

# פיזיקה 2 חשמל 4910610

פרק 1 - תנועה הרמונית -

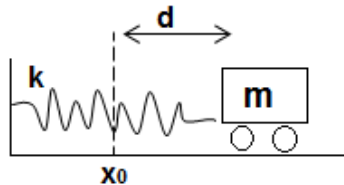
תוכן העניינים

1. תנועה הרמונית פשוטה ..... 1
2. בור פוטנציאל ..... 3
3. תנועה הרמונית מרוסנת ..... 5
4. תנועה הרמונית מאולצת ..... 7
5. תרגילים מסכמים ..... 9
6. תרגילים מסכמים (מטוטלות שונות) ..... 10

## תנועה הרמונית פשוטה:

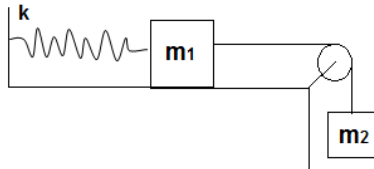
### שאלות:

#### (1) דוגמה - מסה מתנגשת במסה



מסה  $m$  מונחת על שולחן ללא חיכוך ומחוברת לקפיץ המחובר לקיר בעל קבוע קפיץ  $k$ . מותחים את המסה מרחק  $d$  מהמיקום בו הקפיץ רפוי ומשחררים ממנוחה. מצא את  $x(t)$  של המסה.

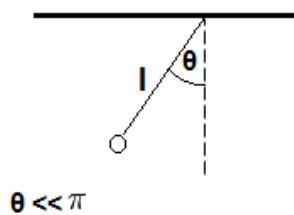
#### (2) דוגמה - מסה על שולחן מחוברת למסה תלויה



מסה  $m_1$  מונחת על שולחן ללא חיכוך ומחוברת לקפיץ בעל קבוע  $k$ . מהמסה יוצא חוט העובר דרך גלגלת אידיאלית וקשור למסה נוספת התלויה באוויר  $M$ .

- מצא את נקודת שיווי המשקל של המערכת (קבע את הראשית בנקודה שבה הקפיץ רפוי).
- מצא את תדירות התנודה של המערכת.
- מהי האמפליטודה המקסימלית האפשרית לתנועה כך שהמתיחות בחוט לא תתאפס במהלך התנועה?

#### (3) דוגמה - מטוטלת מתמטית (עם אנרגיה)



נתונה מטוטלת (מתמטית) התלויה מהתקרה. אורך החוט של המטוטלת הוא  $l$ . מצא את תדירות התנודות הקטנות ואת הזווית כפונקציה של הזמן. הנח כי המטוטלת מתחילה את תנועתה ממנוחה בזווית ידועה  $\theta$  (דרך אנרגיה).

## תשובות סופיות:

$$x(t) = -\frac{v_0}{2} \sqrt{\frac{2m}{k}} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{2m}}t + \frac{\pi}{2}\right) + x_0 \quad (1)$$

$$A_{\max} = \frac{v_0}{\omega^2} \quad \text{ג.} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} \quad \text{ב.} \quad x = \frac{m_2 g}{k} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad \theta(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

## בור פוטנציאל:

### שאלות:

#### (1) פוטנציאל לנארד-ג'ונס

פונקציית הפוטנציאל של לנארד ג'ונס מתארת את האינטראקציה בין אטומים

או מולקולות בתוך סריג והיא נתונה לפי הנוסחה:  $U(r) = \varepsilon \left[ \left( \frac{r_0}{r} \right)^{12} - 2 \left( \frac{r_0}{r} \right)^6 \right]$

כאשר  $\varepsilon$  ו- $r_0$  קבועים ו- $r$  הוא המרחק בין המולקולות.

מצא את התדירות של תנודות קטנות סביב שיווי משקל של המערכת.

ניתן להניח שמדובר בחלקיק אחד במסה  $m$  המרגיש את הפוטנציאל

מחלקיק שני במסה  $M$  הנשאר נייח ( $m \ll M$ ).

#### (2) מטוטלת מתמטית וקפיץ עם אנרגיות

מטוטלת עם מסה  $m$  תלויה מהתקרה באורך  $L$ .

קושרים למסה קפיץ בעל קבוע  $k$  המחובר אופקית לקיר.

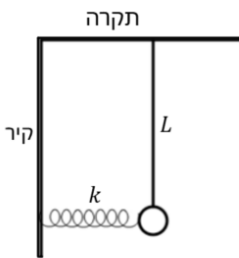
הקפיץ במצב רפוי כאשר החוט מאונך לתקרה.

