

פיזיקה 1 מכניקה 2015

פרק 22 - תרגילים ברמת מבחן

תוכן העניינים

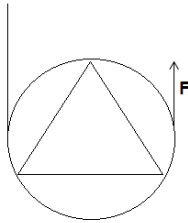
1. תרגילים ברמת מבחן.....1

תרגילים ברמת מבחן:

שאלות:

1) חישוב ומשולש בתוכו

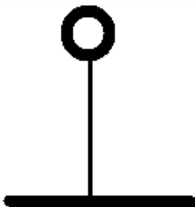
נתון גוף הבנוי מחישוב ברדיוס R בעל מסה M , ובתוכו משולש שווה צלעות שאורך כל צלע $3R$ ומסתו m . עובי החלקים בגוף זניח וצפיפותם אחידה.



- א. מהו מומנט ההתמד של הגוף?
 ב. מהו כוח F במצב של שיווי המשקל?
 ג. בזמן $t=0$ מתחיל לפעול הכוח F , כך ש- $F = (m+M)3g$. הטבעת מתגלגלת מעלה ללא החלקה.
 ד. מצאו את התאוצה הזוויתית של הטבעת.
 ה. מהי האנרגיה הקינטית של הגוף כפונקציה של הזמן?

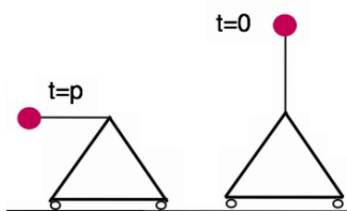
2) מוט נופל

נתון מוט חסר מסה באורך L ובראשו מסה m המתחיל נפילה ממנוחה. בטא את הגדלים הבאים כפונקציה של זווית הנפילה.
 א. מהירות ותאוצה (רדיאלית ומשיקית) של המסה בקצה המוט.



- ב. נורמל וחיכוך שמפעילה הרצפה.
 השאלה מתייחסת לשלב הנפילה עד רגע ההחלקה.

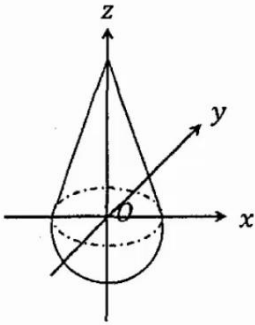
3) מסה נופלת על משולש



- נתון משולש שווה צלעות בעל מסה M (צפיפותו אחידה) ועליו מוט חסר מסה ובסופו מסה m . גודל כל האורכים בשרטוט הוא L . המשולש מחובר בבסיסו לשני גלגלים קטנים כך שהוא חופשי לנוע לצדדים. המסה מתחילה ליפול ממנוחה כך שברגע p היא נמצאת מאוזנת לקרקע. שלושת הסעיפים מתייחסים לרגע זה.
 א. מצא את מרכז המסה של העגלה.
 ב. מצא את מהירות המסה m .
 ג. מצא את הנורמלים שמפעילים שני הגלגלים על העגלה.

4) נחום תקום, מבחן ת"א

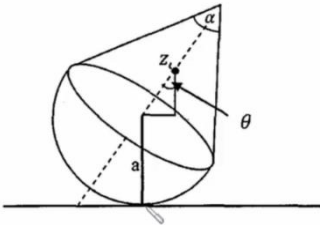
גוף מורכב מחרוט בעל זווית מפתח α , בסיס הרדיוס a וגובה h היושב על חצי כדור בעל רדיוס דומה כמתואר בשרטוט. לחצי חרוט ולכדור צפיפות מסה אחידה וזהה p .



- א. חשב את מרכז המסה של החרוט ביחס לראשית 0 הנמצאת על משטח החיבור בין הגופים. (ראה ציור עם הגדרת ראשית הצירים).
- ב. חשב את מרכז המסה של כל המערכת בהינתן מרכז

המסה של חצי כדור: $Z_{c.m} = \frac{-3a}{8}$.

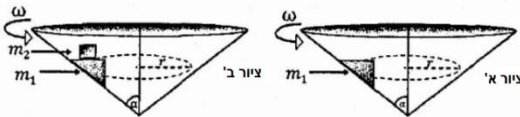
- ג. מטים את הגוף הנ"ל בזווית θ ביחס לאנך. מהי האנרגיה הפוטנציאלית כתלות בזווית זו?
- ד. מצאו תחת אילו תנאים (נתונים גיאומטריים (h, a, α) המערכת תהיה ב:



- i. שיווי משקל אדיש ($E_p = \text{const}$).
- ii. שיווי משקל יציב המאפשר תנודות קטנות.
- iii. שיווי משקל לא יציב.

