# שדות אלקטרומגנטיים

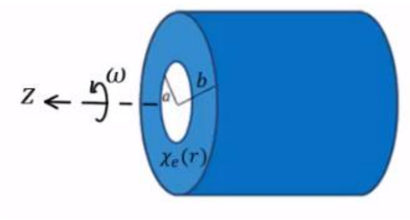
## פרק 28 - תרגילים ברמת מבחן

### תוכן העניינים

# תרגילים:

## שאלות:

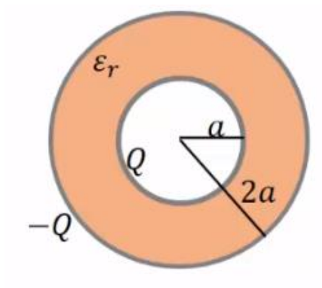
**1) קליפה גלילית דיאלקטרית מסתובבת**




מעטפת גלילית עבה עם רדיוס פנימי $a$
ורדיוס חיצוני $b$ עשויה מחומר דיאלקטרי
מבודד בעל סוספטביליות חשמלית: $\chi_e(r)=\frac{\alpha}{r}$
הנתונה בקואורדינטות גליליות ($r$ הוא המרחק מציר ה- $z$) $\alpha$ קבוע נתון.
המעטפת מסתובבת סביב צירה במהירות זוויתית קבועה $\omega$.
במרחב קיים שדה מגנטי הנתון לפי: $\vec{B}=B_0\left(\frac{3}{\pi}\hat{\theta}+\frac{1}{2\pi}\hat{z}\right)$. מצא את:

א. וקטור הפולריזציה $\vec{P}$ בתוך הקליפה.
ב. התפלגות המטען הקשור (משטחית ונפחית).
ג. סה"כ המטען הקשור הנפחי וסך כל המטען הקשור המשטחי ליחידת אורך של המעטפת.

**2) קליפה כדורית דיאלקטרית מסתובבת**




קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי $a$ ורדיוס
חיצוני $2a$ עשויה מחומר דיאלקטרי בעל מקדם $\varepsilon_r$.
על השפה הפנימית של הקליפה יש מטען חופשי $Q$
המפוזר באופן אחיד, ועל השפה החיצונית יש
מטען $-Q$ המפוזר באופן אחיד.

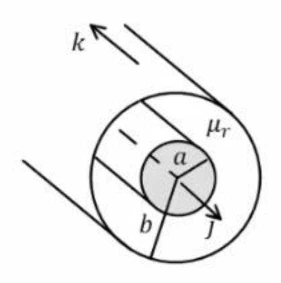
א. מהי האנרגיה האלקטרוסטטית של המערכת?
ב. הקליפה מסתובבת סביב ציר ה- $z$ במהירות זוויתית קבועה $\omega$.
מהו השדה המגנטי והפוטנציאל הוקטורי בנקודה הנמצאת במרכז הקליפה?

**3) גליל טעון בשדה מגנטי**

נתון גליל אינסופי ברדיוס $R$. הגליל טעון בצפיפות מטען נפחית קבועה ונתונה $\rho$. ציר הגליל חופף עם ציר $z$. במרחב קיים שדה מגנטי הנתון לפי הנוסחה הבאה בקואורדינטות גליליות: $\vec{B}=\begin{cases}B_0\sin(\omega t+\alpha)\hat{z} & r<R\\ 0 & r>R\end{cases}$.

א. מצא את פונקציית הפוטנציאל הוקטורי בכל מקום.
ב. מצא את השדה החשמלי בכל מקום.
ג. מה ניתן ללמוד מתנאי השפה על $B$ ב- $r=R$?

**4) כבל קו-אקס עם חומר מגנטי**




כבל קואקסיאלי בעל אורך אינסופי עשוי מגליל מלא פנימי בעל רדיוס $a$ הנושא זרם $I$ בצפיפות זרם נפחית אחידה. החלק החיצוני של הכבל הוא מעטפת גלילית דקה מאוד ברדיוס $b$ הנושאת זרם $I$ בכיוון הפוך ובצפיפות זרם משטחית אחידה. התחום שבין הגלילים מלא בחומר מגנטי עם מקדם פרמאביליות: $\mu_r = 1$.

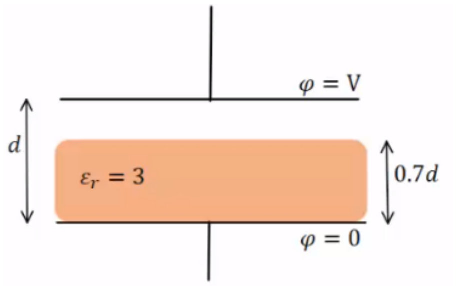
חשבו את:

א. $\vec{H}$ בכל המרחב, כולל בתוך המוליך הפנימי. ציירו גרף של $H$ כתלות ב-$r$ והראו ש-$H$ מקיים את תנאי השפה הדרושים.

ב. $\vec{B}$ בכל המרחב, כולל בתוך המוליך הפנימי. ציירו גרף של $B$ כתלות ב-$r$ והראו ש-$B$ מקיים את תנאי השפה הדרושים.

ג. $\vec{M}$ בכל המרחב, כולל בתוך המוליך הפנימי. ציירו גרף של $M$ כתלות ב-$r$ והראו ש-$\vec{M}$ מקיים את תנאי השפה הדרושים.

