$$

$$n_1 \cdot n_2 = 6 \cdot 2 = 12$$

למשל, כמה לוחיות רישוי בני 5 תווים ניתן ליצור כאשר התו הראשון הוא אות אנגלית והיתר ספרות? (הסבר בהקלטה)

$$n_1 = 26, n_2 = 10, n_3 = 10, n_4 = 10, n_5 = 10$$

$$n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot n_4 \cdot n_5 = 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 260,000$$

## שאלות:

- (1) חשבו את מספר האפשרויות לתהליכים הבאים :
- הטלת קובייה פעמים.
  - מספר תלת ספרתי.
  - בחירת בן ובת מכתה שיש בה שבעה בנים ועשר בנות.
  - חלוקת שני פרסים שונים לעשרה אנשים שונים כאשר אדם לא יכול לקבל יותר מפרס אחד.
- (2) במסעדה מציעים ארוחה עסקית.
- בארוחה עסקית יש לבחור מנה ראשונה, מנה עיקרית ושתייה. האופציות למנה ראשונה הן : סלט ירקות, סלט אנטיפסטי ומרק היום. האופציות למנה עיקרית הן : סטייק אנטריקוט, חזה עוף בגריל, לזניה בשרית ולזניה צמחונית. האופציות לשתייה הן : קפה, תה ולימונדה.
- כמה ארוחות שונות ניתן להרכיב בעזרת התפריט הזה?
  - אדם מזמין ארוחה אקראית. חשב את ההסתברויות הבאות :
    - בארוחה סלט ירקות, לזניה בשרית ולימונדה.
    - בארוחה סלט, לזניה ותה.
- (3) בוחרים באקראי מספר בין חמש ספרות. חשבו את ההסתברויות הבאות :
- המספר הוא זוגי.
  - במספר כל הספרות שונות.
  - במספר כל הספרות זהות.
  - במספר לפחות שתי ספרות שונות.
  - במספר לפחות שתי ספרות זהות.
  - המספר הוא פלינדרום (מספר הנקרא מימין ומשמאל באות הצורה).
- (4) חישה אנשים אקראיים נכנסו למעלית בבניין בן 8 קומות. חשבו את ההסתברויות הבאות :
- כולם ירו בקומה החמישית.
  - כולם ירדו באותה קומה.
  - כולם ירדו בקומה אחרת.
  - ערן ודני ירדו בקומה השישית והיתר בשאר הקומות.

- (5) במפלגה חמישה עשר חברי כנסת. יש לבחור שלושה חברי כנסת לשלושה תפקידים שונים. בכמה דרכים ניתן לחלק את התפקידים הבאים אם:
- א. חבר כנסת יכול למלא יותר מתפקיד אחד.
  - ב. חבר כנסת לא יכול למלא יותר מתפקיד אחד.
- (6) מטילים קובייה 4 פעמים.
- א. מה ההסתברות שכל התוצאות תהינה זהות?
  - ב. מה ההסתברות שכל התוצאות תהינה שונות?
  - ג. מה ההסתברות שלפחות שתי תוצאות תהינה זהות?
  - ד. מה ההסתברות שלפחות שתי תוצאות תהינה שונות?
- (7) יש ליצור מילה בת חמש אותיות, לא בהכרח עם משמעות מאותיות ה-ABC (26 אותיות).
- א. מה ההסתברות שבמילה שנוצרה אין האותיות A, D ו-L?
  - ב. מה ההסתברות שבמילה שנוצרה כל האותיות זהות?
  - ג. מה ההסתברות שבמילה שנוצרה לפחות שתי אותיות שונות זו מזו?
  - ד. מה ההסתברות שהמילה היא פלינדרום? (מילה אשר משמאל לימין, ומימין לשמאל נקראת אותו הדבר).

## תשובות סופיות:

- (1) א. 36. ב. 900. ג. 70. ד. 90.
- (2) א. 36. ב. i.  $\frac{1}{36}$ . ג. ii.  $\frac{1}{9}$ .
- (3) א. 0.5. ב. 0.3024. ג. 0.0001. ד. 0.9999. ה. 0.6976. ו. 0.01.
- (4) א.  $\frac{1}{8^5}$ . ב.  $\frac{1}{8^4}$ . ג. 0.205. ד.  $\frac{1 \cdot 1 \cdot 7^3}{8^5}$ .
- (5) א. 3375. ב. 2730.
- (6) א.  $\frac{1}{216}$ . ב.  $\frac{5}{18}$ . ג.  $\frac{13}{18}$ . ד.  $\frac{215}{216}$ .
- (7) א.  $\frac{23^5}{26^5}$ . ב.  $\frac{1}{26^4}$ . ג.  $1 - \frac{1}{26^4}$ . ד.  $\frac{1}{26^2}$ .