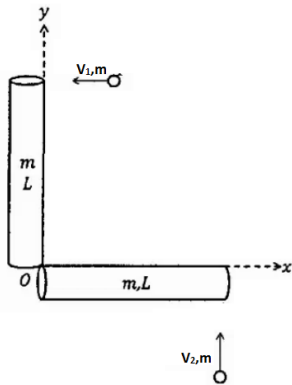
5) מסות על חרוט, מבחן ת"א

מסה m_1 נמצאת בתוך קונוס, בעל זווית מרכזית α , המסתובבת במהירות קבועה ω . המסה מחוברת במסילה לקונוס, הגורמת לה להסתובב יחד איתו במהירות קבועה.



בנוסף המסה יכולה לנוע מעלה ומטה על הדופן של הקונוס ללא חיכוך. א. מהו רדיוס הסיבוב r שבו m_1 תהיה בשיווי משקל, כלומר המסה המסתובבת לא תנוע מעלה או מטה על גבי דופן הקונוס? (כמתואר בשרטוט א').

- ב. כעת מניחים על גבי מסה m_1 מסה נוספת, m_2 (כמתואר בשרטוט ב'). מקדם החיכוך הסטטי בין המסות הוא μ_s . מהירות הסיבוב של מסה m_1 אינה משתנה כתוצאה מהוספת המסה m_2 למערכת, ובנוסף המסה החדשה אינה מחליקה על גבי מסה m_1 . האם רדיוס התנועה, שבו נמצאת המערכת בשיווי משקל, ישתנה? הסבר.
- ג. מהו ערכו המינימלי של מקדם החיכוך הסטטי μ_s שימנע החלקה בין המסות? הנח כי החלק העליון של m_1 הוא אופקי.



6 כדורים פוגעים במוטות, מבחן ת"א

שני מוטות דקים וארוכים במנוחה, בעלות מסה m ואורך L כל אחד מחוברים בזווית ישרה בנק' O , ראשית הצירים, כמתואר בשרטוט. שתי המסות m נעות בניצב למוטות ומתנגשות בקצה המוטות במהירות: $\vec{v}_1 = -v_0 \hat{x}$, $\vec{v}_2 = v_0 \hat{y}$.

נתון כי בזמן $t=0$ המסות נצמדות למוטות בבת אחת.

א. מצאו את וקטור המיקום של מרכז המסה $\vec{r}_{c.m.}(t)$ עבור $t=0$.

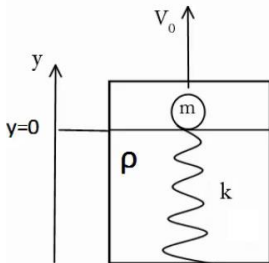
ב. מצאו את וקטור המיקום של מרכז המסה $\vec{r}_{c.m.}(t)$ עבור $t > 0$, ביחס למיקום מרכז המסה בזמן $t=0$ (ברגע הצמדות המוטות למוטות):

$$\vec{r}_{c.m.}(t > 0) - \vec{r}_{c.m.}(t = 0) = ?$$

ג. מהי המהירות הזוויתית $\omega(t)$ של המערכת בתנועה הסיבובית ביחס למרכז המסה שחושב בסעיף ב' $\vec{r}_{c.m.}(t)$?

ד. מצאו את וקטור המיקום $\vec{r}(t)$ של הנקודה O , ביחס למיקומה בזמן $t=0$.

7 מצוף בתנועה הרמונית, מבחן ת"א



נתונים מסה כדורית קטנה m שרדיוסה R וקפיץ אנכי, אידיאלי וחסר מסה, בעל קבוע קפיץ k . הקפיץ ממוקם בתוך נוזל צמיגי שצפיפותו ρ וצמיגותו η . המצב הרפוי של הקפיץ הוא כאשר הוא בגובה פני הנוזל, כמתואר בשרטוט.

זכרו כי ערכי כוח העילוי וכח סטוקס הם: $\rho V g$ (כאשר V הוא נפח הכדור) ו- $6\pi\eta R \dot{y}$, בהתאמה.