**5) קבל עם חומר דיאלקטרי חלקי**




קבל לוחות מורכב משני לוחות במרחק $d$. הפוטנציאל על הלוח התחתון הוא אפס והפוטנציאל על הלוח העליון הוא $V$. בתוך הקבל ישנו חומר דיאלקטרי עם מקדם דיאלקטרי $\varepsilon_r = 3$ ובעובי $0.7d$. החומר מונח על הלוח התחתון וממלא את כל שטחו. הזניחו אפקטים של הקצוות ומצאו את:

א. פונקציית השדה החשמלי ופונקציית הפוטנציאל בתוך הקבל.

ב. התפלגות המטען החופשי והקשור במערכת.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $\vec{P}=\dfrac{\alpha\varepsilon_0\omega B_0\hat{r}}{2\pi\left(1+\dfrac{\alpha}{r}\right)}$.

ב. $\sigma_b(a)=-\dfrac{\alpha\varepsilon_0\omega B_0}{2\pi\left(1+\dfrac{\alpha}{a}\right)}$ , $\sigma_b(b)=\dfrac{\alpha\varepsilon_0\omega B_0}{2\pi\left(1+\dfrac{\alpha}{b}\right)}$ , $\rho_b=-\dfrac{\varepsilon_0\alpha\omega}{2\pi}\dfrac{r+2\alpha}{(r+\alpha)^2}$.

ג. $\dfrac{Q_b}{l}=\varepsilon_0\alpha\omega B_0\left(a+\dfrac{\alpha^2}{a+\alpha}-b-\dfrac{\alpha^2}{b+\alpha}\right)$ , $\dfrac{Q_b}{l}=\alpha\varepsilon_0\omega B_0\left(\dfrac{b}{1+\dfrac{\alpha}{b}}-\dfrac{a}{1+\dfrac{\alpha}{a}}\right)$.

**2)** א. $U=\dfrac{Q^2}{16\pi a\varepsilon_0\varepsilon_r}$.

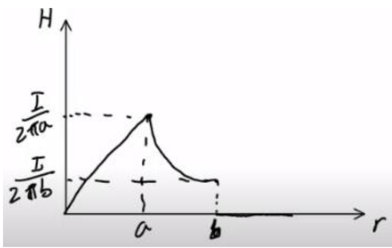
ב. $B_z=\dfrac{\mu_0 Q\omega}{12\pi\varepsilon_r a}$ , $\vec{A}_T=0$.

**3)** א. $\vec{A}=\begin{cases}\dfrac{B_0 r}{2}\sin(\omega t+\alpha)\hat{\theta} & r<R\\ \dfrac{B_0R^2}{2r}\sin(\omega t+\alpha)\hat{\theta} & r>R\end{cases}$.

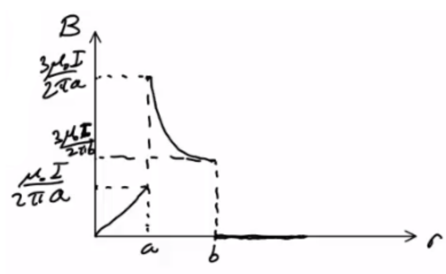
ב. $\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho r}{2\varepsilon_0}\hat{r}-\dfrac{B_0 r\omega}{2}\cos(\omega t+\alpha)\hat{\theta}\\ \dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}\hat{r}-\dfrac{B_0R^2\omega}{2r}\cos(\omega t+\alpha)\hat{\theta}\end{cases}$.

ג. $\vec{k}=|\vec{k}|\cdot\hat{k}=-\dfrac{B_0}{\mu_0}\sin(\omega t+\alpha)\hat{\theta}$.

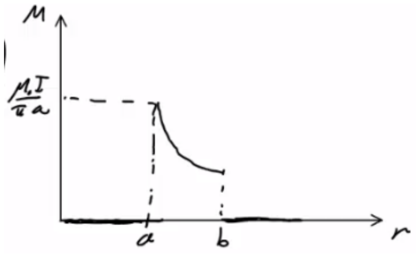
**4)** א. $\vec{H}=\begin{cases}\dfrac{Ir}{2\pi a^2}\hat{\theta} & r<a\\ \dfrac{I}{2\pi r}\hat{\theta} & a<r<b\\ 0 & b<r\end{cases}$ , גרף:




ב. $\vec{B}=\begin{cases}\dfrac{\mu_0 Ir}{2\pi a^2}\hat{\theta} & a<r\\ \dfrac{3\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\theta} & a<r<b\\ 0 & b<r\end{cases}$ , גרף:



ג. $\vec{M}=\begin{cases}0 & r<a\\ \frac{\mu_0 I}{\pi r}\hat{\theta} & a<r<b\\ 0 & b<r\end{cases}$ , גרף:




**5)** א. $\vec{E}=\begin{cases}-\frac{V}{1.6d}\hat{z} & z<0.7d\\ -\frac{3V}{1.6d}\hat{z} & 0.7d<z<d\end{cases}$ , $\varphi=\begin{cases}-\frac{V}{1.6d}z & z<0.7d\\ \frac{3V}{1.6d}z-0.875V & 0.7d<z<d\end{cases}$.

ב. $\sigma_b=\frac{\varepsilon_0 V}{0.8d}$ , $\sigma_{free}=-1.875\frac{\varepsilon_0 V}{d}$.