

פיזיקה 2 חשמל ומגנטיות

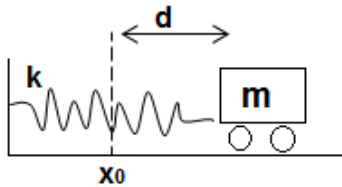
פרק 2 - תנועה הרמונית פשוטה מרוסנת ומאולצת כולל משוואות דיפרנציאליות

תוכן העניינים

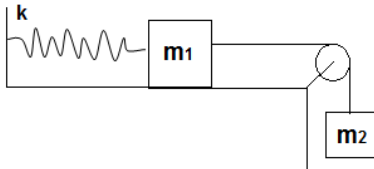
1. תנועה הרמונית פשוטה..... 1
2. תנועה הרמונית מרוסנת..... 3
3. תנועה הרמונית מאולצת..... 5
4. תרגילים מסכמים..... 7
5. תרגילים לבקשת סטודנטים..... 8

תנועה הרמונית פשוטה:

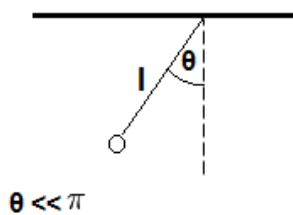
שאלות:



- (1) **דוגמה - מסה מתנגשת במסה**
 מסה m מונחת על שולחן ללא חיכוך ומחוברת לקפיץ המחובר לקיר בעל קבוע קפיץ k . מותחים את המסה מרחק d מהמיקום בו הקפיץ רפוי ומשחררים ממנוחה. מצא את $x(t)$ של המסה.



- (2) **דוגמה - מסה על שולחן מחוברת למסה תלויה**
 מסה m_1 מונחת על שולחן ללא חיכוך ומחוברת לקפיץ בעל קבוע k . מהמסה יוצא חוט העובר דרך גלגלת אידיאלית וקשור למסה נוספת התלויה באוויר M .
- א. מצא את נקודת שיווי המשקל של המערכת (קבע את הראשית בנקודה שבה הקפיץ רפוי).
 ב. מצא את תדירות התנודה של המערכת.
 ג. מהי האמפליטודה המקסימלית האפשרית לתנועה כך שהמתיחות בחוט לא תתאפס במהלך התנועה?



- (3) **דוגמה - מטוטלת מתמטית (עם אנרגיה)**
 נתונה מטוטלת (מתמטית) התלויה מהתקרה. אורך החוט של המטוטלת הוא l . מצא את תדירות התנודות הקטנות ואת הזווית כפונקציה של הזמן. הנח כי המטוטלת מתחילה את תנועתה ממנוחה בזווית ידועה θ (דרך אנרגיה).

תשובות סופיות:

$$x(t) = -\frac{v_0}{2} \sqrt{\frac{2m}{k}} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{2m}} t + \frac{\pi}{2}\right) + x_0 \quad (1)$$

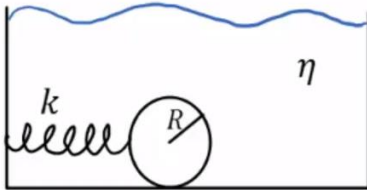
$$A_{\max} = \frac{v_0}{\omega^2} \quad \text{ג.} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} \quad \text{ב.} \quad x = \frac{m_2 g}{k} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad \theta(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

תנועה הרמונית מרוסנת:

שאלות:

(1) כדור במיכל מים



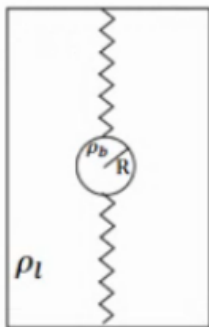
כדור בעל מסה m ורדיוס R נמצא בתוך מיכל מים ומחובר באמצעות קפיץ אופקי לדופן המיכל. קבוע הקפיץ הוא k . בתנועת הגוף במים, מפעילים המים על הכדור כוח התנגדות המתכונתי והפוך למהירותו. כוח זה נקרא כוח סטוקס וגודלו

הוא: $\vec{F} = -6\pi R\eta\vec{v}$. כאשר η היא צמיגות המים ו- R הוא רדיוס הכדור.

