

מכינה במתמטיקה

פרק 55 - שימושי האינטגרל המסויים (נפח-שטח מעטפת)

תוכן העניינים

1. חישוב נפח גוף-סיבוב.....1

חישוב נפח גוף-סיבוב

שאלות

(1) השטח הכלוא בין גרף הפונקציות $y = x^2$ ו- $y = 2x - 1$ מסתובב סביב ציר ה- x .
 חשב את נפח הגוף המתקבל בשתי דרכים:
 א. שיטת הדיסקות (cavalieri).
 ב. שיטת הקליפות הגליליות.

(2) השטח הכלוא בין גרף הפונקציות $y = x^2$ ו- $y = 2x - 1$ מסתובב סביב ציר ה- y .
 חשב את נפח הגוף המתקבל בשתי דרכים:
 א. שיטת הדיסקות (cavalieri).
 ב. שיטת הקליפות הגליליות.

השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x) = 1 - x^3$ והצירים, מסתובב סביב ציר כלשהו.
 מצא את נפח הגוף המתקבל בכל מקרה בשאלות 3-8:



- (3) ציר ה- x .
 (4) הישר $y = -1$.
 (5) הישר $y = 2$.
 (6) ציר ה- y .
 (7) הישר $x = -1$.
 (8) הישר $x = 2$.

- (9) נסח והוכח את הנוסחה לחישוב נפח גליל.
 (10) נסח והוכח את הנוסחה לחישוב נפח חרוט.
 (11) נסח והוכח את הנוסחה לחישוב נפח כדור.



(12) השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $y = \sin(x^2)$

$$\text{והישרים } x = \sqrt{\frac{\pi}{6}}, x = \sqrt{\frac{\pi}{3}}, y = 0$$

מסתובב סביב ציר ה- y .
מהו נפח הגוף המתקבל?



(13) השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $y = e^{x^2}$

$$\text{והישרים } y = 0, x = 0, x = 1$$

מסתובב סביב ציר ה- y .
מהו נפח הגוף המתקבל?



(14) השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x) = x \ln x$,

המשיק לגרף בנקודה (e, e) וציר ה- x ,

מסתובב סביב ציר ה- x .
מהו נפח הגוף המתקבל?

(15) השטח הכלוא בין הגרפים של $f(x) = x^2$, $f(x) = 2x + 8$, $x = 0$

מסתובב סביב הישר $x = 4$.

מצא את נפח גוף הסיבוב שמתקבל.

תשובות סופיות

$$\frac{64}{15}\pi \text{ א. } \quad \frac{64}{15}\pi \text{ ב. } \quad \text{(1)}$$

$$\frac{8}{3}\pi \text{ א. } \quad \frac{8}{3}\pi \text{ ב. } \quad \text{(2)}$$

$$\frac{9\pi}{14} \quad \text{(3)}$$

$$\frac{15\pi}{7} \quad \text{(4)}$$

$$\frac{33\pi}{14} \quad \text{(5)}$$

$$\frac{3\pi}{5} \quad \text{(6)}$$

$$2.1\pi \quad \text{(7)}$$

$$\frac{12\pi}{5} \quad \text{(8)}$$

$$V = \pi R^2 \cdot H \quad \text{(9)}$$

$$V = \frac{\pi R^2 \cdot H}{3} \quad \text{(10)}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad \text{(11)}$$

$$\frac{\pi}{2}(\sqrt{3}-1) \quad \text{(12)}$$

$$\pi(e-1) \quad \text{(13)}$$

$$\frac{e^3-4}{54}\pi \quad \text{(14)}$$

$$128\pi \quad \text{(15)}$$