

# מתמטיקה ב לכלכלנים

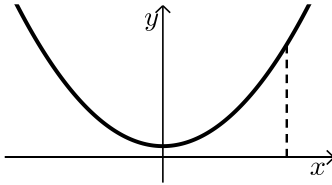
פרק 14 - שימושי האינטגרל המסוים - נפח גוף סיבוב

תוכן העניינים

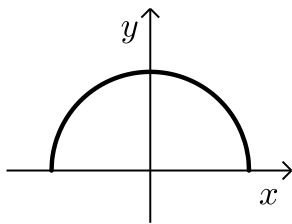
1. חישוב נפח גוף-סיבוב.....1

## חישוב נפח גוף-סיבוב

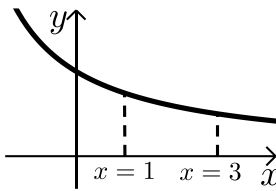
## שאלות



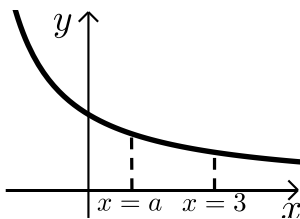
- (1) נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2 + 1$ .  
השטח הכלוא בין הפונקציה, הישר  $x = 3$   
והצירים מסתובב סביב ציר ה- $x$ .  
חשב את נפח גוף הסיבוב המתקבל באופן זה.



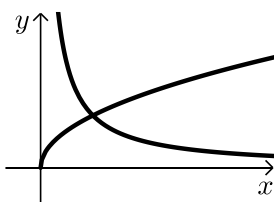
- (2) באיור שלפניך נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ .  
א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה  
עם ציר ה- $x$ .  
ב. חשב את נפח הגוף שנוצר ע"י סיבוב  
גרף הפונקציה סביב ציר ה- $x$ .



- (3) נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{12}{x+3}$  בתחום  $x \geq 0$ .  
גרף הפונקציה מסתובב סביב ציר ה- $x$ .  
מסמנים את נפח הגוף שנוצר בתחום  $0 \leq x \leq 1$ ,  
ב- $V_1$  ואת נפח הגוף שנוצר בתחום  $1 \leq x \leq 3$ , ב- $V_2$ .  
חשב את היחס  $\frac{V_1}{V_2}$ .

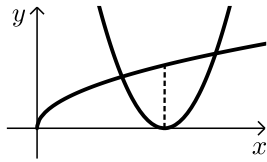


- (4) נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{12}{x+3}$  בתחום  $x \geq 0$ .  
גרף הפונקציה מסתובב סביב ציר ה- $x$ .  
מסמנים את נפח הגוף הנוצר בתחום  $0 \leq x \leq a$ ,  
ב- $V_1$  ואת נפח הגוף שנוצר בתחום  $a \leq x \leq 3$ , ב- $V_2$ .  
מתקיים  $V_1 = V_2$ .  
מצא את  $a$ .



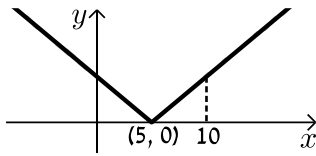
- (5) בשרטוט הבא נתונות הפונקציות ברביע הראשון  
 $f(x) = \sqrt{x}$  ו- $g(x) = \frac{1}{x}$ .  
מצא את נפח גוף הסיבוב שנוצר, כאשר השטח הכלוא  
בין הפונקציות והישר  $x = 2$  מסתובב סביב ציר ה- $x$ .

6 נתונים הגרפים של הפונקציות  $f(x) = \sqrt{x}$  ו-  $g(x) = (2x-3)^2$ .



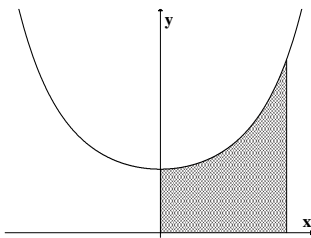
- א. הראה כי הפונקציות נפגשות בנקודה שבה  $x=1$ .  
 ב. השטח הכלוא בין הפונקציות ונמצא משמאל לאורך ציר ה- $x$ , היוצא מקודקוד הפרבולה  $g(x)$  מסתובב סביב ציר ה- $x$ . מצא את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

7 לפי גרף הפונקציה  $f(x) = |x-5|$ .

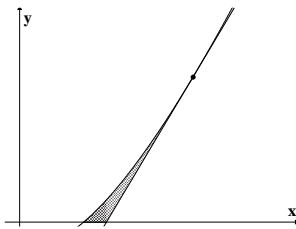


- א. חשב את נפח הגוף שנוצר כאשר השטח בין גרף הפונקציה בתחום  $0 \leq x \leq 10$  ובין ציר ה- $x$  מסתובב סביב ציר ה- $x$ .  
 ב. האם תוצאת החישוב של הסעיף הקודם תשתנה, אם במקום  $f(x) = |x-5|$  נשתמש בפונקציה  $g(x) = x-5$ ? נמק.

8 השטח, הכלוא בין גרף הפונקציה  $y = e^{x^2}$  והישרים  $y=0$ ,  $x=0$ ,  $x=1$ , מסתובב סביב ציר ה- $y$ . מהו נפח הגוף המתקבל?



9 השטח, הכלוא בין גרף הפונקציה  $f(x) = x \ln x$ , המשיק לגרף בנקודה  $(e, e)$  וציר ה- $x$ , מסתובב סביב ציר ה- $x$ . מהו נפח הגוף המתקבל?



### תשובות סופיות

$$(1) \quad V = 69\frac{3}{5}\pi \text{ יח"ינ}$$

$$(2) \quad \text{א. } (-2,0), (2,0) \quad \text{ב. } V = 10\frac{2}{3}\pi \text{ יח"ינ}$$

$$(3) \quad \frac{V_1}{V_2} = 1$$

$$(4) \quad a = 1$$

$$(5) \quad V = \pi \text{ יח"ינ}$$

$$(6) \quad V = \frac{21}{40}\pi \text{ יח"ינ}$$

$$(7) \quad \text{א. } V = 83\frac{1}{3}\pi \text{ יח"ינ} \quad \text{ב. לא}$$

$$(8) \quad \pi(e-1)$$

$$(9) \quad \frac{e^3 - 4}{54}\pi$$