התייחס ל- m , k , η , R כנתונים ומצא את תדירות התנודות של הכדור

בהנחה ש- $R < \frac{\sqrt{mk}}{3\pi\eta}$. הזנח את החיכוך בין הכדור לתחתית המיכל.

(2) שני קפיצים בנוזל



כדור נמצא בתוך תיבה מלאה במים ומחובר עם קפיץ אידיאלי לקצה העליון של התיבה ועם קפיץ אידיאלי נוסף זהה לקצה התחתון של התיבה.

נתון: R - רדיוס הכדור, ρ_b - צפיפות המסה של הכדור, ρ_l - צפיפות המסה של המים, K - קבוע שני הקפיצים ו- η - צמיגות המים.

(תזכורת: כאשר כדור נמצא בתוך נוזל פועלים עליו כוח ציפה: $F = \rho_l V g$ וכוח סטוקס: $F = -6\pi\eta R v$).

א. מצא את נקודת שיווי המשקל של המערכת.

ב. מה התנאי שיהיו תנודות הרמוניות?

מצא את התדירות בהנחה שתנודות אלו מתקיימות.

ג. מצא את התנאי בו יחזור הכדור הכי מהר לנקודת שיווי המשקל.

(3) איבוד אנרגיה במחזור

בתנועה הרמונית מרוסנת קיים ריסון חלש כך שהאמפליטודה של התנועה יורדת ב-2.5 אחוז כל מחזור.

בכמה אחוז יורדת האנרגיה בכל מחזור?

תשובות סופיות:

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{3\pi R\eta}{m}\right)^2} \quad \text{(1)}$$

$$\frac{2K}{m} = \frac{6\pi\eta R^2}{2m} \quad \text{ג.}$$

$$\omega^* = \sqrt{\frac{2K}{m} - \left(\frac{6\pi\eta R}{2m}\right)^2} \quad \text{ב.}$$

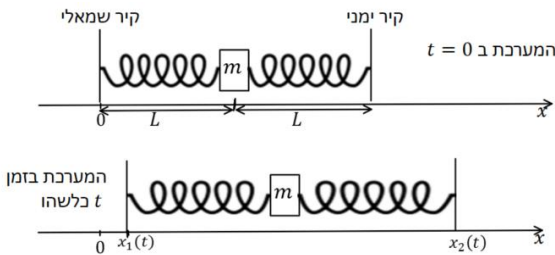
$$y_{eq} = \frac{F_b}{2K} \quad \text{א.} \quad \text{(2)}$$

$$5\% \quad \text{(3)}$$

תנועה הרמונית מאולצת:

שאלות:

1) מסה בין קירות זזים



מסה m מחוברת לשני קפיצים זהים בעלי קבוע k ואורך רפוי L משני צידיה. הקפיצים מחוברים לקירות הנמצאים במרחק L מהמסה משמאלה ומימינה והמערכת כולה מונחת על שולחן חלק (כוח הכובד לתוך הדף).

על המסה פועל כוח גרר: $F = -bv$. ב- $t=0$ הקירות מתחילים לזוז. ראשית הצירים ממוקמת במרכז התנועה של הקיר השמאלי והכיוון החיובי ימינה. מיקום הקירות כתלות בזמן הוא: $x_1(t) = d \sin(\omega t)$, $x_2(t) = 2L + 2d \sin(\omega t)$. נתונים: d, L, ω, k, b, m ו- $d \ll L$.

- מהי תדירות התנועה ומהי האמפליטודה?
- מה התנאי לתהודה בהנחה כי הריסון חלש מאוד?

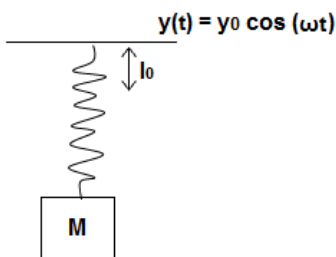
2) מציאת תדירות ברבע אמפליטודה

מסה m מחוברת לקפיץ אופקי בעל קבוע k , המסה נעה על מישור חלק ללא חיכוך. על המסה פועל כוח גרר: $f = -bv$ וכוח מאלץ: $F(t) = d \cdot \cos(\omega t)$. מצא את תדירות הכוח בה אמפליטודת התנועה במצב העמיד תהיה רבע מהאמפליטודה המקסימלית. הנח כי: ω, b, k, m, d נתונים וכי: $b \ll \sqrt{mk}$.