א. כאשר המסה ממוקמת על שפת הנוזל, כמתואר בשרטוט, מעניקים לה מהירות התחלתית v_0 כלפי מעלה, מה יהיה הגובה המקסימלי אליו תגיע המסה?

ב. מהי משוואת התנועה של המסה, כאשר היא נעה בתוך הנוזל? הניחו כי מרגע נגיעת המסה בפני הנוזל כשהכדור נכנס במלואו לנוזל (יש להתעלם משלבי כניסת המסה לנוזל).

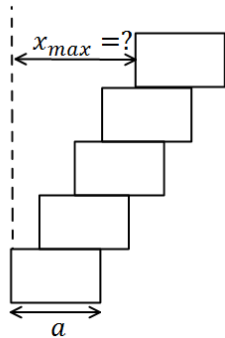
כמו כן יש להניח כי פני הנוזל לא השתנו בשל כניסת הכדור לנוזל. רמז: לפישוט המשוואה, יש לבצע החלפת משתנים.

ג. בהנחת ריסון חלש, מהו הפתרון הכללי של משוואת התנועה בתוך הנוזל? מהם תנאי ההתחלה של התנועה? את התשובות הסופיות יש להציג במונחי המשתנה בו השתמשתם לפני החלפת המשתנים.

רמז: בפתרון המד"ר יש להעזר בדף הנוסחאות הנתון.

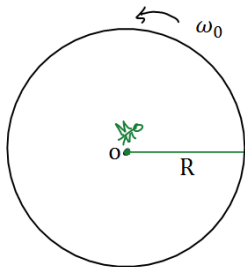
ד. כעבור כמה זמן, מרגע כניסת המסה למים, תחזור המסה לפני המים (המצב המתואר בתחילת סעיף ב')?

(8) מגדל קוביות



דני מנסה לבנות מגדל מ-5 קוביות זהות בעלות פאה באורך a . מהו המרחק המקסימאלי הניתן להניח את הקובייה העליונה ביותר כך שהמגדל לא ייפול? (מדוד את המרחק בין הצלע השמאלית של הקובייה הראשונה לצלע השמאלית של הקובייה העליונה).
רמז: התחל את החישוב מהקובייה העליונה.

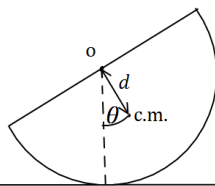
(9) זבוב על דיסקה



דיסקה עגולה שטוחה שמסתה M ורדיוסה R מסתובבת במהירות זוויתית התחלתית ω_0 סביב מרכזה הנמצא במנוחה על גבי שולחן חסר חיכוך (הדיסקה אינה מחוברת לשולחן!). מתחת למרכז הדיסקה, על השולחן מצוירת נקודה ירוקה (להלן הנקודה O). במרכז הדיסקה ישן זבוב נקודתי ירוק שמסתו m . על הדיסקה קו רדיאלי ירוק.

- א. ברגע $t = 0$ מתעורר הזבוב והוא מתחיל ללכת על גבי הקו הרדיאלי. מצאו את מיקום הנקודה O (שעל השולחן) ביחס לזבוב כפונקציה של המרחק h בין הזבוב למרכז הדיסקה. הניחו כי הזבוב נמצא בראשית, ציר x שלו מכוון בכיוון מרכז הדיסקה וציר y מאונך לו במישור הדיסקה.
- ב. מצאו את המהירות הזוויתית של הדיסקה כאשר הזבוב מגיע לשפתה. בדקו את תשובתכם לסעיף ב' עבור $m \ll M$ ו- $m \gg M$.
- ג. אם הזבוב נע במהירות קבועה V_0 ביחס לדיסקה, מהו כוח החיכוך בין הזבוב לדיסקה רגע לפני שהזבוב הגיע לשפת הדיסקה?

(10) חצי כדור בתנועה הרמונית



חצי כדור ברדיוס R ומסה M מונח על משטח. מסיטים את החצי כדור בזווית קטנה ממצב שיווי המשקל ומשחררים ממנוחה.

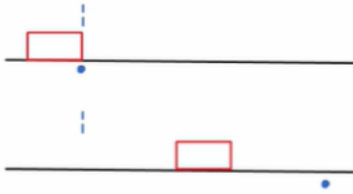
מצא את תדירות התנודות הקטנות אם הכדור מתגלגל

ללא החלקה (מרכז המסה של חצי כדור נמצא במרחק: $d = \frac{3}{8}R$)

ממרכז הכדור המלא).

