מתמטיקה למנהל עסקים 70943

פרק 13 - קיצון של פונקציה של שני משתנים תחת אילוץ (כופלי לגראנז')

תוכן העניינים

קיצון של פונקציה של שני משתנים תחת אילוץ (כופלי לגראנז')

שאלות

בשאלות **1-4** מצא את המקסימום והמינימום של הפונקציות, בכפוף לאילוץ הנתון:

1) $2x^2+3xy=1-2y^2$; $f(x,y)=x^2+y^2$

2) $x^2+y^2=1$; $f(x,y)=x^2-y^2$

3) $x^2+y^2=13$; $f(x,y)=4x+6y$

4) $x^2+2y^2=6$; $f(x,y)=x^2y$

5) נתונה בעיית הקיצון $\max\{xy\} \quad s.t. \quad x+3y=12$, כאשר $x,y>0$.

א. פתור את הבעיה.

ב. הבא פתרון גרפי לבעיה.

6) נתונה בעיית הקיצון $\max\{2x+y\} \quad s.t. \quad \sqrt{x}+\sqrt{y}=9$, כאשר $x,y\ge 0$.

א. פתור את הבעיה.

ב. הבא פתרון גרפי לבעיה.

7) מוישל'ה קונה בשוק x ק"ג מלפפונים ו- y ק"ג עגבניות.

התועלת מצריכת הסל, (x,y), נתונה על ידי $u(x,y)=\ln x+\ln y$.

מחיר ק"ג מלפפונים 1 ש"ח, ומחיר ק"ג עגבניות 2 ש"ח.

מוישל'ה קובע לעצמו להשיג רמת תועלת $\ln 16$,

והוא מעוניין להשיג זאת בעלות מינימאלית.

נסח ופתור את בעיית מוישל'ה.

8) דני קונה בשוק x ק"ג מלפפונים ו- y ק"ג עגבניות.

התועלת מצריכת הסל (x,y) נתונה על ידי $u(x,y)=xy$.

מחיר ק"ג מלפפונים 1 ש"ח, ומחיר ק"ג עגבניות 3 ש"ח.

לדני תקציב של 12 ש"ח.

נסח ופתור את בעיית דני.

9) עקומת התמורה בין מנגו, (x), ואננס, (y), היא $x^2+y^2=13$.
לדני תועלת $f(x,y)=4x+6y$.
דני מחפש את הסל (אננס, מנגו) = (x,y), על עקומת התמורה,
המביא למקסימום את התועלת שלו מצריכת מנגו ואננס.
נסח ופתור את הבעיה.

10) ליצרן פונקציית ייצור $Q=\sqrt{k}+\sqrt{L}$.
המחירים ליחידת K ו- L הם $P_K=2,\ P_L=1$.
היצרן נמצא ברמת תפוקה 100 והוא מחפש את הצירוף $\left(K^*,L^*\right)$,
המביא למינימום את העלות.
נסח את בעיית היצרן (אל תפתור).

תשובות סופיות

1) $\min\left(\pm\sqrt{1/7},\pm\sqrt{1/7}\right)$ $\max(\pm1,\mp1)$
2) $\max(\pm1,0)$ $\min(0,\pm1)$
3) $\min(-2,-3)$ $\max(2,3)$
4) $\min(\pm2,-1)$ $\max(\pm2,1)$
5) $\max(6,2)$
6) $\max(9,36)$
7) $\min\left(\sqrt{32},\sqrt{8}\right)$
8) $\max(6,2)$
9) $\max(2,3)$
10) $\sqrt{K}+\sqrt{L}=100$; $\min\{2K+L\}$