מזיזים את המסה זווית קטנה  $\theta_0$  ימינה ומשחררים ממנוחה.

א. מצאו את הזווית של המסה כתלות בזמן.

ב. מהי המתיחות בחוט כאשר המוט נמצא במצב אנכי תוך

כדי תנועה.



#### (3) עיפרון עם מוטות בשיווי משקל

הגוף שבאיור מורכב מעיפרון בעל מסה זניחה ואורך  $L$ .

לקצה של העיפרון מחוברים שני כדורים בעלי מסה  $m$

באמצעות מקלות דקים חסרי מסה באורך  $l$  ובזווית  $\alpha$ .

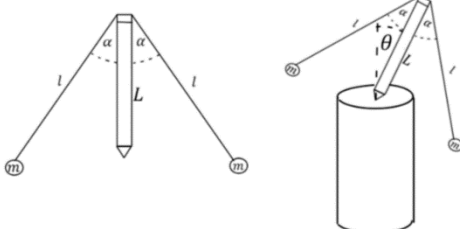
מניחים את הגוף על מעמד ומטים אותו בזווית  $\theta$  במישור הדיף.

א. רשמו את האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף כתלות בזווית  $\theta$ .

ב. באיזו זווית  $\theta$  יהיה הגוף בשיווי משקל?

ג. מה התנאי לכך ששיווי המשקל יהיה יציב?

ד. מהו זמן המחזור של התנודות סביב נקודת שיווי המשקל?



## תשובות סופיות:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{72\varepsilon}{mv_0}} \quad (1)$$

$$T = mg + (mg + kL)\theta_0^2 \quad \text{ב.} \quad \theta(t) = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{mg + kL}{mL}} \cdot t\right) \quad \text{א.} \quad (2)$$

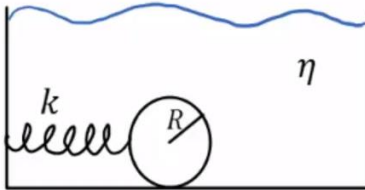
$$L < l \cos \alpha \quad \text{ג.} \quad \theta = 0 \quad \text{ב.} \quad U = 2mg(L - l \cos \alpha) \cos \theta \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{l \cos \alpha - L}{L^2 + l^2 - 2Ll \cos \alpha}}} \quad \text{ד.}$$

## תנועה הרמונית מרוסנת:

### שאלות:

#### (1) כדור במיכל מים



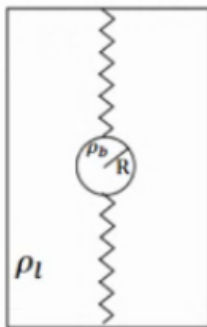
כדור בעל מסה  $m$  ורדיוס  $R$  נמצא בתוך מיכל מים ומחובר באמצעות קפיץ אופקי לדופן המיכל. קבוע הקפיץ הוא  $k$ . בתנועת הגוף במים, מפעילים המים על הכדור כוח התנגדות המתכונתי והפוך למהירותו. כוח זה נקרא כוח סטוקס וגודלו

הוא:  $\vec{F} = -6\pi R\eta\vec{v}$ . כאשר  $\eta$  היא צמיגות המים ו- $R$  הוא רדיוס הכדור.

התייחס ל- $m$ ,  $k$ ,  $\eta$ ,  $R$  כנתונים ומצא את תדירות התנודות של הכדור

בהנחה ש- $R < \frac{\sqrt{mk}}{3\pi\eta}$ . הזנח את החיכוך בין הכדור לתחתית המיכל.

#### (2) שני קפיצים בנוזל



כדור נמצא בתוך תיבה מלאה במים ומחובר עם קפיץ אידיאלי לקצה העליון של התיבה ועם קפיץ אידיאלי נוסף זהה לקצה התחתון של התיבה.

נתון:  $R$  - רדיוס הכדור,  $\rho_b$  - צפיפות המסה של הכדור,  $\rho_l$  - צפיפות המסה של המים,  $K$  - קבוע שני הקפיצים ו- $\eta$  - צמיגות המים.

(תזכורת: כאשר כדור נמצא בתוך נוזל פועלים עליו כוח ציפה:  $F = \rho_l V g$  וכוח סטוקס:  $F = -6\pi\eta R v$ ).