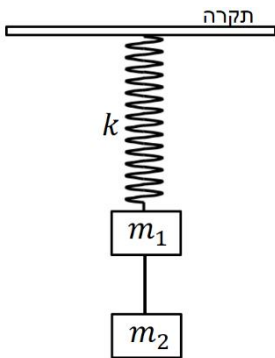
11 אנרגיה אבודה בהחלקה

על מסוע בעל מקדם חיכוך קינטי נתון מונחת מסה m .
כוח חיצוני מושך את המסוע במהירות קבועה u .
נתון כי המסה הונחה בזמן $t = 0$ במנוחה.



- מהו הכוח המופעל על המסוע?
- מהי תאוצת המסה?
- כמה זמן תמשך ההחלקה?
- מהו המרחק אותו עבר המסוע בזמן זה?
- מהו המרחק אותו עברה המסה בזמן זה?
- כמה עבודה השקיע הכוח החיצוני?
- כמה עבודה השקיע כוח החיכוך?
- כמה אנרגיה עבדה לחוס?

12 מסה קשורה למסה ולקפיץ אנכי

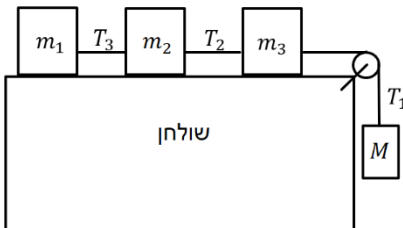


גוף שמסתו $m_2 = 4\text{kg}$ נקשר לגוף נוסף שמסתו $m_1 = 2\text{kg}$ בחוט.
הגוף שמסתו m_1 קשור לקפיץ אנכי בעל קבוע קפיץ $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

המערכת נמצאת בשיווי משקל ובמנוחה.
ב- $t = 0$ נקרע החוט הקושר בין המסות.

- מהי משרעת התנודות?
- מהו זמן המחזור של התנודות?
- מהו הביטוי למיקום כתלות בזמן?
- מהי האנרגיה האלסטית האגורה במערכת בנקודת שיא הגובה?

13 מסה תלויה גלגלת ושלוש מסות על שולחן



שלוש מסות: $2m_1 = m_2 = m_3 = 15\text{kg}$ נמצאות על שולחן אופקי ומחוברות בחוט דק למסה $M = 20\text{kg}$.
החוט עובר דרך גלגלת אחידה בעלת רדיוס $R = 15\text{cm}$ ומומנט התמד $I = 0.7\text{kg} \cdot \text{m}^2$ כמתואר באיור.

- החוט אינו מחליק על הגלגלת ואין חיכוך בין המסות m_1, m_3 לשולחן.
בין המסה m_2 לשולחן ישנו חיכוך ומקדם החיכוך הוא: $\mu_s = \mu_k = 0.23$.
- מצא את תאוצת המסה M ברגע שמשחררים את המערכת ממנוחה.
 - מהו יחס המתחיות $\frac{T_1}{T_3}$ ברגע שמשחררים את המערכת ממנוחה?
 - כמה זמן ייקח לגלגלת להשלים סיבוב אחד מרגע שחרור המערכת?

תשובות סופיות:

$$a = \alpha R \quad \lambda \quad F = \frac{(m+M)g}{2} \quad \text{ב.} \quad I_{\text{total}} = R^2 \left(M + \frac{1}{2}m \right) \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$E_{k(t)} = \frac{1}{2}ma^2t^2 + \frac{1}{2}I\alpha^2t^2 \quad \text{ד.}$$

$$, v_r = 0, v_\theta = \omega L, E \Rightarrow mgL = mg \cdot (L \cos \theta) + \frac{1}{2}mv_\theta^2 \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$a_r = \omega^2 \cdot L, F_\theta \Rightarrow mg \sin \theta = ma_\theta, F_r = T - mg \cos \theta = ma_r$$

$$a_r \sin \theta + a_\theta \cos \theta = \tilde{S}_s, a_r \cos \theta + a_\theta \sin \theta = \tilde{N} - mg \quad \text{ב.}$$

