

חדוא 1

פרק 20 - שימושי האינטגרל המסויים (שטח-אורך קשת)

תוכן העניינים

1. חישוב שטחים.....1
2. חישוב שטחים ביחס לציר ה-y.....4
3. אורך קשת.....5

חישוב שטחים

חישוב שטחים באמצעות האינטגרל (מקרים פרטיים)

1. שטח הכלוא בין גרף פונקציה וציר ה- x :



$$S = \int_a^b f(x) dx$$

2. שטח הכלוא בין שני גרפים, כך שגרף אחד כולו מעל השני :



$$S_1 = \int_a^b (g(x) - f(x)) dx$$

$$S_2 = \int_b^c (f(x) - g(x)) dx$$

$$S = S_1 + S_2$$

3. שטח הכלוא בין שני גרפים וציר ה- x :



$$S = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c g(x) dx$$

שאלות



- (1) נתונות הפונקציות $f(x) = x^2 - 4x - 12$ ו- $g(x) = x - 6$.
 חשב את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של f ו- g .



- (2) נתונות הפונקציות $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = 7 - x^2$.
 חשב את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של f ו- g .



- (3) נתונות הפונקציות $f(x) = (x-2)^2$ ו- $g(x) = -(x-2)^2$,
 כמתואר באיור.
 א. התאם בין הפונקציות לגרפים I ו-II.
 ב. מסמנים את השטחים שבין כל פונקציה והצירים
 ב- S_1 ו- S_2 , כמתואר באיור.
 הראה כי השטחים S_1 ו- S_2 שווים זה לזה.



- (4) נתונות הפונקציות $f(x) = x^2 - 2x + 1$, $g(x) = x^2 - 6x + 9$.
 חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות ובין ציר ה- x .



- (5) נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 + 6x + 12$.
 ישר העובר בראשית הצירים חותך את גרף הפונקציה
 בנקודה שבה $x = -4$, כמתואר באיור.
 א. מצא את משוואת הישר.
 ב. מצא את נקודת החיתוך השנייה של הישר והפונקציה.
 ג. מצא את השטח המוגבל בין הישר, גרף הפונקציה, ציר ה- x והישר $x = -4$.



6 נתונה הפונקציה $f(x) = (x-2)^2$.

בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y מעבירים משיק.

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. מצא את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x .

ג. חשב את השטח הכלוא בין המשיק, גרף הפונקציה וציר ה- x (השטח המסומן).

תשובות סופיות

1 $57\frac{1}{6}$ יח"ש.

2 $21\frac{1}{3}$ יח"ש.

3 א. $f(x) = I$, $g(x) = II$ ב. שאלת הוכחה.

4 $\frac{2}{3}$ יח"ש.

5 א. $y = -x$ ב. $(-3, 3)$ ג. $7\frac{5}{6}$ יח"ש.

6 א. $y = -4x + 4$ ב. $(1, 0)$ ג. $\frac{2}{3}$ יח"ש.

חישוב שטחים ביחס לציר ה-y

שאלות

(1) חשב את השטח הכלוא בין הפרבולה $y^2 = -x$ והישר $y = x + 6$.

(2) חשב את השטח הכלוא בין הפרבולה $x = y^2 + 2$ והישר $y = x - 8$.

תשובות סופיות

(1) $20\frac{5}{6}$

(2) $20\frac{5}{6}$

אורך קשת

שאלות

בשאלות הבאות חשב את אורך העקום הנתון:

$$(1 \leq x \leq 8), y = x^{2/3} \quad (2) \qquad (1 \leq x \leq 2), y = \frac{x^4}{8} + \frac{1}{4x^2} \quad (1)$$

$$(0 \leq x \leq 3), y = \frac{2}{3}(1+x^2)^{3/2} \quad (4) \qquad (1 \leq x \leq 2), y = \frac{x^5}{15} + \frac{1}{4x^3} \quad (3)$$

$$(1 \leq x \leq 8), x^{2/3} + y^{2/3} = 4 \quad (6) \qquad (0 \leq x \leq 3), y = \frac{1}{3}\sqrt{x}(3-x) \quad (5)$$

$$(1 \leq x \leq 2), y = \ln x \quad (8) \qquad (0 \leq y \leq 4), x = 3y^{3/2} - 1 \quad (7)$$

$$(1 \leq x \leq 2), y = x^2 \quad (9)$$

תשובות סופיות

$$\frac{33}{16} \quad (1)$$

$$\frac{1}{9} \left\{ \frac{40^{1.5}}{3} - \frac{13^{1.5}}{3} \right\} \quad (2)$$

$$\frac{1097}{480} \quad (3)$$

$$21 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \left\{ 2\sqrt{3} + \frac{2}{3}3^{1.5} \right\} \quad (5)$$

$$9 \quad (6)$$

$$\frac{8}{243} \{82^{1.5} - 1\} \quad (7)$$

$$\left\{ \sqrt{5} + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1} \right| \right\} - \left\{ \sqrt{2} + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \right| \right\} \quad (8)$$

$$\sqrt{17} - \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{4} \ln(\sqrt{17}+4) - \frac{1}{4} \ln(\sqrt{5}+2) \quad (\text{Decimal: } 3.16784) \quad (9)$$