3) מסה תלויה על קרש נע

מסה M מחוברת באמצעות קפיץ אנכי לקרש אופקי הנע בציר ה- y לפי: $y(t) = y_0 \cos(\omega t)$.

קבוע הקפיץ k ואורכו הרפוי l_0 נתונים. מצא את מיקום המסה כפונקציה של הזמן.



תשובות סופיות:

$$\omega \sim \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad \text{ב.} \quad A(\omega) = \frac{\frac{3kd}{m}}{\sqrt{\left(\frac{2k}{m} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{b}{m}\right)^2}} \omega^2 \quad \text{א. (1)}$$

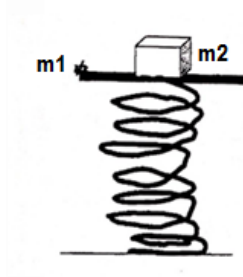
$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4C}}{2}} \quad \text{(2)}$$

$$y(t) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\frac{k}{m} - \omega^2} \cos \omega t + y'_0 \quad \text{(3)}$$

תרגילים מסכמים:

שאלות:

(1) מסה על משטח על קפיץ אנכי



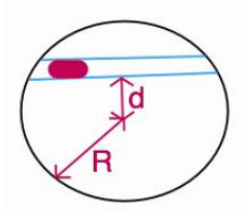
על קפיץ שקבועו k מונח משטח שמסתו m_1 , המשטח צמוד לקצהו של הקפיץ. על המשטח מונח גוף שמסתו m_2 . מכווצים את הקפיץ בשיעור Δy ומשחררים.

א. מה צריך להיות Δy_{\min} כדי שהגוף יתנתק מן המשטח באיזה שהוא שלב?

ב. הניחו: $\Delta y = 2\Delta y_{\min}$, $k = 10 \frac{N}{m}$, $m_1 = 0.04 \text{ kg}$, $m_2 = 0.06 \text{ kg}$. ומצאו את רגע הניתוק.

ג. באמצעות הנתונים המספריים מסעיף ב', מהו מקומו ומהירותו של המשטח ברגע שהגוף ניתק מן המשטח?

(2) תנועה בתעלה בכדור"א



בתוך כדור הארץ נחפרה תעלה כבשרטוט. מסת כדור הארץ M .

מהי תדירות התנודות הקטנות של מסה החופשיה לנוע בתעלה?

תשובות סופיות:

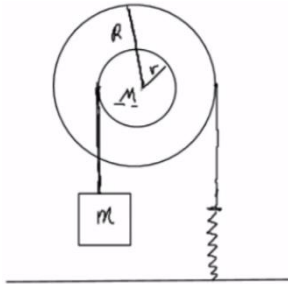
$$\Delta y_{\min} = \frac{(m_1 + m_2)}{k} \quad \text{א. (1)} \quad t_1 = \frac{1}{\omega} \cos^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) \quad \text{ב.}$$

$$v(t) = \dot{y}(t) = -2\Delta y_{\min} \omega \sin(\omega t), \quad \Delta y_{\min} = \frac{(m_1 + m_2)}{k} \quad \text{ג.}$$

$$\ddot{x} = -\left(\frac{M}{R^3} \right) (x - 0) \quad \text{(2)}$$

תרגילים לבקשת סטודנטים:

שאלות:



1) דיסקה כפולה מסה וקפיץ

נתונה דיסקה ממוסמרת במרכזה לקיר (כלומר הדיסקה יכולה להסתובב אך לא לנוע מעלה ומטה).

הדיסקה בנויה משתי דיסקיות מודבקות בעלות רדיוס r לדיסקה הקטנה ו- R לדיסקה הגדולה.

סביב הדיסקות מלופפים חוטים כמתואר בשרטוט. עוד נתון כי אין החלקה לחוטים.

א. מצא את תדירות התנודות.

ב. מהי האנרגיה הכוללת של המערכת?

תשובות סופיות:

$$\omega = \sqrt{\frac{kR}{\frac{1}{2}MR + \frac{r^2}{R}}} \quad \text{א.} \quad (1) \quad \text{ב.} \quad E_{\text{total}} = \frac{1}{2}kx^2 - mgx + \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mx^2$$