$$-v_g = \sqrt{2gl} \quad \text{ב.} \quad x_M = \frac{ml}{M+m} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$N_2 = \frac{\sqrt{3}Mg - 4mg}{2\sqrt{3}}, N_1 = M \cdot g - \left(\frac{\sqrt{3}Mg - 4mg}{2\sqrt{3}} \right) \quad \text{ג.}$$

$$U(\theta) = m_T g Z_{c.m} \cos \theta \quad \lambda \quad Z_{c.m} = \frac{h^2 - 3a^2}{4h + 8a} \quad \text{ב.} \quad Z_{c.m} = \frac{h}{4} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$h > \sqrt{3} \quad \text{iii} \quad h < \sqrt{3}a \quad \text{ii} \quad h = \sqrt{3}a \quad \text{i.} \quad \text{ד.}$$

$$\mu_s \geq \frac{1}{\tan \alpha} \quad \text{ג.} \quad \text{ב.} \quad r \text{ לא משתנה.} \quad R = \frac{g}{\tan \alpha \cdot \omega^2} \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$\omega = \frac{30}{37} \frac{v_0}{l} \quad \text{ג.} \quad \vec{r}_{c.m} = \frac{v_0 t}{4} (\hat{y} - \hat{x}) \quad \text{ב.} \quad \vec{r}_{c.m} = \frac{3}{8}L(1,1) \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$\vec{r}_0 = \frac{v_0 t}{4} (\hat{y} - \hat{x}) + \frac{3l}{8} \sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{30}{37} \frac{v_0}{l} t + \frac{5\pi}{4} \right) \hat{x} + \sin \left(\frac{30}{37} \frac{v_0}{l} t + \frac{5\pi}{4} \right) \hat{y} \right) \quad \text{ד.}$$

$$\ddot{z} + \frac{\lambda}{M} \ddot{z} + \frac{k}{M} z = 0 \quad \text{ב.} \quad h = \Delta x = \frac{-mg + \sqrt{(mg)^2 + kmv_0^2}}{k} \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$, y(t) = Ae^{-\frac{\Gamma}{\alpha} t} \cos(\omega t + \varphi) + y_0, z(t) = Ae^{-\frac{\Gamma}{\alpha} t} \cos \left(\left(\sqrt{\frac{k}{M} - \frac{M}{4}} \right) t + \varphi \right) \quad \text{ג.}$$

$$y(0) = 0, \dot{y}(0) = -v_0$$

$$0 = \frac{g(m - \rho V)}{k} \sqrt{1 + \left(\frac{\Gamma}{2\omega} + \frac{kv_0}{\omega g(m - \rho V)} \right)^2} \quad \text{ד.}$$

$$e^{-\frac{\Gamma}{2} t} \cos \left(\omega t - \tan^{-1} \left(\frac{\Gamma}{2\omega} + \frac{kv_0}{\omega g(m - \rho V)} \right) \right) - \frac{g(m - \rho V)}{k}$$

$$x_{\text{max}} = \frac{25a}{24} \quad (8)$$

ג. ראה סרטון. $\omega_p = \frac{(M+m)^2 \omega_0}{3m^2 + 4mM + M^2}$.ב. $x_0 = \frac{Mh}{M+m}$.א. (9)

$$f_s = -\frac{mM(M+m)^3 \omega_0^2 R}{(3m^2 + 4mM + M^2)^2} \hat{r} + mMv_0 \omega_0 \left(\frac{(M+m)2}{3m^2 + 4mM + M^2} - \frac{4m}{(M+3m)^2} \right) \hat{\theta}$$
 .ד.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{15g}{26R}}$$
 (10)

$x = u \cdot \frac{u}{\mu g}$.ד. $T = \frac{u}{\mu g}$.ג. $a' = \mu g$.ב. $F_{\text{ext}} = \mu mg$.א. (11)

$\Delta E = mu^2 - \frac{1}{2}u^2$.ח. $W' = \frac{1}{2}mu^2$.ז. $W = mu^2$.ו. $x' = \frac{1}{2}\mu g \cdot \left(\frac{u}{\mu g}\right)^2$.ה.

$y(t) = 0.4 \cos(\sqrt{50}t + 0) + 0.2$.ג. $T \approx 0.89 \text{sec}$.ב. $A = 0.4 \text{m}$.א. (12)

$U_{\text{el}} = 2 \text{J}$.ד.

$t \approx 1 \text{sec}$.ג. $\frac{T_1}{T_3} \approx 11.63$.ב. $a \approx 1.87 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.א. (13)