א. מצא את נקודת שיווי המשקל של המערכת.

ב. מה התנאי שיהיו תנודות הרמוניות?

מצא את התדירות בהנחה שתנודות אלו מתקיימות.

ג. מצא את התנאי בו יחזור הכדור הכי מהר לנקודת שיווי המשקל.

#### (3) איבוד אנרגיה במחזור

בתנועה הרמונית מרוסנת קיים ריסון חלש כך שהאמפליטודה של התנועה יורדת ב-2.5 אחוז כל מחזור.

בכמה אחוז יורדת האנרגיה בכל מחזור?

## תשובות סופיות:

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{3\pi R\eta}{m}\right)^2} \quad (1)$$

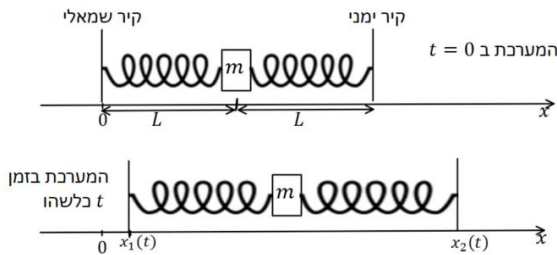
$$\frac{2K}{m} = \frac{6\pi\eta R^2}{2m} \quad \text{ג.} \quad \omega^* = \sqrt{\frac{2K}{m} - \left(\frac{6\pi\eta R}{2m}\right)^2} \quad \text{ב.} \quad y_{eq} = \frac{F_b}{2K} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$5\% \quad (3)$$

## תנועה הרמונית מאולצת:

### שאלות:

#### 1) מסה בין קירות זזים



מסה  $m$  מחוברת לשני קפיצים זהים בעלי קבוע  $k$  ואורך רפוי  $L$  משני צידיה. הקפיצים מחוברים לקירות הנמצאים במרחק  $L$  מהמסה משמאלה ומימינה והמערכת כולה מונחת על שולחן חלק (כוח הכובד לתוך הדף).

על המסה פועל כוח גרר:  $F = -bv$ . ב- $t=0$  הקירות מתחילים לזוז. ראשית הצירים ממוקמת במרכז התנועה של הקיר השמאלי והכיוון החיובי ימינה. מיקום הקירות כתלות בזמן הוא:  $x_1(t) = d \sin(\omega t)$ ,  $x_2(t) = 2L + 2d \sin(\omega t)$ . נתונים:  $d \ll L$ ,  $d, L, \omega, k, b, m$ .

- מהי תדירות התנועה ומהי האמפליטודה?
- מה התנאי לתהודה בהנחה כי הריסון חלש מאוד?

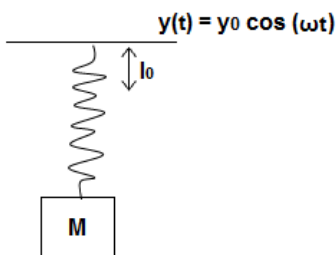
#### 2) מציאת תדירות ברבע אמפליטודה

מסה  $m$  מחוברת לקפיץ אופקי בעל קבוע  $k$ , המסה נעה על מישור חלק ללא חיכוך. על המסה פועל כוח גרר:  $f = -bv$  וכוח מאלץ:  $F(t) = d \cdot \cos(\omega t)$ . מצא את תדירות הכוח בה אמפליטודת התנועה במצב העמיד תהיה רבע מהאמפליטודה המקסימלית. הנח כי:  $b \ll \sqrt{mk}$ ,  $\omega, b, k, m, d$  נתונים וכי:

#### 3) מסה תלויה על קרש נע

מסה  $M$  מחוברת באמצעות קפיץ אנכי לקרש אופקי הנע בציר ה- $y$  לפי:  $y(t) = y_0 \cos(\omega t)$ .

קבוע הקפיץ  $k$  ואורכו הרפוי  $l_0$  נתונים. מצא את מיקום המסה כפונקציה של הזמן.



## תשובות סופיות:

$$\omega \sim \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad \text{ב.} \quad A(\omega) = \frac{\frac{3kd}{m}}{\sqrt{\left(\frac{2k}{m} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{b}{m}\right)^2}} \omega^2 \quad \text{(1)}$$

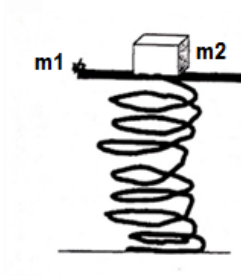
$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4C}}{2}} \quad \text{(2)}$$

$$y(t) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\frac{k}{m} - \omega^2} \cos \omega t + y'_0 \quad \text{(3)}$$

## תרגילים מסכמים:

### שאלות:

#### (1) מסה על משטח על קפיץ אנכי



על קפיץ שקבועו  $k$  מונח משטח שמסתו  $m_1$ , המשטח צמוד לקצהו של הקפיץ. על המשטח מונח גוף שמסתו  $m_2$ . מכווצים את הקפיץ בשיעור  $\Delta y$  ומשחררים.

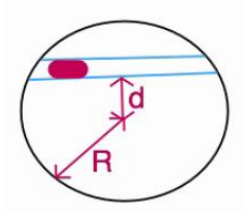
א. מה צריך להיות  $\Delta y_{\min}$  כדי שהגוף יתנתק מן המשטח באיזה שהוא שלב?

ב. הניחו:  $\Delta y = 2\Delta y_{\min}$ ,  $k = 10 \frac{N}{m}$ ,  $m_1 = 0.04 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 0.06 \text{ kg}$ .

ומצאו את רגע הניתוק.

ג. באמצעות הנתונים המספריים מסעיף ב', מהו מקומו ומהירותו של המשטח ברגע שהגוף ניתק מן המשטח?

#### (2) תנועה בתעלה בכדור"א



בתוך כדור הארץ נחפרה תעלה כבשרטוט.

מסת כדור הארץ  $M$ .

מהי תדירות התנודות הקטנות של מסה החופשיה לנוע בתעלה?

### תשובות סופיות:

$$\Delta y_{\min} = \frac{(m_1 + m_2)}{k} \quad \text{א. (1)} \quad t_1 = \frac{1}{\omega} \cos^{-1} \left( -\frac{1}{2} \right) \quad \text{ב.}$$

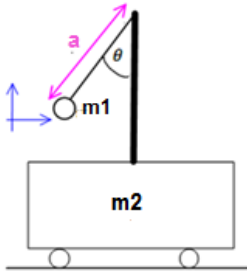
$$v(t) = \dot{y}(t) = -2\Delta y_{\min} \omega \sin(\omega t), \quad \Delta y_{\min} = \frac{(m_1 + m_2)}{k} \quad \text{ג.}$$

$$\ddot{x} = -\left( \frac{M}{R^3} \right) (x - 0) \quad \text{(2)}$$

## תרגילים מסכמים (מטוטלות שונות):

### שאלות:

#### (1) מטוטלת על עגלה נעה



עגלה בעלת מסה  $m_2$  חופשיה לנוע על משטח אופקי ללא חיכוך. אל העגלה מחובר מוט אנכי עליו תלויה מטוטלת מתמטית עם מסה  $m_1$  ואורך חוט  $a$ . משחררים את המסה (של המטוטלת) בזווית נתונה כאשר כל המערכת נמצאת במנוחה.

א. רשמו את מהירות המטוטלת במערכת העגלה כפונקציה של  $\theta$  ו- $\dot{\theta}$ .

ב. רשמו את מהירות העגלה והמטוטלת כפונקציה של  $\theta$  ו- $\dot{\theta}$ .

ג. רשמו את משוואת שימור האנרגיה המכאנית של המערכת.

ד. רשמו את משוואת שימור האנרגיה בתנודות קטנות.

ה. מצאו את תדירות התנודה של המסה  $M$ .

### תשובות סופיות:

$$\text{א. } v_x = \dot{\theta} a \cos \theta, v_y = \dot{\theta} a \sin \theta \quad (2)$$

$$\text{ב. } v_{1x} = \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^{-1} a \dot{\theta} \cos \theta, v_{1y} = \dot{\theta} a \sin \theta$$

$$\text{ג. } E = \frac{1}{2} m_1 \left( \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \right)^{-2} a^2 \dot{\theta}^2 \cos^2 \theta + \dot{\theta}^2 a^2 \sin^2 \theta - m_1 g a \cos \theta$$

$$\text{ד. } E = \frac{1}{2} m_1 \left( \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^{-1} a^2 \dot{\theta}^2 + \frac{g a}{2} \theta^2 \right) - m_1 g a \frac{1}{2}$$

$$\text{ה. } \omega = \sqrt{\frac{\frac{g a^2}{2}}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^{-1} a^2}}$$